

Повышение точности определения характеристик упругости и неупругости высокодемпфирующих материалов резонансными методами

Е. А. Войтенко, А. Ф. Войтенко, Т. А. Абаджева

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Представлен краткий анализ амплитудно-частотных характеристик при переменной частоте возбуждения колебаний в образце и постоянной температуре, а также при постоянной частоте возбуждения колебаний и переменной температуре. Оценена погрешность определения характеристик упругости и неупругости высокодемпфирующих материалов резонансными методами.

Ключевые слова: резонансные методы, свободные затухающие и вынужденные колебания, консервативные и неконсервативные колебательные системы, характеристики упругости, амплитудно-независимое рассеяние энергии, резонансные кривые, логарифмический декремент колебаний, добротность системы, внутреннее трение, высокодемпфирующие материалы.

Введение. Для определения характеристик упругости и неупругости материалов широкое распространение получили достаточно простые и удобные резонансные методы [1–6]. Использование указанных методов при испытании материалов с низкой и средней демпфирующей способностью (по классификации [7]), характеризующихся величиной логарифмического декремента колебаний $\delta \leq 5\%$, позволяет получить приемлемые по точности экспериментальные данные. Однако использование их при испытании материалов с высокой демпфирующей способностью без анализа амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) колебательных систем может привести к значительным погрешностям.

Цель настоящей работы заключалась в выборе и оценке погрешности резонансных методов определения характеристик упругости и неупругости конструкционных материалов с высокой демпфирующей способностью ($\delta > 5\%$).

Расчетные соотношения и экспериментальные данные. Резонансный метод определения характеристик упругости и неупругости материалов основывается на рассмотрении вынужденных колебаний неконсервативной системы, чаще всего системы с одной степенью свободы [8, 9]. При этом амплитуда смещения X_0 находится по выражению

$$X_0 = \frac{a}{\sqrt{(1-\gamma^2)^2 + \left(\frac{\gamma}{Q}\right)^2}}, \quad (1)$$

где $\gamma = p/\omega$ (p – угловая частота вынуждающей силы постоянной величины P ; ω – угловая частота собственных колебаний системы); a – стати-

ческое смещение под действием силы P ; Q – безразмерная величина, называемая добротностью системы и определяемая как коэффициент усиления резонансной системы, т.е. амплитуда колебаний, возбужденных на резонансе, в Q раз больше смещения, которое вызвала бы та же сила, если бы была приложена статически. Величину, обратную добротности Q^{-1} , называют внутренним трением.

Добротность системы связана с декрементом колебаний δ следующим соотношением [9]:

$$\delta = \frac{\pi}{\sqrt{Q^2 - \frac{1}{4}}}. \quad (2)$$

Как известно [2], декремент колебаний определяется по свободным затухающим колебаниям с помощью формул

$$\delta = \ln X_i / X_{i+1} \quad \text{или} \quad \delta = \frac{1}{n} \ln K (K = X_i / X_{i+n}). \quad (3)$$

Из соотношения (2) следует, что при высоких значениях добротности Q имеем

$$\delta \approx \frac{\pi}{Q}, \quad Q = \frac{\pi}{\delta}, \quad (4)$$

при малых Q связь между декрементом колебаний и добротностью определяется по формуле (2).

При анализе получаемых при испытаниях резонансных кривых для определения характеристик упругости и неупругости рассмотрим экспериментальные резонансные кривые, записанные для образцов из высокодемпфирующих материалов.

Резонансные кривые получены на установке, выполненной по описанной в [2] схеме, согласно которой ось потенциометра настройки звукового генератора соединяли с приводом движения диаграммной бумаги электронного потенциометра ЭПП-09 (выбран с целью крупномасштабной записи кривой). На вход последнего подавался сигнал, пропорциональный амплитуде колебаний образца, и записывались резонансные кривые изгибных колебаний образцов диаметром 8 и длиной 120 мм при максимальной амплитуде деформации ($\sim 10^{-6}$).

Кривые для двух высокодемпфирующих материалов приведены на рис. 1. Видно, что с увеличением γ амплитуда смещения X_0 возрастает, особенно резко при больших значениях Q . Однако максимума она достигает при $\gamma < 1$ и затем уменьшается до величины, стремящейся к нулю. При этом резонансные кривые не симметричны, причем, чем меньше добротность, тем больше асимметрия кривой. Следует отметить, что асимметрию резонансной кривой авторы наблюдали и для материалов с высокой добротностью ($Q > 700$).

