УДК 629.179.14

В. В. Яковенко, д-р техн. наук,
В. В. Букреев, канд. техн. наук,
И. А. Берёзкина, канд. пед. наук

Восточноукраинский национальный университет
имени Владимира Даля, г. Луганск

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО РЕЖИМА ВОЗБУЖДЕНИЯ ФЕРРОЗОНДА

В статье предложена математическая модель импульсного режима функционирования феррозонда. Математическая модель учитывает влияние вихревых токов в сердечниках феррозонда. Определены параметры эквивалентной схемы цепи возбуждения при импульсном возбуждении. Определён коэффициент преобразования феррозонда, который возбуждается однополярными прямоугольными импульсами.

Ключевые слова: *феррозонд, импульс, электромагнитное поле, эквивалентная схема, коэффициент преобразования, амплитуда, вихревые токи.*

Постановка проблемы. По сравнению с обычным режимом работы феррозонда (ФД), режимом второй гармоники [1], однополярное импульсное возбуждение ФД имеет определённые преимущества: повышенный на порядок коэффициент преобразования, простую электронную схему генератора возбуждения и схему обработки выходного сигнала. Такой режим работы феррозонда используется в том случае, когда нет необходимости в низком пороге чувствительности, и когда устройство содержит матрицу феррозондов, функционирующих в условиях высокого. За исключением [2], в литературных источниках отсутствуют результаты теоретических исследований, дающих возможность оценить величину коэффициента преобразования ФД по известным параметрам сердечника, обмотки и импульса возбуждения. В настоящей статье предлагается математическая модель процесса возбуждения феррозонда прямоугольными однополярными импульсами, позволяющая определить характеристики ФД в указанном режиме.

Цель данной работы — разработка математической модели процесса однополярного импульсного возбуждения феррозонда.

Математическая модель.

1. Динамика перемагничивания сердечников ФД

При импульсном перемагничивании сердечников ФД короткими импульсами тока $\left(t_u = 5 \div 20 мкс\right)$ с крутым фронтом следует учитывать влияние вихревых токов на процесс перемагничивания. Влиянием явления магнитной вязкости пренебрегается, так как сердечники обычно имеют толщину более чем $0,05 \cdot 10^{-3}\,м$. Магнитная проницаемость сердечника считается величиной постоянной.

Пусть сердечник ФД представляет собой пластину прямоугольного сечения толщиной $2a$, высотой h и длиной l (рис. 1).

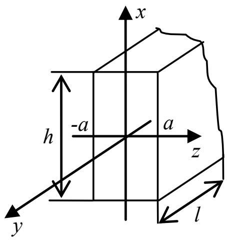

Рис. 1. *Геометрическая модель ФД*

Изображение по Лапласу уравнений электромагнитного поля для одномерной задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dH(p)}{dz} &= \gamma E(p) = \delta(p); \\ \frac{dE(p)}{dz} &= -\mu_0 \mu p H(p), \end{aligned} \tag{1}$$

где z — координата, нормальная к боковой поверхности пластины, $H(p)$ — изображение напряжённости магнитного поля в сердечнике, $E(p)$ — изображение напряжённости электрического поля в сердечнике, $\delta(p)$ — изображение плотности вихревых токов, γ — удельная проводимость материала сердечника, μ — относительная магнитная проницаемость материала сердечника, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,Гн/м$.

Решение (1) приведено в работе [3].

$$H(p) = H_a \frac{chqz}{chqa};\; E(p) = -\frac{p}{\gamma} H_a(p) \frac{shpz}{chqz}, \tag{2}$$

где $q = \sqrt{\mu_0 \mu \gamma p}$, $H_a(p)$ — напряжённость магнитного поля на поверхности сердечника.

Интегрируя плотность тока по длине магнитной линии сердечника l, находим изображение вихревого тока:

$$I_b(p) = l\int_0^a \delta(p)\,dz = \frac{lH_a(p)(1 - chqa)}{chqa} = l\left[H_0(p) - H_a(p)\right], \tag{3}$$

где $H_0(p)$ — изображение напряжённости магнитного поля в центре пластины $(z = 0)$.

Переходя к приведенному к обмотке с числом витков w значению вихревого тока, получается:

$$I_b' = -\frac{1}{w} I_b(p).$$

В результате получается эквивалентная схема катушки с сердечником, которая показана на рис. 2.

