

## Деформирование и прочность ковкого чугуна при сложном напряженном состоянии

В. П. Ламашевский, И. В. Маковецкий

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Проанализированы экспериментальные данные об особенностях деформирования, повреждаемости и прочности ковкого чугуна, полученные при испытаниях трубчатых образцов в условиях простого нагружения осевой силой и внутренним давлением. Показано, что “деградация” структуры материала зависит от параметров напряженного состояния. Установлены соответствующие критерии для описания предельных состояний текучести и разрушения.*

**Ключевые слова:** ковкий чугун, сфероидизация, сложное напряженное состояние, предельное состояние, текучесть, разрушение, коэффициент поперечной деформации, повреждаемость, разрыхление, рассеяние характеристик, твердость, коэффициент вариации, коэффициент гомогенности по Вейбуллу.

В последнее время для изготовления несущих элементов конструкций во многих областях машиностроения широко применяют чугуны с графитовыми включениями специальной формы, в частности ковкие, в которых свободный графит находится в хлопьевидном виде. Применение этих материалов обусловлено уникальным сочетанием физико-механических и технологических свойств, которые часто выше таковых других металлических материалов, включая конструкционные стали [1, 2 и др.].

Механические свойства чугунов зависят от ряда факторов: структуры металлической основы; формы и размеров включений свободного графита; химсостава и типа модифицирующих добавок, влияющих на формирование включений графита, которые по форме и размерам могут регулироваться в широких пределах путем вариации технологии получения металла; вида и режимов термообработки.

Деформирование чугунов при механическом нагружении, как известно [3–5], на микро- и макроуровнях из-за включений графита сопровождается трещинообразованием (разрыхление структуры), интенсивность протекания которого главным образом зависит от размеров и формы графитовых включений. Процесс трещинообразования не может не повлиять на работоспособность данных материалов в конструкции.

На основании результатов многочисленных экспериментальных исследований [1, 2, 6 и др.] предложен ряд зависимостей, позволяющих в той или иной мере описывать характер поведения чугунов со специальной формой включений графита в условиях одноосного нагружения. К сожалению, из-за отсутствия обширных экспериментальных данных прогнозирование поведения чугунов при работе в условиях сложного напряженного состояния крайне затруднительно. Поэтому многие вопросы механического поведения такого класса материалов применительно к условиям работы реальных конструктивных элементов остаются практически малоизученными.

Ниже рассматриваются результаты экспериментального исследования закономерностей поведения ковкого чугуна при механическом нагружении в условиях сложного напряженного состояния.

Ковкий чугун получали путем длительного отжига в присутствии никеля ранее отлитых заготовок доэвтектического белого чугуна диаметром 30 мм и длиной 200 мм следующего химического состава, %: 2,50 С; 1,25 Si; 0,30 Mn; P, S, Cr, Ti < 0,06 каждого; остальное – Fe. После термообработки получили ферритный ковкий чугун со структурой, состоящей из металлической ферритной матрицы (95...97% площади) с зернами феррита размером порядка 0,012 мм и графитовых включений хлопьевидной формы с линейным размером около 0,0045 мм, которые распределены по полю ферритных зерен (рис. 1).

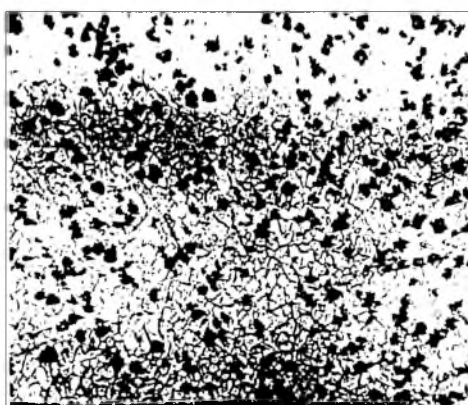


Рис. 1. Микроструктура ковкого чугуна ( $\times 100$ ).

Поскольку одним из основных факторов, определяющих сопротивление деформированию и уровень механических характеристик чугунов, является форма включений графита, для исследуемого чугуна определяли степень сфероидизации (в %) графита, которая оценивалась как отношение суммарного количества графита правильной формы к таковому всего выделившегося графита [7]. В соответствии с зависимостью, описывающей связь предела прочности  $\sigma_B$  (МПа) и твердости  $HB$  (МПа) с количеством эвтектического графита в чугуне, определяли расчетный коэффициент формы графитовых включений  $K_\alpha$  [7]:

$$K_\alpha = \frac{1}{G} \left( 1 - \frac{\sigma_B}{3,5 HB} \right).$$

Здесь  $G$  – количество эвтектического графита, зависящее от химического состава сплава,

$$G = C_{\text{эвт}} - 2,1 = C + \frac{\text{Si}}{4} + \frac{\text{P}}{2} - 2,1,$$

где  $C$ ,  $\text{Si}$ ,  $\text{P}$  – содержание (в %) в чугуне углерода, кремния и фосфора соответственно.