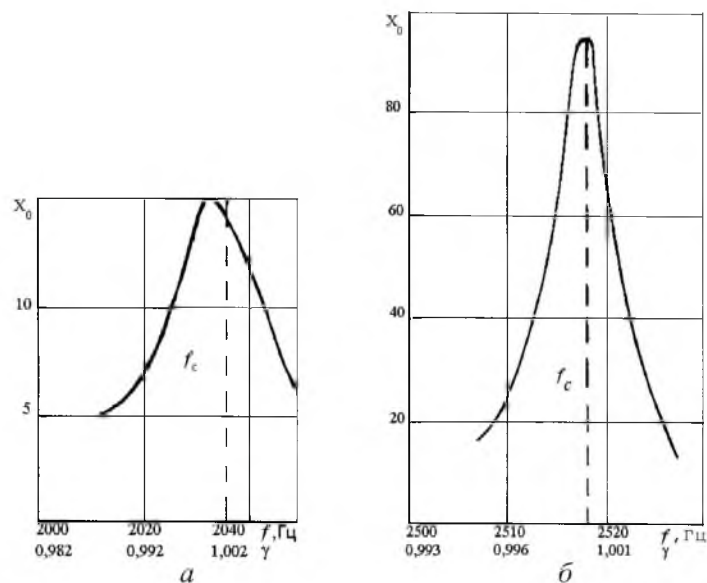


Рис. 1. Резонансные кривые, полученные при постоянной температуре и переменной частоте возбуждения колебаний в образце из сплава Г75Д25 (а) и стали О3Х13АГ19 (б): f_c – собственная частота колебаний образца.

Поскольку максимальная амплитуда колебаний образца имеет место при $\gamma < 1$, т.е. собственная частота его колебаний (без затухания) не равна частоте при максимальной амплитуде колебаний, необходимо уточнить, что понимать под резонансом: момент, когда частота приложения внешней силы p равна собственной частоте консервативной системы ω , т.е. $\gamma = 1$, или значение γ_0 , при котором амплитуда колебаний достигает максимума, что и используется в экспериментальной практике.

Поэтому вначале определим значение γ_0 при максимальной амплитуде колебаний образца, дифференцируя знаменатель соотношения (1). В результате получим, что он будет минимальным при

$$\gamma_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (1), определим максимальное значение амплитуды смещения $X_{0\max}$:

$$X_{0\max} = \frac{aQ}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}. \quad (6)$$

Из соотношений (5) и (6) следует, что при больших значениях добротности Q величина $X_{0\max}$ близка к Q , а γ_0 – к единице, поэтому нет существенной разницы в обоих определениях резонанса. Однако при малых значениях Q различные условия определения резонанса дадут разные значения искомой частоты для расчета характеристик упругости материала.

Поскольку при расчете характеристик упругости необходимо располагать значением собственной частоты f_c колебаний образца как консервативной системы, за условие момента резонанса следует принять условие, когда $\gamma = 1$. Следует учитывать, что амплитуда колебаний образца при этом не будет максимальной.

В лабораторной практике можно определить момент резонанса и соответствующую ему частоту (назовем ее условно “резонансной” f_p) при максимальной амплитуде колебаний образца, записав соотношение (5) следующим образом:

$$\frac{f_p}{f_c} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \quad (7)$$

Представив соотношение (7) в виде

$$f_c = \frac{f_p}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}, \quad (8)$$

получим формулу для расчета частоты f_c по экспериментальным данным для резонансной частоты f_p и добротности Q образца.

На основании формулы (7) можно оценить погрешность расчета модулей упругости E материалов, если в расчетных соотношениях вместо частоты f_c использовать частоту f_p . Для этого возведем в квадрат правую и левую части формулы (7):

$$1 - \left(\frac{f_p}{f_c}\right)^2 = \frac{1}{2Q^2}. \quad (9)$$

Осуществив простейшие преобразования с учетом близости значений частот f_p и f_c , получим формулу для расчета относительной погрешности определения модулей упругости $\Delta E^*/E^*$ в зависимости от добротности образца:

$$\frac{\Delta E^*}{E^*} = \frac{2\Delta f}{f_c} = \frac{1}{2Q^2} = (2Q^2)^{-1} \cdot 100\%. \quad (10)$$

Определим добротность Q образца, при которой колебательный процесс невозможен. Из данных рис. 1 и формул (5), (6) видно, что с уменьшением добротности материала максимальное значение амплитуды смещения сдвигается к $\gamma_0 \rightarrow 0$, и при весьма малой добротности максимум амплитуды будет приближаться к a . Поэтому нельзя в образце из такого материала возбудить колебания, а значит, и определить характеристики упругости и неупругости резонансными методами.