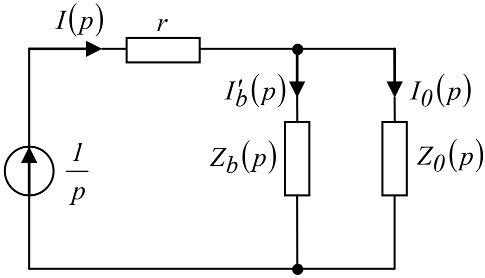

Рис. 2. *Эквивалентная схема катушки с сердечником*

Значения изображений токов, показанных на эквивалентной схеме (рис. 2) равны:

$$I(p) = \frac{H(p)l}{w};\ I_0(p) = \frac{H_0(p)l}{w}.$$

При интегрировании $E(p)$ по контуру сердечника получается изображение ЭДС индукции:

$$\varepsilon(p) = 2hw\frac{qH_a(p)}{\gamma} thqa,$$

поскольку

$$I_0(p) = \frac{H_a(p)l}{wchqa}, \tag{4}$$

получаем, что изображения сопротивлений равны:

$$\begin{aligned} z_b(p) &= \frac{\varepsilon(p)}{I_b(p)} = \frac{2hw^2 qshqa}{\gamma l(chqa-1)}; \\ z_0(p) &= \frac{\varepsilon(p)}{I_0(p)} = \frac{2hw^2 qshqa}{\gamma l}. \end{aligned} \tag{5}$$

Изображение общего сопротивления равно:

$$z(p) = r + \frac{z_0(p)\cdot z_b(p)}{z_0(p)+z_b(p)} = r + \frac{2hw^2 q}{\gamma l} thqa,$$

где r — сопротивление генератора возбуждения.

Вводятся следующие обозначения:

$$k = a\sqrt{\mu_0 \mu \gamma};\; R = \frac{2hw}{\gamma la}$$

и записывается изображение тока в проводе катушки:

$$I(p) = \frac{1}{p\left(r + kR\sqrt{p}thk\sqrt{p}\right)}. \qquad (6)$$

Оригинал функции $\sqrt{p}$ находится из следующего соотношения:

$$\frac{I\left(\sqrt{p}\right)}{\sqrt{p}} \to \frac{1}{\sqrt{\pi t}}\int_0^\infty i(\tau)e^{-\frac{\tau^2}{4t}}d\tau\,. \qquad (7)$$

Оригинал тока $I(p)$ записывается так [3]:

$$i(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}\int_0^\infty \left[\frac{1}{r} - \sum_{n=1}^\infty T(\alpha_n)\cos\frac{\alpha_n}{k}\tau\right]e^{-\frac{\tau^2}{4t}}d\tau\,, \qquad (8)$$

где α_n — корни трансцендентного уравнения:

$$r - R\alpha tg\alpha = 0,$$

$$T(\alpha_n) = \frac{2\cos^2\alpha_n}{R\alpha_n\left(0,5\sin 2\alpha_n + \alpha_n\right)}.$$

Учитывая, что

$$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\int_0^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4t}}d\tau = 1\,,$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\int_0^\infty cos\frac{\alpha_n}{R}\tau e^{-\frac{\tau^2}{4t}}d\tau = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}\frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{4t}F_1\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{2};-\left(\frac{\alpha_n}{k}\right)^2 t\right\} = e^{-\left(\frac{\alpha_n}{k}\right)^2 t},$$

окончательно получаем:

$$i(t) = \frac{1}{r} - \sum_{n=1}^\infty T(\alpha_n)e^{-\frac{t}{\tau_n}}\,, \qquad (9)$$

где $\tau_n = \left(\frac{k}{\alpha_n}\right)^2$. Следует отметить, что

$$\lim_{\gamma\to 0} T(\alpha_n) = \frac{1}{r};\; \lim_{\gamma\to 0}\tau_n = \frac{r}{L_0};\; L_0 = \frac{2ha\mu_0\mu w^2}{l}\,,$$

поэтому при $\gamma \to 0$ (9) приходит к обычному выражению

$$i(t) = \frac{u_0}{r}\left(1 - e^{-\frac{r}{L_0}t}\right).$$

Для выполнения начальных условий $t = 0$; $i = 0$ необходимо, чтобы

$$\frac{1}{r} = \sum_{n=1}^{\infty} T\left(\alpha_n\right).$$

Поэтому (9) можно записать так:

$$i\left(t\right) = \sum_{n=1}^{\infty} T\left(\alpha_n\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}}\right). \tag{10}$$