С целью определения коэффициента формы графитовых включений  $K_\alpha$  в исследуемом чугуне в соответствии с ГОСТ 1497-84 для испытаний на растяжение из отлитых и термообработанных чугунных заготовок изготавливали пятикратные цилиндрические образцы диаметром 8 мм. При испытании этих образцов на универсальной машине “Baldvin-30” получены следующие усредненные значения (по данным пяти испытаний) механических характеристик:  $\sigma_B = 327$  МПа;  $\delta_5 = 11,8\%$ . Твердость металла в исходном состоянии  $HB = 118$  МПа.

Согласно полученным результатам, расчетный коэффициент сфероидизации  $K_\alpha$  для хлопьевидного графита в ковком чугуне составлял 0,28, тогда как для пластинчатых графитов в серых чугунах  $K_\alpha = 0,32...0,38$ , для вермикулярных графитов в чугуне  $K_\alpha = 0,18...0,23$ , для шарообразных графитов в высокопрочных чугунах  $K_\alpha = 0,02...0,07$ . Таким образом, хлопьевидный графит в исследуемом чугуне по степени сфероидизации находится между пластинчатыми и вермикулярными графитами в серых чугунах.

Закономерности деформирования, повреждаемости и разрушения ковкого чугуна в условиях напряженного состояния исследовали на трубчатых образцах, одновременно нагружаемых осевой (растягивающая или сжимающая) силой и внутренним давлением на установке типа СНТ [8], что позволяло в процессе испытаний записывать диаграммы деформирования в координатах  $N - \Delta l$  и  $P - \Delta D$ , где  $N$  и  $P$  – осевая сила и внутреннее давление в образце;  $\Delta l$  и  $\Delta D$  – изменения баз измерения деформаций, контролируемые с помощью специального электромеханического тензометра [9].

Форма и размеры трубчатого образца для испытаний выбирались с учетом размеров отлитых заготовок, требований однородности напряженного состояния рабочей части, конструктивных особенностей испытательного оборудования и измерительных средств, а также, что существенно, специфики структурного строения материала. Геометрия образца для испытаний показана на рис. 2.

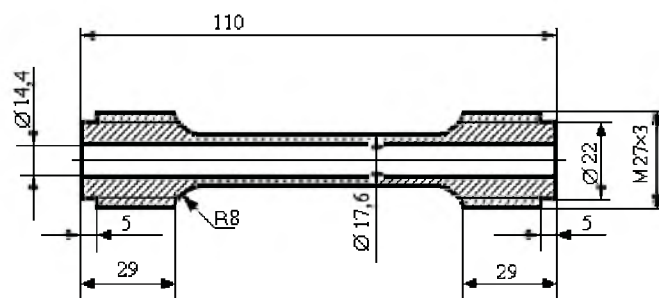


Рис. 2. Трубчатый образец для испытаний.

После изготовления образцы тщательно обмеряли: наружный диаметр – в трех равномерно расположенных вдоль рабочей длины образца сечениях по двум взаимно перпендикулярным направлениям микрометром; внутренний диаметр – в тех же местах с помощью индикаторного нутромера. Кроме

того, на специальной стойке [4], содержащей оправку с шариковыми опорами и индикатор, проверяли разностенность образцов. Образцы с геометрией, выходящей за пределы нормативных требований, выбраковывали.

Для контроля остаточных деформаций образцов после разрушения на их рабочей части с двух диаметрально противоположных сторон штангенрейсмусом с шагом 5 мм в продольном и тангенциальном направлениях наносили реперные линии, расстояние между которыми до и после испытаний измеряли с помощью инструментального микроскопа с ценой деления 5 мкм.

Испытательное оборудование позволяло записывать диаграммы деформирования в координатах  $N - \Delta l$  и  $P - \Delta D$ .

Одновременное нагружение трубчатого образца пропорционально изменяющимися осевой силой и внутренним давлением ( $N - P$ -опыты) [8] позволяло реализовать в его рабочей части широкий спектр соотношений главных напряжений в диапазоне  $-\infty \leq K = \sigma_z / \sigma_\theta \leq \infty$ , причем в такого рода опытах направления главных напряжений всегда совпадают с осевым и тангенциальным направлениями трубчатого образца в цилиндрической системе координат. Методика проведения испытаний позволяла исследовать область развитых пластических деформаций вплоть до момента разрушения образца. Скорость нагружения образцов, величина которой составляла примерно  $d\sigma_i / dt \approx 2$  МПа/мин, поддерживалась постоянной.