Рассмотрим разработанный авторами метод исследования температурной зависимости характеристик упругости и неупругости материалов, осно-

ванный на постоянстве параметров внешней силы и переменной жесткости системы за счет непрерывного изменения с определенной скоростью температуры образца при постоянной частоте возбуждения колебаний в процессе записи каждой резонансной кривой [10, 11]. Экспериментальные резонансные кривые (рис. 1), полученные при непрерывном понижении температуры образца, представлены на рис. 2. Кривые записывали на двухкоординатном самопишущем потенциометре, на горизонтальную ось которого подавался сигнал от датчика температуры, на вертикальную – сигнал, пропорциональный амплитуде колебаний образца [11].

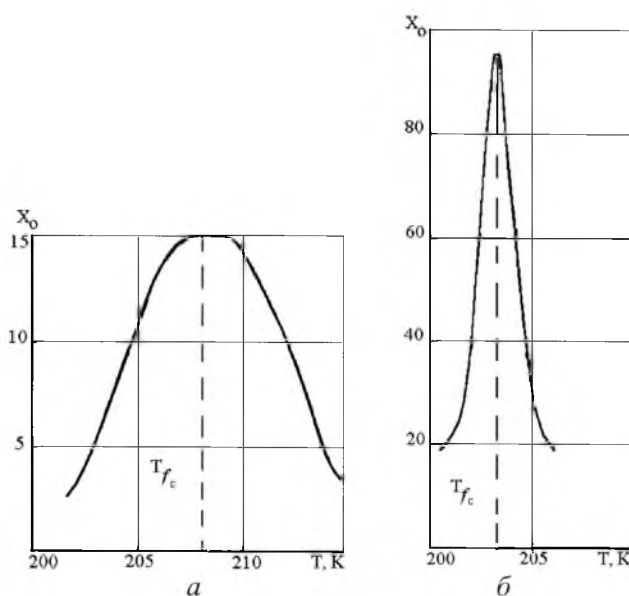


Рис. 2. Резонансные кривые, полученные при переменной температуре и постоянной частоте возбуждения колебаний в образце из сплава Г75Д25 (а) и стали 03Х13АГ19 (б): T_{f_c} – температура, при которой задаваемая частота соответствует собственной частоте колебаний образца.

Отметим, что в данном случае изменяется не только отношение собственной частоты к частоте внешней силы, но и структура колебательной системы. Так, добротность системы уже не является постоянной величиной. В этом случае одна резонансная кривая представляет собой колебания в непрерывной последовательности различных колебательных систем. Также заметим, что эти резонансные кривые абсолютно симметричны относительно вертикальной оси, проходящей через точку максимальной амплитуды колебаний.

С целью анализа такого колебательного процесса соотношение (1) для амплитуды смещения при вынужденных колебаниях запишем в виде

$$X_0 = \frac{P}{\sqrt{(D_1 - M_1 p^2)^2 + (\theta_1 p)^2}}, \quad (11)$$

где D_1 – коэффициент, учитывающий упругие свойства системы и зависящий от модуля упругости и формы образца; M_1 – коэффициент, завися-

щий от массы и формы образца; θ_1 – коэффициент, учитывающий затухание в системе.

Из формулы (11) видно, что при изменении какого-либо основного параметра резонанс наступит при $D_1 = M_1 p^2$, и максимальная амплитуда колебания будет равна

$$X_{0\max} = \frac{P}{\theta_1 p}. \quad (12)$$

Записав резонансные значения переменного D_1 и постоянного M_1 параметров с индексом нуль, получим

$$M_0 p^2 = D_0, \quad (13)$$

что является условием резонанса. В этих условиях резонанс наступит при точном совпадении частоты внешней силы с собственной частотой системы.

