

Изгиб круговой трехслойной пластины на упругом основании

А. В. Яровая

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

Рассмотрен изгиб упругой круговой трехслойной пластины с легким заполнителем, находящейся на упругом основании. Для описания кинематики несимметричного по толщине пакета изгиба пластины приняты гипотезы ломаной нормали. Реакция основания описывается моделью Винклера. Нагрузка локальная симметричная. Получена система уравнений равновесия и ее точное решение в перемещениях. Приведены численные результаты для трехслойной металлополимерной пластины.

Ключевые слова: упругость, трехслойная пластина, легкий заполнитель, упругое основание.

Обозначения

$w(r)$	– прогиб пластины
$u(r)$	– продольное перемещение срединной поверхности заполнителя
$\psi(r)$	– относительный сдвиг в заполнителе
h_k	– толщина k -го слоя, $h_3 = 2c$ ($k = 1, 2, 3$ – номер слоя)
r_1	– радиус пластины
$u^{(k)}(r)$	– продольные перемещения в слоях
$\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$	– компоненты тензора напряжений и деформаций
δA_e	– вариация работы внешних сил
δA_i	– вариация работы внутренних сил упругости
$q(r)$	– внешняя распределенная нагрузка
q_R	– реакция основания
κ_0	– коэффициент жесткости упругого основания
K_k, G_k	– объемный и сдвиговой модули упругости материала слоев соответственно
$\text{ber } r, \text{bei } r, \text{ker } r, \text{kei } r$	– функции Кельвина нулевого порядка
$\text{ber}_n r, \text{bei}_n r, \text{ker}_n r, \text{kei}_n r$	– функции Кельвина n -го порядка
H_0	– функция Хевисайда

Введение. В условиях деформации изгиба использование трехслойных элементов конструкций, состоящих из двух несущих слоев и заполнителя, оказывается наиболее рациональным. Широкое применение они получили благодаря высокой прочности при относительно малой массе. Деформирование трехслойных стержней в терморadiационном поле при различных нагрузках исследовалось в работах [1–3], пластин и оболочек – в [4–9].

Поведение трехслойного стержня на упругом основании изучалось в [10]. В настоящей работе рассмотрена поперечно нагруженная упругая круговая трехслойная пластина, находящаяся на деформируемом основании, как это имеет место, например, в настилах.

Постановка задачи и ее решение проводятся в цилиндрической системе координат r, φ, z . Для изотропных несущих слоев толщиной h_1, h_2 приняты гипотезы Кирхгофа. Несжимаемый по толщине заполнитель ($h_3 = 2c$) – легкий, т.е. в нем пренебрегаем работой касательных напряжений. Симметричная вертикальная нагрузка $q_0(r)$ действует локально. На границах слоев перемещения непрерывны. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев (рис. 1).

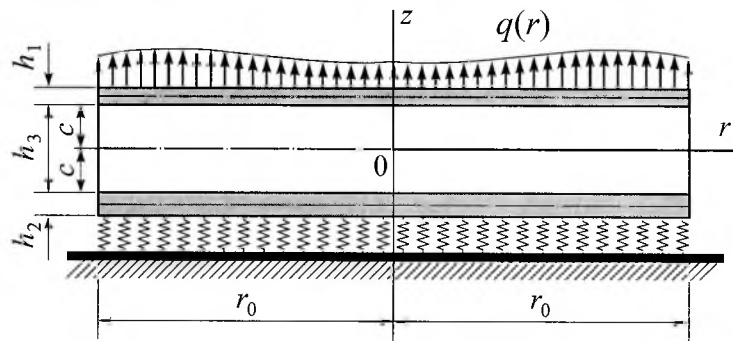


Рис. 1. Расчетная схема.

Ввиду симметрии нагрузки тангенциальные перемещения в слоях отсутствуют: $u_\varphi^{(k)} = 0$ (k – номер слоя), а прогиб пластины $w(r)$, относительный сдвиг в заполнителе $\psi(r)$ и продольное перемещение координатной плоскости $u(r)$ не зависят от координаты φ . В дальнейшем эти функции считаются искомыми. Все перемещения и линейные размеры пластины отнесены к ее радиусу r_1 , через h_k обозначена относительная толщина k -го слоя.