Для получения достоверной информации опыты неоднократно повторяли (испытывали три-четыре образца при каждом соотношении напряжений), их результаты усредняли.

На рис. 3 в качестве примера приведены исходные кривые деформирования ковкого чугуна, полученные при разных соотношениях напряжений  $K$ , в табл. 1 – механические характеристики металла в условиях сложного напряженного состояния.

Т а б л и ц а 1

Механические характеристики ковкого чугуна, полученные при испытаниях трубчатых образцов

$K = \frac{\sigma_z}{\sigma_\theta}$	$\sigma_{02}^z$ , МПа	$\sigma_{02}^\theta$ , МПа	$\sigma_z^p$ , МПа	$\sigma_\theta^p$ , МПа	$\varepsilon_z^k$ , %	$\varepsilon_\theta^k$ , %
$\infty$	220,0	–	325,0	–	7,80	–2,78
2	235,0	116,5	333,4	166,7	4,33	0,29
1	224,0	220,0	295,0	295,0	3,78	2,27
0,5	115,0	230,0	172,0	343,8	0,12	2,31
0	0	219,0	–	320,0	–1,88	4,1
–1	–140,0	140,0	–221*	218*	–7,06*	4,76*
– $\infty$	–242,0	–	–412*	–	–6,39*	3,19*

**Примечание.** Звездочкой отмечены значения, соответствующие потере устойчивости образца.

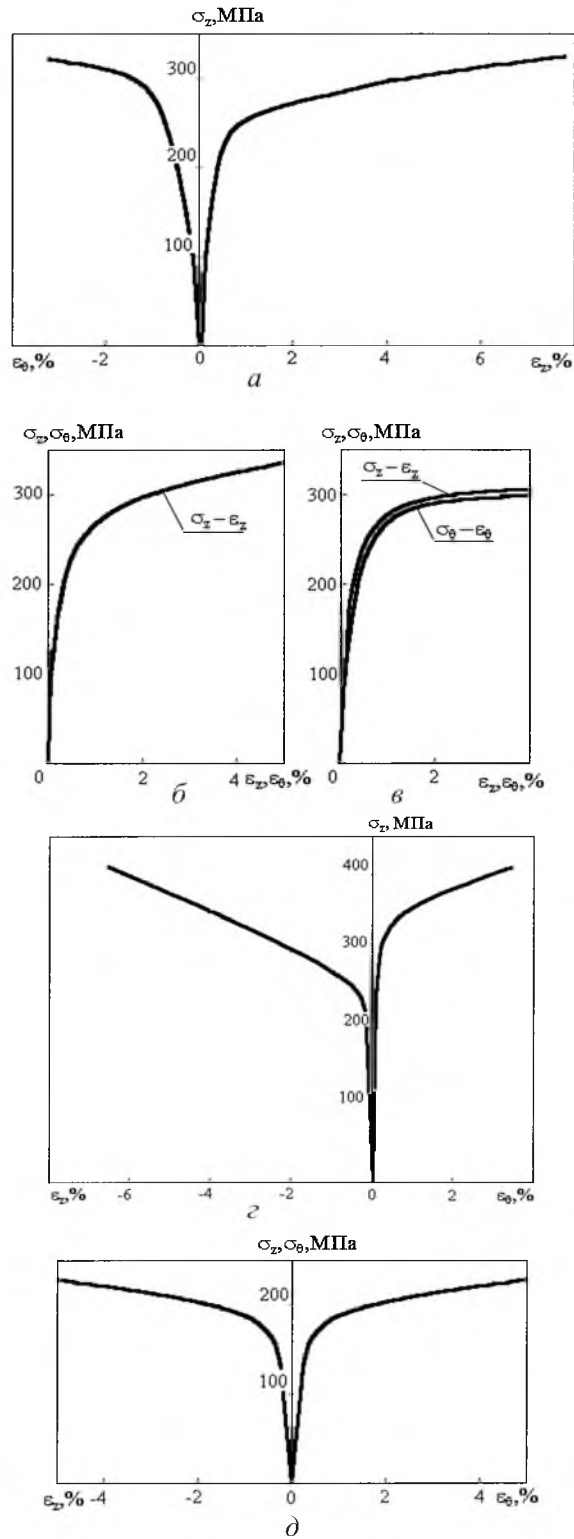


Рис. 3. Кривые деформирования ковкого чугуна при сложном напряженном состоянии: а –  $K = \sigma_z / \sigma_\theta = \infty$ ; б –  $K = 0,5$ ; в –  $K = 1$ ; г –  $K = -\infty$ ; д –  $K = -1$ .