Введя добротность системы при резонансе как [9]

$$Q_0 = \frac{\sqrt{M_0 E_0}}{D_0} = \frac{D_0}{\theta_1 p} = \frac{M_0 p}{\theta_1} \quad (14)$$

(E_0 – модуль упругости металлов в момент резонанса) и учитывая формулу (12), можно записать

$$X_{0\max} = \frac{Q_0 P}{D_0} = Q_0 a, \quad (15)$$

где a – “статическое” смещение образца от действия вынуждающей силы P .

Отсюда имеем

$$Q_0 = \frac{X_{0\max}}{a}, \quad (16)$$

т.е. добротность равна максимальной амплитуде колебаний (при резонансе), деленной на статическое смещение от действия вынуждающей силы, что совпадает с общеизвестным представлением о добротности механической системы.

Однако формула (16) непосредственно не может быть использована для расчета добротности системы при резонансе, потому что статическое смещение a весьма трудно определить с достаточной точностью из-за его малости. В работе [12] показано, что данную формулу можно использовать для определения температурной зависимости добротности $Q_0(T)$ (при амплитудно-независимом рассеянии энергии) в процессе непрерывного изменения температуры образца с записью резонансных пиков при заданных температурах.

Именно таким образом для целого ряда значений температуры T , соответствующих фиксированным значениям резонансной частоты $f_c(T)$,

устанавливается величина резонансной амплитуды $X_{0\max}(T)$. Тогда, определяя каким-либо из приемлемых для данного рассеяния энергии в материале методов значение добротности $Q_0(T_k)$ при комнатной температуре T_k и учитывая, что величина a при неизменном значении амплитуды возмущающей силы пропорциональна квадрату собственной частоты f_c , получаем

$$Q_0(T) = Q_0(T_k) \left[\frac{f_c(T)}{f_c(T_k)} \right]^2 \frac{X_{0\max}(T)}{X_{0\max}(T_k)}. \quad (17)$$

Поскольку частоты $f_c(T_k)$ и $f_c(T)$ близки для большинства конструкционных материалов с металлической основой от 0 К до температуры $0,25T_s$ (T_s – температура плавления) и не превышают 10...15%, формулу (17) для указанных температур можно преобразовать, представив константу $A = Q_0(T_k)/X_{0\max}(T_k)$ через

$$Q_0(T) \approx AX_{0\max}(T), \quad (18)$$

т.е. добротность металла при заданной температуре T прямо пропорциональна амплитуде колебаний образца в момент резонанса A при этой температуре.

Оценка точности результатов. Погрешность определения характеристик упругости E и неупругости (декремент колебаний δ и добротность Q) оценивали при испытаниях хромомарганцевой стали 03Х13АГ19 ($\delta = 3,3\%$), сплавов Mn + 30 Cu ($\delta = 6,1\%$) и Fe + 20 Cr ($\delta = 10,5\%$), а также промышленного марганцево-медного сплава Г75Д25 (расчетный декремент $\delta_{\text{рас}} = 21\%$) на образцах диаметром 8 и длиной 120 мм*.

Для этих материалов определяли добротность и рассчитывали декремент колебаний по формуле (3).

Погрешность определения декремента при свободных затухающих колебаниях оценивали при испытании образца на установке [4], при этом декремент вычисляли по формуле $\delta = \frac{1}{n} \ln 3$ следующим образом. При пяти различных закреплениях образца в нитях подвеса измеряли количество его колебаний по мере уменьшения амплитуды в три раза. Рассчитывали погрешность определения количества колебаний в процессе заданного уменьшения амплитуды колебаний, средний декремент и относительную погрешность определения декремента $\Delta\delta/\delta_{\text{ср}}$. Если погрешность определения количества колебаний превышала примерно 20%, то определяли добротность Q^* материала методом резонансной кривой [4]. Относительную погрешность этого метода $\Delta Q^*/Q^*$ рассчитывали путем измерения ширины резонансной кривой на указанном уровне ($X_0 = 0,707X_{0\max}$) при пяти закреплениях образца, а также при одном закреплении и пятикратном построении резонансной кривой.

* В испытаниях принимал участие Ю. Ф. Баландин.