Поскольку τ_n является постоянной времени, то имеет место следующее:

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{\alpha_n\left(0,5\sin 2\alpha_n + \alpha_n\right)R}{2\cos^2\alpha_n}; \\ L_n &= \frac{k^2 R\left(0,5\sin 2\alpha_n + \alpha_n\right)}{2\alpha_n\cos^2\alpha_n}, \end{aligned} \tag{11}$$

и можно перейти к упрощённой эквивалентной схеме катушки с сердечником (рис. 3), где

$$\begin{gathered} r_b = \frac{r\xi}{1-\xi};\ \tau_b = \frac{\zeta}{\xi};\ L_b = \frac{r\zeta^2}{\xi}; \\ \zeta = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{br\tau_n}{r_n t_u}\left[e^{-\frac{t_u}{\tau_n}} + \left(\frac{2}{3} - \frac{\tau_n}{t_u}\right)\left(1 - e^{-\frac{t_u}{\tau_n}}\right)\right]; \\ \xi = \frac{2}{t_u}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{br\tau_n}{r_n t_u}\left[e^{-\frac{t_u}{\tau_n}} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\tau_n}{t_u}\right)\left(1 - e^{-\frac{t_u}{\tau_n}}\right)\right], \end{gathered} \tag{12}$$

а t_u — длительность импульса возбуждения.

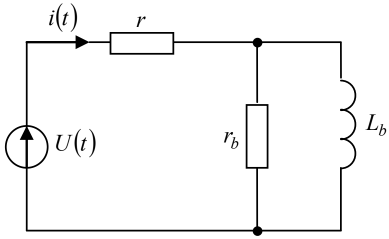

Рис. 3. *Упрощённая эквивалентная схема замещения катушки с сердечником*

В первом приближении можно считать, что $r_b = r\frac{r_1}{r - r_1}$, где r_1 рассчитывается по формуле (11).

Таким образом, влияние вихревых токов в цепи возбуждения ФД учитывается подсоединением параллельно обмотке возбуждения ФД сопротивления r_b.

2. Определение коэффициента преобразования феррозонда в импульсном режиме возбуждения

Электрическая принципиальная схема феррозонда показана на рис. 4.

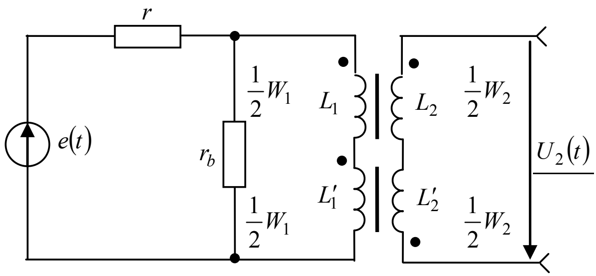

Рис. 4. *Электрическая принципиальная схема феррозонда*

Функция $B(H)$ в первом квадранте аппроксимируется двумя прямыми (рис. 5). Величина напряжённости измеряемого магнитного поля H_0. Аппроксимация функции $B(H)$ производится по линейному критерию.

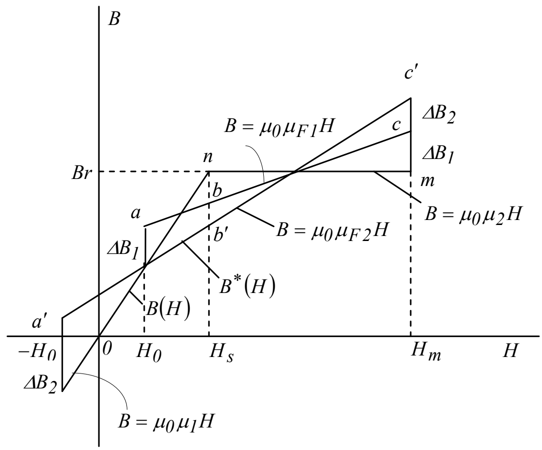

Рис. 5. *Аппроксимация функции* $B(H)$

$$\max\left|B(H) - B^*(H)\right| = \min! \tag{13}$$

Для того чтобы линия $B^*(H)$ являлась минимальным приближением линейно-ломаной лини $B(H)$ необходимо и достаточно, чтобы на заданном интервале аргумента имелись, по крайней мере, три точки, в которых разность $\vartriangle B = B(H) - B^*(H)$ принимала поочерёдно значения $-\vartriangle B, \vartriangle B, -\vartriangle B$ ($\vartriangle B$ некоторые положительные значения индукции (теорема П. Л. Чебышева)).