Анализ приведенных данных показал, что независимо от соотношения главных напряжений связь между напряжениями и деформациями на начальном этапе деформирования линейная, однако обращает на себя внимание различие в сопротивлении упругому деформированию при растяжении и сжатии чугуна. Модуль упругости при растяжении  $E^p = 1,65 \cdot 10^5$  МПа, при сжатии  $E^c = 1,78 \cdot 10^5$  МПа, т.е. на 7,9% выше.

Кривые растяжения в осевом и тангенциальном направлении совпадают, что свидетельствует об изотропии механических свойств чугуна, однако уровень конечных деформаций при разрушении образца разный: в осевом направлении  $\varepsilon_z^k = 7,8\%$ , в тангенциальном направлении  $\varepsilon_\theta^k = 4,1\%$ . Различие между этими значениями составляет 47%, что, очевидно, связано, согласно [4], с влиянием формы образца.

Несимметричность кривых  $\sigma_z - \varepsilon_z$  и  $\sigma_\theta - \varepsilon_\theta$  при чистом сдвиге дает основание рассматривать ковкий чугун как среду, элементы которой при пластическом деформировании в условиях сложного напряженного состояния имеют разные модули упрочнения при растяжении и сжатии. Для подтверждения этого предположения на рис. 4 построены зависимости секущего модуля  $E'$  при растяжении и сжатии от уровня действующего напряжения. Видно, что с увеличением уровня последнего качественного различия в характере изменения секущего модуля не наблюдается, однако при одинаковых уровнях напряжений его абсолютное значение при сжатии больше, чем при растяжении. Кроме того, при деформировании растяжением значение секущего модуля начинает резко уменьшаться при напряжениях, несколько меньших, чем при деформировании сжатием.

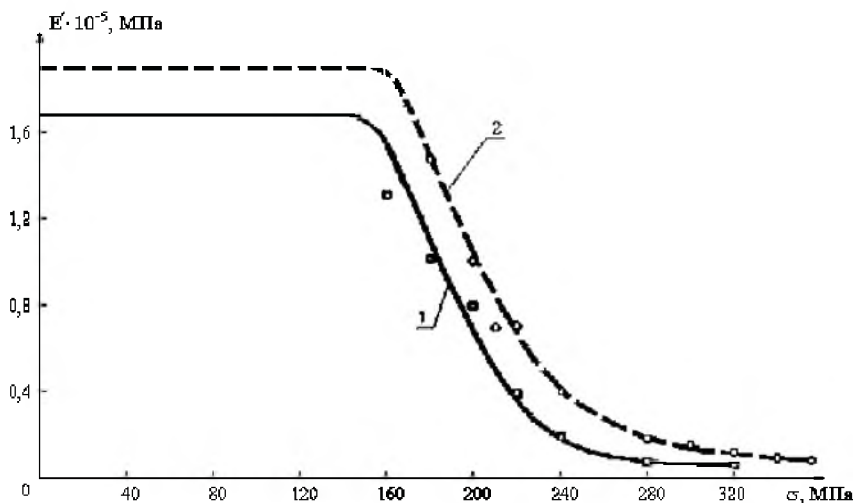


Рис. 4. Зависимость секущего модуля от уровня напряжений при одноосных растяжении (1) и сжатии (2).

Следует также отметить, что при испытаниях на одноосное сжатие ( $K = -\infty$ ) и чистый сдвиг ( $K = -1$ ) трубчатые образцы при развитых упруго-

пластических деформациях теряли устойчивость, поэтому далее результаты испытаний при этих видах нагружения рассматриваются только до момента потери устойчивости образца.

Для поликристаллических материалов, особенно структурно-неоднородных, к которым можно отнести и исследуемый чугун, принципиальной особенностью упругопластического формоизменения является неоднородность протекания деформации в локальных объемах. Как показывают многочисленные опыты, в процессе деформирования плотность однородных материалов изменяется незначительно (на десятые или даже сотые доли процента) и лишь при существенно развитых деформациях достигает величин, близких к процентам, что объясняется появлением в объеме деформируемого металла большого количества микротрещин. Деформирование структурно-неоднородных материалов уже на начальном этапе из-за значительной концентрации напряжений около дефектов сопровождается интенсивным трещинообразованием. Причем микронеоднородный характер деформирования предопределяет возможность достижения предельного напряженно-деформированного состояния в отдельных микрообъемах, когда материал в целом обладает достаточными запасами прочности и пластичности. В результате за нарушение сплошности отвечают те микрообъемы металла, в которых деформации максимальны.