В процессе испытаний при постоянной частоте и переменной температуре образца определяли добротность Q при температурах, близких к комнатной, методом измерения половины относительной ширины резонансной кривой для квадратов амплитуд согласно [9]. Погрешность определения добротности $\Delta Q/Q$ оценивали аналогично случаю вычисления $\Delta Q^*/Q^*$. Результаты экспериментов и расчетов приведены в таблице.

Результаты расчета погрешности определения характеристик упругости и неупругости высокодемпфирующих материалов

Материал	Q	δ , %	δ^{-1}	$\Delta\delta/\delta$, %	$\Delta Q^*/Q^*$, %	$\Delta Q/Q$, %	$\Delta E^*/E^*$, %
Сталь 03Х13АГ19	95	3,3	30,3	10	10	5,0	0,005
Сплавы							
Мп–Cu	52	6,1	16,4	20	10	5,0	0,020
Fe–Cu	30	(10,5)	9,6	–	5	5,0	0,060
Г75Д25	15	(21,0)	4,8	–	5	7,5	0,200

Примечание. В скобках указаны расчетные значения δ .

Заключение. Анализ и расчеты погрешности оценки характеристик упругости и неупругости высокодемпфирующих материалов резонансными методами в широком интервале температур показали, что самым перспективным является метод, основанный на постоянной частоте возбуждения колебаний в образце и переменной температуре в изменяющихся интервалах температур. При использовании этого метода повышается точность определения собственной частоты колебаний образца и существенно упрощается установление температурной зависимости добротности материала, которая пропорциональна амплитуде колебаний образца в момент резонанса. Поскольку погрешности определения характеристик упругости и неупругости рассмотренными методами отличаются несущественно, добротность материала при комнатной температуре можно определять методом переменной частоты возбуждения колебаний образца по ширине резонансной кривой.

Резюме

Коротко проанализовано амплитудно-частотні характеристики при змінній частоті збудження коливальних у зразку і постійній температурі, а також при постійній частоті збудження коливальних і змінній температурі. Оцінено похибку визначення характеристик пружності і непружності високодемпфувальних матеріалів резонансними методами.

1. *ГОСТ 25156-82.* Металлы. Динамический метод определения характеристик упругости. – Введ. 01. 01. 83.
2. *Писаренко Г. С., Матвеев В. В., Яковлев А. П.* Методы определения характеристик демпфированных колебаний упругих систем. – Киев: Наук. думка, 1976. – 86 с.

3. *Войтенко А. Ф.* Стандартизация испытаний на определение характеристик упругости металлов при низких и повышенных температурах // НАН Украины. Ин-т пробл. прочности. – Препр. – Киев, 1990. – 36 с.
4. *Войтенко А. Ф., Баландин Ю. Ф., Шиманский С. Р.* Установка для определения характеристик упругости и неупругости материалов в вакууме при низких температурах // Пробл. прочности. – 1990. – № 9. – С. 94 – 97.
5. *Сорокин Е. С.* Методы экспериментального определения внутреннего трения в твердых телах // Вопросы прикладной механики. – М.: МИИТ, 1964. – Вып. 193. – С. 5 – 41.
6. *Криштал М. А., Головин С. А.* Внутреннее трение и структура металлов. – М.: Металлургия, 1976. – 236 с.
7. *Фавстов Ю. К., Шульга Ю. Н., Рахитадт А. Г.* Металловедение высокодемпфирующих сплавов. – М.: Металлургия, 1980. – 272 с.
8. *Кольский Г.* Волны напряжения в твердых телах / Пер. с англ. под ред. Г. С. Шапиро. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 191 с.
9. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. – М.: Наука, 1964. – 437 с.
10. *А. с. 244681 кл. 42к, 34/01.* Способ определения зависимости модулей упругости и коэффициента внутреннего трения материалов от температуры / *А. Ф. Войтенко, Г. С. Писаренко, Н. В. Новиков* // Открытия. Изобретения. – 1969. – № 18. – С. 113.
11. *Войтенко А. Ф., Новиков Н. В.* Способ определения характеристик упругости и неупругости материалов при непрерывном понижении температуры // Пробл. прочности. – 1969. – № 5. – С. 25 – 26.
12. *Матвеев В. В., Яковлев А. П., Войтенко А. Ф.* Об одной дополнительной возможности при определении характеристик рассеяния энергии материала // Рассеяние энергии при колебаниях механических систем. – Киев: Наук. думка, 1972. – С. 188 – 191.

Поступила 24. 12. 2003