С использованием гипотезы прямолинейности нормали заполнителя $2\varepsilon_{rz}^{(3)} = u_{r,z}^{(3)} + w_{,r} = \psi$ после интегрирования получаем выражения для радиальных перемещений в слоях $u_r^{(k)}$ через искомые функции:

$$\begin{aligned} u_r^{(1)} &= u + c\psi - zw_{,r} & (c \leq z \leq c + h_1); \\ u_r^{(3)} &= u + z\psi - zw_{,r} & (-c \leq z \leq c); \\ u_r^{(2)} &= u - c\psi - zw_{,r} & (-c - h_2 \leq z \leq -c), \end{aligned} \quad (1)$$

где z – координата рассматриваемого волокна (расстояние до срединной плоскости заполнителя); $(u + c\psi)$ – смещение внешнего несущего слоя вследствие деформации заполнителя; $(u - c\psi)$ – смещение внутреннего несущего слоя; запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Деформации в слоях вычисляем из (1) и соотношений Коши $2\varepsilon_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}$. Использование компонентов тензора напряжений $\sigma_{\alpha}^{(k)}$ ($\alpha = r, \varphi$) позволяет ввести обобщенные внутренние силы и моменты в пластине:

$$T_{\alpha} \equiv \sum_{k=1}^3 T_{\alpha}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{\alpha}^{(k)} dz; \quad M_{\alpha} \equiv \sum_{k=1}^3 M_{\alpha}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{\alpha}^{(k)} z dz; \quad (2)$$

$$H_{\alpha} = M_{\alpha}^{(3)} + c(T_{\alpha}^{(1)} - T_{\alpha}^{(2)}).$$

Уравнения равновесия круговой трехслойной пластины выводятся из вариационного принципа Лагранжа:

$$\delta A - \delta W = 0. \quad (3)$$

Здесь $\delta A = \delta A_1 + \delta A_2$ – вариация суммарной работы внешней нагрузки $q_0(r)$ и контурных усилий T_r^0, H_r^0, M_r^0, Q^0 ;

$$\delta A_1 = \iint_S (q_0 - q_R) \delta w r dr d\varphi; \quad \delta A_2 = \int_0^{2\pi} (T_r^0 \delta u + H_r^0 \delta \psi + M_r^0 \delta w_{,r} + Q^0 \delta w) d\varphi;$$

δW – вариация работы внутренних сил упругости,

$$\delta W = \iint_S \left[\sum_{k=1}^3 \int_{h_k} (\sigma_r^{(k)} \delta \varepsilon_r^{(k)} + \sigma_{\varphi}^{(k)} \delta \varepsilon_{\varphi}^{(k)}) dz \right] r dr d\varphi, \quad (4)$$

где интеграл распространен по всей срединной поверхности заполнителя S ; q_R – реакция основания.

Вариации перемещений и деформаций в слоях стержня следуют из (1) и соотношений Коши. Подставляя их в (4) и учитывая выражения для внутренних усилий (2), после соответствующих преобразований из вариационного уравнения (3) получаем систему дифференциальных уравнений в усилиях, описывающую равновесие круговой трехслойной пластины на упругом основании:

$$\begin{aligned} T_{r,r} + \frac{1}{r}(T_r - T_{\varphi}) &= -p; & H_{r,r} + \frac{1}{r}(H_r - H_{\varphi}) &= 0; \\ M_{r,r} + \frac{1}{r}(2M_{r,r} - M_{\varphi,r}) &= -q_0 + q_R. \end{aligned} \quad (5)$$

Предполагается, что для напряжений и деформаций в слоях справедлив закон Гука. Связь между реакцией основания и прогибом пластины принимается в соответствии с моделью Винклера, согласно которой

$$q_R = \kappa_0 w, \quad (6)$$

где κ_0 – коэффициент жесткости упругого основания (коэффициент постели).