Известно, что величина соотношения работ, затрачиваемых на объемную деформацию и формоизменение материала, изменяется в процессе деформирования в соответствии с вариацией коэффициента поперечной деформации, который в этом случае может служить характеристикой деформационной способности материала. На рис. 5 приведены диаграммы растяжения и сжатия ковкого чугуна. Там же показаны зависимости коэффициента поперечной деформации от степени деформации при этих видах нагружения. Отметим, что при растяжении рассматривается весь диапазон деформирования ( $0 \leq \varepsilon_p \leq \varepsilon_p^k$ ), при сжатии – до момента потери устойчивости трубчатого образца ( $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_c^{уст}$ ). Видно, что в случае растяжения ( $\sigma_0 > 0$ ) коэффициент поперечной деформации при переходе от упругого деформирования к упругопластическому увеличивается от значения коэффициента Пуассона  $\mu'_p = 0,275$  до  $\mu = 0,48$  при уровнях деформации  $\varepsilon_z = 3,5...4,0\%$ , затем по мере повышения степени деформации до момента разрушения его значение уменьшается до  $\mu = 0,385$ , что соответствует моменту разрушения образца ( $\varepsilon_p^k = 7,8\%$ ). При одноосном сжатии во всем диапазоне упругопластического деформирования (вплоть до момента потери устойчивости образца,  $\varepsilon_c^{уст} = 6,5\%$ ) наблюдается увеличение коэффициента  $\mu$ , причем его значение при деформации порядка 2% выше 0,5, что соответствует постоянству объема материала при деформировании.

Из приведенных на рис. 5 данных также следует, что по мере роста упругопластических деформаций ковкого чугуна коэффициент поперечной деформации при растяжении несколько снижается, при сжатии – он выше значения 0,5, что свидетельствует об изменении деформируемого объема.

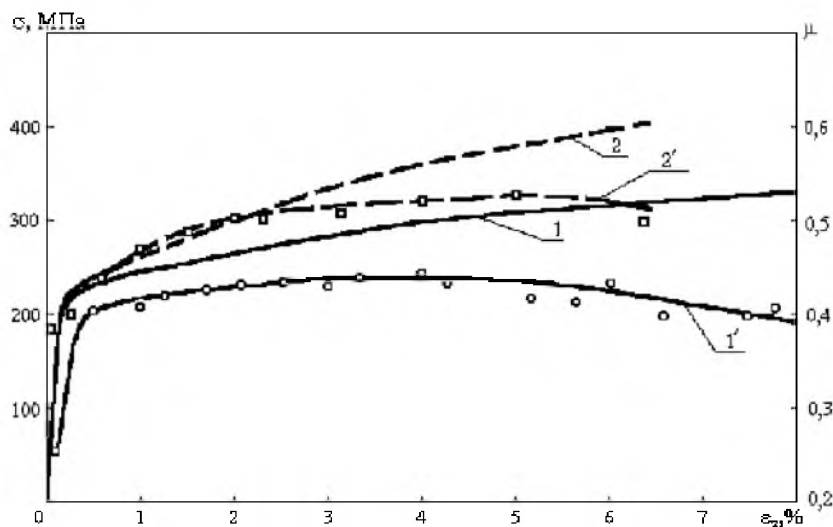


Рис. 5. Кривые деформирования ковкого чугуна при растяжении (1) и сжатии (2) и зависимости коэффициента поперечной деформации от степени деформации при растяжении (1') и сжатии (2').

В работе [10] на основании физически непротиворечивого предположения о росте пор и микротрещин в материале показано, что уровень деформаций разрыхления при растяжении определяется выражением

$$\varepsilon_p = (1 - 2\mu)\varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  и  $\mu$  – текущие значения деформации растяжения и коэффициента поперечной деформации соответственно.

Рис. 6 иллюстрирует построенную в соответствии с этой формулой зависимость деформации разрыхления ковкого чугуна от степени деформации при растяжении. Видно, что с повышением степени деформации интенсивность роста деформаций разрыхления увеличивается, по достижении определенного уровня деформаций (для данного чугуна порядка 7,6%) развившиеся микротрещины перерастают в макротрещину (интенсивность роста кривой 1 существенно возрастает).

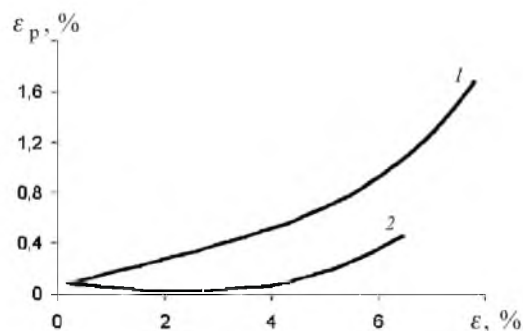


Рис. 6. Зависимость деформации разрыхления чугуна от степени деформации при растяжении (1) и сжатии (2).