После выражения внутренних усилий (2) через искомые перемещения и подстановки их в (5) с учетом (6) получим систему дифференциальных уравнений в перемещениях, описывающую деформирование рассматриваемой пластины:

$$\begin{cases} L_2(a_1 u + a_2 \psi - a_3 w_{,r}) = 0; \\ L_2(a_2 u + a_4 \psi - a_5 w_{,r}) = 0; \\ L_3(a_3 u + a_5 \psi - a_6 w_{,r}) - \kappa_0 w = -q_0, \end{cases} \quad (7)$$

где q_0 – интенсивность внешней равномерно распределенной нагрузки;

$$a_1 = \sum_{k=1}^3 h_k K_k^+; \quad a_2 = c(h_1 K_1^+ - h_2 K_2^+);$$

$$a_3 = h_1 \left(c + \frac{1}{2} h_1 \right) K_1^+ - h_2 \left(c + \frac{1}{2} h_2 \right) K_2^+; \quad a_4 = c^2 \left(h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+ + \frac{2}{3} c K_3^+ \right);$$

$$a_5 = c \left[h_1 \left(c + \frac{1}{2} h_1 \right) K_1^+ + h_2 \left(c + \frac{1}{2} h_2 \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^2 K_3^+ \right];$$

$$a_6 = h_1 \left(c^2 + c h_1 + \frac{1}{3} h_1^2 \right) K_1^+ + h_2 \left(c^2 + c h_2 + \frac{1}{3} h_2^2 \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+;$$

$$K_k^+ \equiv K_k + \frac{4}{3} G_k; \quad L_3(g) \equiv \frac{1}{r} (r L_2(g))_{,r} \equiv g_{,rrr} + \frac{2g_{,rr}}{r} - \frac{g_{,r}}{r^2} + \frac{g}{r^3};$$

$$L_2(g) \equiv \left(\frac{1}{r} (r g)_{,r} \right)_{,r} \equiv g_{,rr} + \frac{g_{,r}}{r} - \frac{g}{r^2}.$$

Задача отыскания функций $u(r)$, $\psi(r)$, $w(r)$ замыкается присоединением к (7) граничных условий. При жесткой заделке контура пластины ($r=1$) имеем

$$u = \psi = w = w_{,r} = 0, \quad (8)$$

при шарнирном опирании ($r=1$) –

$$u = \psi = w = M_r = 0. \quad (9)$$

С помощью первых двух уравнений системы (7) в третьем уравнении можно обнулить коэффициенты перед функциями u и ψ . После двукратного интегрирования она преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
 u &= b_1 w_{,r} + C_1 r + C_2 / r; \\
 \psi &= b_2 w_{,r} + C_3 r + C_4 / r; \\
 w_{,rrrr} + \frac{2}{r} w_{,rrr} - \frac{1}{r^2} w_{,rr} + \frac{1}{r^3} w_{,r} + \kappa^4 w &= q,
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – константы интегрирования,

$$\begin{aligned}
 \kappa^4 &= \kappa_0 D; \quad q = q_0 D; \\
 b_1 &= \frac{a_3 a_4 - a_2 a_5}{a_1 a_4 - a_2^2}; \quad b_2 = \frac{a_1 a_5 - a_2 a_3}{a_1 a_4 - a_2^2}; \\
 D &= \frac{a_1 (a_1 a_4 - a_2^2)}{(a_1 a_6 - a_3^2)(a_1 a_4 - a_2^2) - (a_1 a_5 - a_2 a_3)^2}.
 \end{aligned}$$

В связи с ограниченностью предполагаемого решения в начале координат для сплошных пластин необходимо положить $C_2 = C_4 = 0$. Общее решение третьего уравнения в (10) таково:

$$w = C_5 \operatorname{ber}(\kappa r) + C_6 \operatorname{bei}(\kappa r) + C_7 \operatorname{ker}(\kappa r) + C_8 \operatorname{kei}(\kappa r) + w_0, \tag{11}$$

где функции Кельвина нулевого порядка $\varphi_n(\kappa r) = \operatorname{ber}(\kappa r), \operatorname{bei}(\kappa r), \operatorname{ker}(\kappa r), \operatorname{kei}(\kappa r)$ образуют фундаментальную систему решений [11]; w_0 – частное решение.

С использованием ядра Коши $K(r, s)$ получим частное решение w_0 уравнения (10):

$$w_0(r) = \int_0^r K(r, s) q(s) ds; \tag{12}$$

$$K(r, s) = C_1(s) \varphi_1(r) + C_2(s) \varphi_2(r) + C_3(s) \varphi_3(r) + C_4(s) \varphi_4(r).$$

Здесь $C_n(s)$ – функции, определяемые соотношениями:

$$C_1(s) = \frac{W_1(s)}{W(s)}; \quad C_2(s) = \frac{W_2(s)}{W(s)}; \quad C_3(s) = \frac{W_3(s)}{W(s)}; \quad C_4(s) = \frac{W_4(s)}{W(s)},$$

где

$$W(r) = \begin{vmatrix} \varphi_1(r) & \varphi_2(r) & \varphi_3(r) & \varphi_4(r) \\ \varphi_1'(r) & \varphi_2'(r) & \varphi_3'(r) & \varphi_4'(r) \\ \varphi_1''(r) & \varphi_2''(r) & \varphi_3''(r) & \varphi_4''(r) \\ \varphi_1'''(r) & \varphi_2'''(r) & \varphi_3'''(r) & \varphi_4'''(r) \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 W_1(r) &= \begin{vmatrix} 0 & \varphi_2(r) & \varphi_3(r) & \varphi_4(r) \\ 0 & \varphi_2'(r) & \varphi_3'(r) & \varphi_4'(r) \\ 0 & \varphi_2''(r) & \varphi_3''(r) & \varphi_4''(r) \\ 1 & \varphi_2'''(r) & \varphi_3'''(r) & \varphi_4'''(r) \end{vmatrix}; & W_2(r) &= \begin{vmatrix} \varphi_1(r) & 0 & \varphi_3(r) & \varphi_4(r) \\ \varphi_1'(r) & 0 & \varphi_3'(r) & \varphi_4'(r) \\ \varphi_1''(r) & 0 & \varphi_3''(r) & \varphi_4''(r) \\ \varphi_1'''(r) & 1 & \varphi_3'''(r) & \varphi_4'''(r) \end{vmatrix}; \\
 W_3(r) &= \begin{vmatrix} \varphi_1(r) & \varphi_2(r) & 0 & \varphi_4(r) \\ \varphi_1'(r) & \varphi_2'(r) & 0 & \varphi_4'(r) \\ \varphi_1''(r) & \varphi_2''(r) & 0 & \varphi_4''(r) \\ \varphi_1'''(r) & \varphi_2'''(r) & 1 & \varphi_4'''(r) \end{vmatrix}; & W_4(r) &= \begin{vmatrix} \varphi_1(r) & \varphi_2(r) & \varphi_3(r) & 0 \\ \varphi_1'(r) & \varphi_2'(r) & \varphi_3'(r) & 0 \\ \varphi_1''(r) & \varphi_2''(r) & \varphi_3''(r) & 0 \\ \varphi_1'''(r) & \varphi_2'''(r) & \varphi_3'''(r) & 1 \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Частное решение (12) и ядро Коши удовлетворяют условиям [11]

$$\begin{aligned}
 w_0(0) = w_0'(0) = w_0''(0) = w_0'''(0) = 0; \\
 K(s,s) = K'(s,s) = K''(s,s) = 0, \quad K'''(s,s) = 1,
 \end{aligned} \tag{13}$$

штрих в верхнем индексе обозначает производную по r .

Преимущество частного решения (12) заключается в том, что интеграл в нем определенный и включает нагрузку в явном виде, которая не входит при этом в ядро Коши. Поэтому в дальнейшем нагрузка может приниматься как непрерывной, так и локальной.

Функция $\ker x$ и первая производная от нее в нуле не ограничены ($\ker 0 = \infty$, $\ker' 0 = \infty$). Поскольку прогиб и его первая производная в центре пластины должны быть конечными, в решении (11) для сплошных пластин с учетом (13) необходимо положить $C_7 = C_8 = 0$. В результате для сплошной пластины искомое решение принимает вид

$$\begin{aligned}
 u &= b_1 w_{,r} + C_1 r; \\
 \psi &= b_2 w_{,r} + C_3 r; \\
 w &= C_5 \operatorname{ber}(\kappa r) + C_6 \operatorname{bei}(\kappa r) + w_0(r).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Константы интегрирования C_1, C_3, C_5, C_6 определяются из условий закрепления контура рассматриваемой трехслойной пластины, находящейся на упругом основании.