Несмотря на некоторую противоречивость применения данной феноменологической модели для определения деформаций разрыхления в чугуне при сжатии на рис. 6 приведена также зависимость  $\varepsilon_p = \varphi(\varepsilon)$ , из которой следует, что для начала развития микротрещин в металле необходим определенный инкубационный период. На начальной стадии упругопластического деформирования происходит уплотнение материала, связанное с закрытием микродефектов, благоприятно ориентированных по отношению к полю действующих напряжений. По достижении определенного уровня пластического деформирования ( $\varepsilon_c \approx 2\%$ ) в локальных объемах наступает состояние предельного равновесия и вступает в действие механизм раскрытия микротрещин, благоприятно ориентированных по отношению к силам межчастичного сцепления.

Приведенные на рис. 6 данные свидетельствуют о зависимости интенсивности развития процессов разрыхления исследуемого материала от ориентации шарового тензора напряжений. Кривая 2, характеризующая процесс разрыхления ковкого чугуна при сжатии, расположена значительно ниже аналогичной кривой для растяжения 1, хотя при развитых пластических деформациях указанные зависимости качественно подобны.

Интенсивность процессов зарождения, роста и коагуляции микротрещин и пор, происходящих на субмикро-, микро- и макроуровнях в материале зависит от ориентированности распределения полей микронапряжений, возникающих в зонах их концентрации под действием внешних нагрузок.

Таким образом, можно констатировать, что в процессе деформирования структура ковкого чугуна повреждается, что, естественно, влияет на его механические свойства.

В последнее время для оценки поврежденности материала в процессе наработки используется метод “LM-твердости” [11], в котором поврежденность оценивается по параметрам рассеяния характеристик твердости материала на разных стадиях деформирования. В этой связи интересно проследить за влиянием параметров напряженного состояния на величины коэффициентов гомогенности по Вейбуллу  $m$  и вариации  $v$ . С этой целью в зонах разрушения образцов, испытанных при разных соотношениях главных напряжений  $K' = \sigma_\theta / \sigma_z$ , на шлифах в 25–30 местах измеряли твердость. По результатам измерений определяли характеристики рассеяния полученных значений твердости: параметры  $m$  и  $v$ . Соответствующие данные о характере деформирования образцов, данные о средних значениях твердости по результатам измерений, а также полученные соответствующие коэффициенты приведены в табл. 2.

На рис. 7 и 8 дана графическая интерпретация результатов табл. 2. Видно, что характеристики твердости материала зависят от предыстории его нагружения. Сопоставляя твердость чугуна, испытанного при разных соотношениях главных напряжений, с твердостью в исходном состоянии, отметим, что в зависимости от этого соотношения значения твердости как повышались, так и понижались. Например, твердость металла, испытанного при  $K' = \sigma_\theta / \sigma_z = -1$ , что соответствует кручению, по сравнению с твердостью металла в исходном состоянии возросла, что, очевидно, связано с упрочнением зерен феррита при пластическом деформировании и отсутствием

процесса трещинообразования при  $\sigma_{\text{окт}} = 0$ . Твердость металла после испытаний при других соотношениях главных напряжений ниже таковой металла в исходном состоянии, что, по-видимому, обусловлено более интенсивным развитием деформаций разрыхления при положительном значении шарового тензора напряжений. Твердость чугуна, испытанного в условиях равномерного двухосного растяжения, снизилась на 10% по сравнению с твердостью чугуна в исходном состоянии.

Т а б л и ц а 2

Значения механических характеристик и коэффициентов  $m$  и  $\nu$  ковкого чугуна при сложном напряженном состоянии

$K = \sigma_z / \sigma_\theta$	$\sigma_\theta^k$ , МПа	$\sigma_z^k$ , МПа	$\varepsilon_\theta^k$ , %	$\varepsilon_z^k$ , %	$\sigma_{\text{окт}}$ , МПа	$\tau_{\text{окт}}$ , МПа
-1	221*	218*	7,10*	-4,76*	0*	179,6*
0	-	325	-2,78	7,80	108,3	153,2
1	295	295	2,95	3,78	196,7	139,1
2	344	172	2,31	0,12	172,0	140,4
-	-	-	-	-	-	-
	$\sigma_{\text{окт}} / \tau_{\text{окт}}$		$\varepsilon_i$ , %	$HB$ , МПа	$m$	$\nu$
-1	0*		7,42*	122,0*	20,1	5,52*
0	0,71		6,48	112,0	11,6	10,20
1	1,41		5,92	110,8	21,1	5,28
2	1,22		2,60	114,3	26,7	4,17
-	-		-	118,0**	25,1**	4,43**

**Примечание.** Одной звездочкой отмечены значения в момент потери устойчивости трубчатого образца, двумя звездочками – значения для металла в исходном (недеформированном) состоянии.