При жесткой заделке контура пластины из (8) следует

$$C_1 = C_3 = 0; \quad C_5 = \frac{w_0'(1)\operatorname{bei}\kappa - b_4 w_0(1)}{b_4 \operatorname{ber}\kappa - b_3 \operatorname{bei}\kappa}; \quad C_6 = \frac{w_0'(1)\operatorname{ber}\kappa - b_3 w_0(1)}{b_3 \operatorname{bei}\kappa - b_4 \operatorname{ber}\kappa}; \tag{15}$$

$$b_3 = \frac{\kappa\sqrt{2}}{2} [\operatorname{ber}_1\kappa + \operatorname{bei}_1\kappa]; \quad b_4 = \frac{\kappa\sqrt{2}}{2} [-\operatorname{ber}_1\kappa + \operatorname{bei}_1\kappa].$$

Если контур пластины шарнирно оперт, то константы интегрирования получим из (9)

$$C_1 = -b_1 w_{,r}(1); \quad C_3 = -b_2 w_{,r}(1);$$

$$C_5 = \frac{w_0^*(1) \operatorname{bei} \kappa + b_8 w_0(1)}{b_7 \operatorname{bei} \kappa - b_8 \operatorname{ber} \kappa}; \quad C_6 = -\frac{w_0^*(1) \operatorname{ber} \kappa + b_7 w_0(1)}{b_7 \operatorname{bei} \kappa - b_8 \operatorname{ber} \kappa}, \quad (16)$$

где

$$b_7 = (b_5 - b_3)(a_3 b_1 + a_5 b_2) - a_6 b_5 - a_{60} b_3;$$

$$b_8 = (b_6 - b_4)(a_3 b_1 + a_5 b_2) - a_6 b_6 - a_{60} b_4;$$

$$b_5 = \frac{\kappa^2}{2} (\operatorname{bei}_2 \kappa - \operatorname{bei} \kappa); \quad b_6 = \frac{\kappa^2}{2} (-\operatorname{ber}_2 \kappa + \operatorname{ber} \kappa);$$

$$w_0^*(1) = (a_6 - a_3 b_1 - a_5 b_2) w_0''(1) + (a_{60} + a_3 b_1 + a_5 b_2) w_0'(1).$$

Таким образом, общее решение (14) с частным решением (12) и константами интегрирования (15), (16) описывает перемещения в круговой трехслойной пластине на упругом основании при симметричной произвольной нагрузке и различных условиях закрепления ее контура.

Для аналитической записи локальной распределенной нагрузки далее используется функция Хевисайда нулевого порядка [3]:

$$H_0(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (17)$$

Численные исследования проводились для защемленной по контуру пластины, слои которой набраны из материалов Д16Т–фторопласт–Д16Т. Геометрические параметры пластины отнесены к ее радиусу r_1 , относительные толщины слоев: $h_1 = h_2 = 0,04$, $h_3 = 0,4$. Коэффициенты жесткости соответствуют слабым ($\kappa_0 = 1$ МПа/м), средним ($\kappa_0 = 100$ МПа/м) и жестким ($\kappa_0 = 5000$ МПа/м) основаниям.

Нагрузка, равномерно распределенная по всей поверхности пластины, $q_0 = \text{const}$. В этом случае частное решение (12) можно записать в конечном виде

$$w_0 = \frac{q}{\kappa^4} = \frac{q_0}{\kappa_0}.$$

Рис. 2 иллюстрирует зависимость прогиба w в центре трехслойной пластины от коэффициента постели κ_0 (МПа/м). Для слабых оснований влияние его жесткости ($\kappa_0 \leq 10$) незначительно. В области значений $\kappa_0 = 50 \dots 500$ МПа/м происходит резкое уменьшение прогиба. При жестких основаниях ($\kappa_0 > 5000$ МПа/м) величина прогиба мала и стабильна.

Нагрузка, равномерно распределенная по кольцу $a \leq r \leq b$. Ее можно записать с помощью функций (17):

$$q = q_0 [H_0(b-r) - H_0(a-r)]. \quad (18)$$

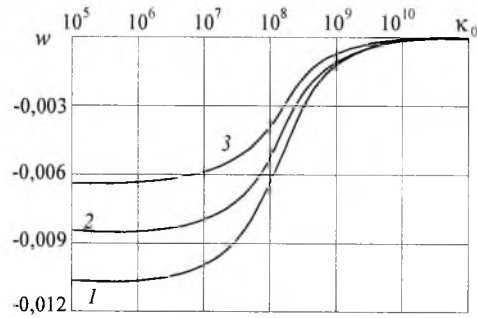


Рис. 2. Изменение прогиба w в центре пластины в зависимости от коэффициента постели κ_0 при различных значениях интенсивности распределенной нагрузки: 1 – $q_0 = 1$ МПа; 2 – $q_0 = 0,8$ МПа; 3 – $q_0 = 0,6$ МПа.