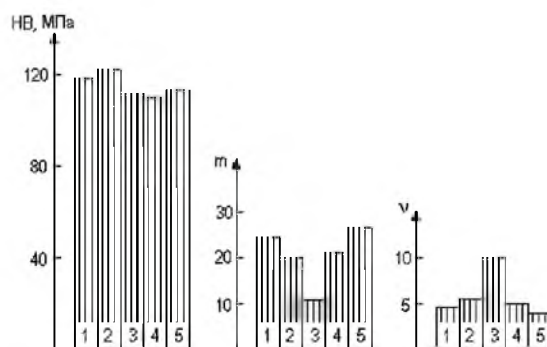


Рис. 7. Гистограммы средних значений твердости  $HB$ , коэффициента гомогенности по Вейбуллу  $m$  и коэффициента вариации  $\nu$  ковкого чугуна в исходном состоянии и после испытаний в условиях плоского напряженного состояния: 1 – исходное состояние; 2 –  $K = \sigma_z / \sigma_\theta = \infty$ ; 3 –  $K = 0$ ; 4 –  $K = 1$ ; 5 –  $K = 2$ .

Анализ приведенных на рис. 8 данных показал, что коэффициент гомогенности материала по Вейбуллу и коэффициент вариации являются более чувствительными показателями изменения структуры ковкого чугуна при

деформации в условиях плоского напряженного состояния по сравнению с твердостью. Обращает на себя внимание влияние знака шарового тензора напряжений на характер зависимости этих показателей от параметров вида напряженного состояния. К сожалению, из-за различного уровня интенсивностей пластических деформаций в местах измерения твердости (зона разрушения или потери устойчивости) образцов, испытанных при различных соотношениях главных напряжений, полученные данные не позволяют проследить в “чистом” виде за влиянием параметров напряженно-деформированного состояния на кинетику изменения структуры чугуна.

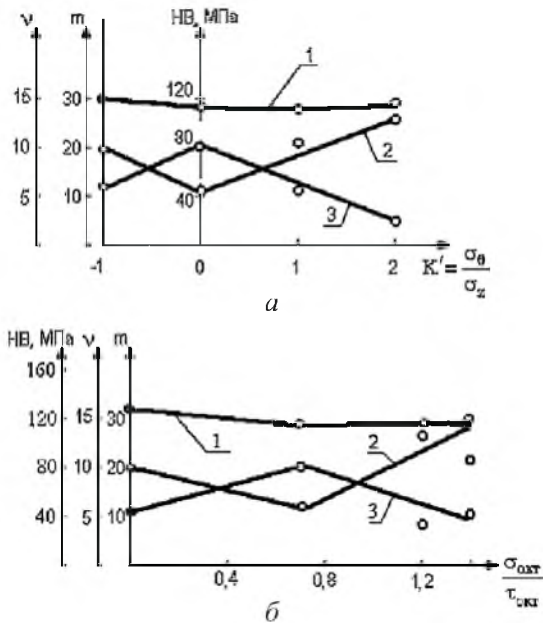


Рис. 8. Зависимость твердости  $HV$  (1), коэффициента гомогенности по Вейбуллу  $m$  (2) и коэффициента вариации  $v$  (3) от параметров напряженного состояния:  $a - K' = \sigma_{\theta} / \sigma_z$ ;  $b - \sigma_{окт} / \tau_{окт}$ .

Известно, что в соответствии с нормативной документацией влияние сложного напряженного состояния на работоспособность конструкционного материала оценивается по уровню эквивалентных напряжений, сопоставляемых с величиной допускаемого для материала напряжения, уровень которого устанавливается путем испытания стандартных образцов при одноосном растяжении. Эквивалентные напряжения рассчитываются с применением обоснованной гипотезы наступления предельного состояния (текучности или разрушения) конкретного материала.

На рис. 9 в плоскости главных напряжений  $\sigma_z - \sigma_{\theta}$  приведены предельные диаграммы наступления текучести и разрушения ковкого чугуна, построенные в соответствии со следующими гипотезами наступления предельных состояний [4]: условие Мизеса:

$$\sigma_i = \sigma_{одн}^p; \quad (1)$$

условие Кулона–Мора:

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{\text{одн}}^p}{\sigma_{\text{одн}}^{\text{сж}}} \sigma_3 = \sigma_{\text{одн}}^p; \quad (2)$$

условия Писаренко–Лебедева в виде

$$\chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1 = \sigma_{\text{одн}}^p \quad (3)$$

и

$$\chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1 A^{1-J} = \sigma_{\text{одн}}^p. \quad (4)$$

Там же темными и светлыми точками нанесены экспериментальные значения соответственно пределов текучести и пределов прочности, полученные при испытаниях ковкового чугуна при различных соотношениях  $K = \sigma_z / \sigma_\theta$ .