Частное решение w_0 и его значения на контуре пластины, входящие в (15), при нагрузке (18) будут следующими:

$$w_0(r) = Dq_0 \int_0^r K(r,s)[H_0(b-s) - H_0(a-s)]ds;$$

$$w'_0(1) = Dq_0 \int_0^r \frac{\partial K(r,s)}{\partial r} [H_0(b-s) - H_0(a-s)]ds \Big|_{r=1} = Dq_0 \int_a^b \frac{\partial K(r,s)}{\partial r} \Big|_{r=1} ds;$$

$$w_0(1) = Dq_0 \int_0^1 K(1,s)[H_0(b-s) - H_0(a-s)]ds = Dq_0 \int_a^b K(1,s)ds.$$

На рис. 3 показано изменение прогиба w в центре пластины в зависимости от положения кольцевого пятна нагрузки. Толщина кольца принята $b - a = 0,25$. При $a = 0$ нагрузка распределена по кругу радиуса b , при $a = 0,75$ кольцо нагрузки примыкает к контуру пластины. Максимум прогиба наблюдается при значении координаты $a = 0,25$. Увеличение жесткости основания в 100 раз приводит к уменьшению прогиба на 44%.

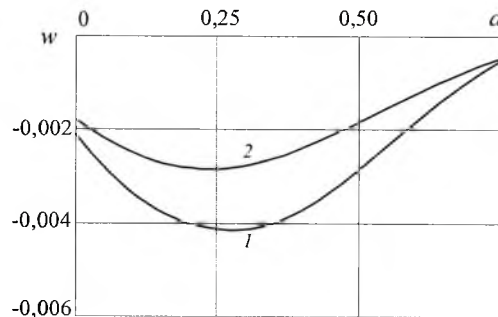


Рис. 3. Изменение прогиба w в центре пластины в зависимости от положения кольцевого пятна нагрузки a : 1 – $\kappa_0 = 1$; 2 – $\kappa_0 = 100$.

Параболическая нагрузка, распределенная по кругу $r \leq a$. Закон ее распределения имеет вид

$$q(r) = q_0 H_0(a-r) \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right). \quad (19)$$

Для преобразования решения на случай нагрузки (19) необходимо в частное решение внести изменения:

$$w_0(r) = Dq_0 \int_0^r K(r,s) H_0(a-s) \left(1 - \left(\frac{s}{a} \right)^2 \right) ds;$$

$$w_0(1) = Dq_0 \int_0^1 K(1,s) H_0(a-r) \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) ds = Dq_0 \int_0^a K(1,s) \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) ds;$$

$$w'_0(1) = Dq_0 \int_0^r \frac{\partial K(r,s)}{\partial r} H_0(a-s) \left(1 - \left(\frac{s}{a} \right)^2 \right) ds \Big|_{r=1}.$$

Рис. 4 иллюстрирует изменение вдоль радиуса круговой трехслойной пластины прогиба и сдвига в заполнителе при параболической нагрузке. При увеличении пятна нагрузки перемещения возрастают. Они достигают максимальных значений при нагрузке, распределенной по всей поверхности пластины.

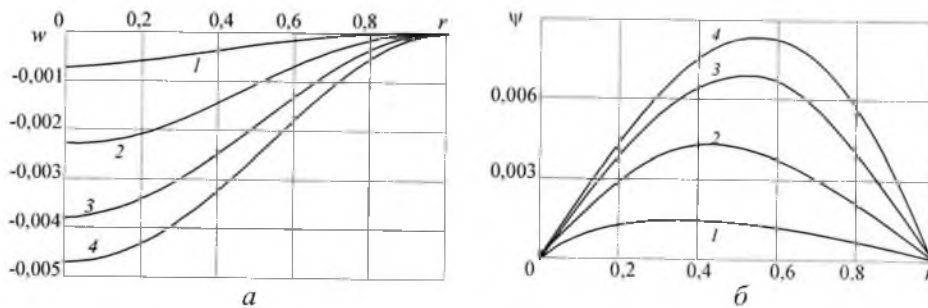


Рис. 4. Изменение прогиба w и сдвига в заполнителе ψ вдоль радиуса пластины при различных значениях параболической нагрузки: 1 - $a = 0,25$; 2 - $a = 0,5$; 3 - $a = 0,75$; 4 - $a = 1$.

На рис. 5 приведена зависимость прогиба круговой трехслойной пластины от радиуса пятна нагрузки при различной ее форме и величине. С ростом радиуса пятна нагрузки прогиб увеличивается нелинейно, достигая максимума при нагрузке, распределенной по всей поверхности пластины. При одинаковой амплитуде нагрузок (на рис. 5 кривые 1, 2) бóльший по величине прогиб вызывает прямолинейная нагрузка. Если использовать статически эквивалентные нагрузки (на рис. 5 кривые 2, 3), то прогиб от параболической нагрузки больше, что соответствует результатам, полученным ранее для трехслойных элементов конструкций, не находящихся на упругом основании [3].

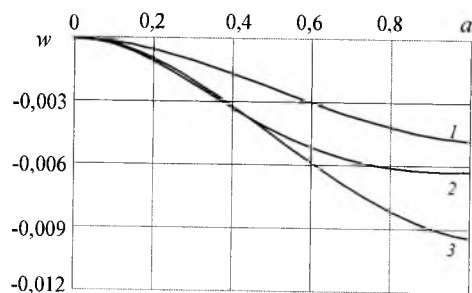


Рис. 5. Зависимость прогиба пластины w от радиуса пятна нагрузки a при различной ее форме и величине: 1 – прогиб от параболической нагрузки амплитудой q_0 ; 2 – прогиб от прямоугольной нагрузки амплитудой q_0 ; 3 – прогиб от параболической нагрузки амплитудой $q_1 = 2q_0$, статически эквивалентной прямоугольной нагрузке $q_0 = 1$ МПа.

Заключение. Приведенное общее решение (11), (12) можно использовать для исследования любого случая изгиба симметричной нагрузкой трехслойной круговой пластины с легким заполнителем на упругом основании при наличии отверстия или без него. Жесткие основания разгружают пластину и обеспечивают более рациональную ее эксплуатацию.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект T03M-014).

Резюме

Розглянуто згин пружної кругової тришарової пластини з легким заповнювачем, що перебуває в стані спокою на пружній основі. Для опису кінематики несиметричного по товщині пакета згину пластини прийнято гіпотези ломаної нормалі. Реакція основи описується моделлю Вінклера. Навантаження локально симетричне. Отримано систему рівнянь рівноваги та точний її розв'язок в переміщеннях. Наведено числові результати для тришарової металополімерної пластини.

1. Старовойтов Э. И., Яровая А. В. Напряженно-деформированное состояние трехслойного металлополимерного стержня // Пробл. прочности. – 1998. – № 3. – С. 114 – 123.
2. Яровая А. В. Термоупругопластический изгиб трехслойного стержня в условиях абляции // Материалы, технологии, инструменты. – 2000. – № 3. – С. 23 – 25.
3. Плескачевский Ю. М., Старовойтов Э. И., Яровая А. В. Деформирование металлополимерных систем. – Мн.: Белорус. наука, 2004. – 342 с.
4. Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Яровая А. В. Колебания круглой линейно-вязкоупругой трехслойной пластинки // Пробл. прочности. – 2001. – № 3. – С. 100 – 107.
5. Старовойтов Э. И., Леоненко Д. В., Яровая А. В. Колебания круговых трехслойных пластин под действием распределенных локальных нагрузок // Там же. – 2002. – № 5. – С. 70 – 79.

6. Старовойтов Э. И., Леоненко Д. В., Яровая А. В. Колебания круглых трехслойных пластин под действием поверхностных нагрузок различных форм // Там же. – 2003. – № 4. – С. 32 – 39.
7. Яровая А. В. Деформирование слоистых элементов конструкций в терморadiационном поле // Там же. – № 6. – 2004. – С. 111 – 118.
8. Яровая А. В. Циклические нагружения слоистых вязкоупругопластических тел в терморadiационном поле // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2004. – № 3. – С. 116 – 124.
9. Яровая А. В. Радиационный удар по круговой трехслойной пластине // Весці НАНБ. Сер. Фіз.-тэхн. навук. – 2004. – № 3. – С. 54 – 59.
10. Яровая А. В., Старовойтов С. А. Трехслойный стержень на упругом основании // Материалы, технологии, инструменты. – 2003. – № 2. – С. 9 – 11.
11. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1976. – 576 с.

Поступила 17. 01. 2005