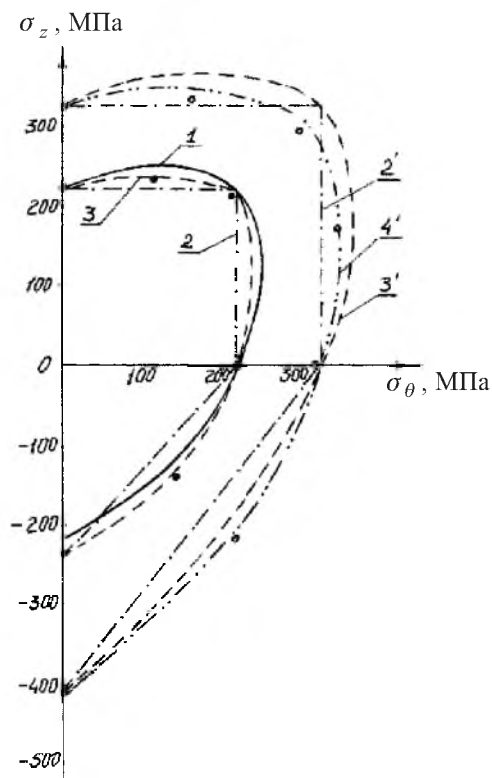


Рис. 9. Предельные диаграммы текучести (1–3) и прочности (2–4) ковкового чугуна при плоском напряженном состоянии: 1 – условие Мизеса; 2, 2' – условие Кулона–Мора; 3, 3' – условие Писаренко–Лебедева (3); 4' – условие Писаренко–Лебедева (4).

Сопоставление приведенных экспериментальных данных с таковыми, полученными по известным критериям, описывающим наступление предельного состояния материала в условиях плоского напряженного состояния, показало, что предельное состояние текучести ковкового чугуна удовле-

творительно описывается критерием (3), состояние разрушения – критерием (4), учитывающим специфику поведения металла при механическом нагружении, обусловленную структурной неоднородностью материала.

## Резюме

Проаналізовано експериментальні дані щодо особливостей деформування, пошкоджуваності і руйнування ковкого чавуну, що отримані при випробуваннях трубчатих зразків в умовах простого навантаження осью силою та внутрішнім тиском. Показано, що “деградація” структури чавуну в процесі навантаження залежить від параметрів напруженого стану. Установлено відповідні критерії для опису граничних станів текучості та міцності.

1. Пивоварский Е. Высококачественный чугун. – М.: Metallurgiya, 1965. – Т. 1, 2. – 1184 с.
2. Шебашинов М. П., Абраменко Ю. Е., Бех Н. И. Высокопрочный чугун в автомобилестроении. – М.: Машиностроение, 1988. – 136 с.
3. Леонов М. Я. Основы механики упругого тела. – Фрунзе: Изд-во АН Киргиз. ССР, 1963. – Вып. 1. – 238 с.
4. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 216 с.
5. Красовский А. Я., Калайда В. В. Прочность и трещиностойкость чугунов с шаровидным графитом. – Киев: Наук. думка, 1989. – 136 с.
6. Антонишин Ю. Т. Пластическая деформация чугуна. – Минск: Наука і техника, 1991. – 119 с.
7. Dinescu L., Craclunescu C., Constantine F., et al. Caracteristici mecanice la cald ale font cu crafit vermicular // Metallurgic. – 1982. – 34, No. 6. – P. 316 – 326.
8. Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Гигиняк Ф. Ф., Ламашевский В. П. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Издательский Дом “Ин Юре”, 2003. – 540 с.
9. Ламашевский В. П., Маковецкий И. В., Волков Ю. Н. Методика механических испытаний конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии в условиях высоких температур // Пробл. прочности. – 1987. – № 11. – С. 111 – 114.
10. Лебедев А. А., Чаусов Н. Г., Недосека С. А., Богинич И. О. Модель накопления повреждений в металлических материалах при статическом растяжении // Там же. – 1995. – № 7. – С. 31 – 40.
11. Патент України № 52107А. Спосіб оцінки деградації матеріалу внаслідок накопичення пошкоджень в процесі напруження, “Метод ЛМ-твердості” / А. О. Лебедев, М. Р. Музыка, Н. Л. Волчек. – Введено 15.01.2003, Бюл. № 1.

Поступила 20. 10. 2004