Зависимость $B^*(H)$ имеет вид:

$$B^*(H) = \left(\mu_0 \mu_1 - \frac{\vartriangle B}{H_3 - H_0} \right) \cdot H - \frac{H_0 \vartriangle B}{H_3 - H_0} + \vartriangle B \ . \qquad (14)$$

Относительная магнитная проницаемость аппроксимирующих зависимостей $B^*(H)$ будет равна:

$$\mu_{F_{1,2}} = \mu_1 - \frac{H_m(\mu_1 - \mu_2) - {B_r}/{\mu_0}}{H_m \mp H_0} + \vartriangle B \ . \qquad (15)$$

Для цепи возбуждения ФД можно записать следующее соотношение:

$$iR_э + (L_1 + L_1')\frac{di}{dt} = E_э, \qquad (16)$$

где

$$L_1 = \frac{\mu_0 \mu_{F_1} w_1^2 S}{l};\ L_1' = \frac{\mu_0 \mu_{F_2} w_1^2 S}{l};\ R_э = \frac{r \cdot r_b}{r + r_b};\ E_э = \frac{E \cdot r_b}{r + r_b}. \qquad (17)$$

Решением (17) будет функция

$$i = \frac{E_э}{r_э}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \qquad (18)$$

где $\tau = \dfrac{L_0(\mu_{F_1} + \mu_{F_2})}{r_э};\ L_0 = \dfrac{\mu_0 w_1^2 S}{l};\ t_u > t > 0.$

Напряжение в выходной обмотке ФД рассчитывается по формуле: при $0 < t \le t_u$

$$u_2 = \frac{E_k w_2(\mu_{F_1} - \mu_{F_2})}{w_1(\mu_{F_1} + \mu_{F_2})} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (19)$$

при

$$t > t_n \quad u_2 = \frac{I_m r_э k w_2(\mu_{F_1} - \mu_{F_2})}{w_1(\mu_{F_1} + \mu_{F_2})} \cdot e^{-\frac{t - t_u}{\tau}} \qquad (20)$$

$$I_m = \frac{E_э}{R_э}\left(1 - e^{-\frac{t_u}{\tau}}\right),$$

где k — коэффициент связи между обмотками w_1 и w_2.

С учётом (14) и (15) амплитуда выходного сигнала ФД будет равна:

$$U_{2m} = \frac{Ekw_2 H_0 \left(H_m\left(\mu_1 - \mu_2\right) - {}^{B_r}\!/_{\mu_0}\right) \Big/ \left(H_m^2 - H_0^2\right)}{w_1\left[2\mu_1 - \frac{H_m\left(\mu_1 - \mu_2\right) + {}^{B_r}\!/_{\mu_0}}{H_m - H_0} - \frac{H_m\left(\mu_1 - \mu_2\right) + {}^{B_r}\!/_{\mu_0}}{H_m + H_0}\right]}, \quad (21)$$

где $H_m = \dfrac{I_m w_1}{l}$. Как следует из (21) при $H_m >> H_0$ выходной сигнал ФД прямопропорционален величине напряжённости измеряемого поля H_0.

Выводы. Таким образом, в данной статье получены следующие результаты.

1. Разработана математическая модель импульсного режима возбуждения феррозонда, которая учитывает вихревые токи в сердечнике при перемагничивании.
2. Получена математическая зависимость коэффициента преобразования феррозонда при однополярном импульсном возбуждении.

Список использованной литературы:

1. Афанасьев Ю. В. Феррозондовые приборы / Ю. В. Афанасьев. — Л. : Энергоатомиздат, 1986. — 186 с.
2. Яковенко В. В. Феррозонд с однополярным импульсным возбуждением / В. В. Яковенко // Дефектоскопия. — 1984. — № 4. — С. 36–40.
3. Яковенко В. В. Определение параметров упрощённой схемы замещения цепи, содержащей индуктивность с сердечником, в импульсном режиме / В. В. Яковенко // Электромеханика. — 1984. — № 3. — С. 91–94.

Fluxgate is offered. Mathematical model takes into account the influence of vortex flows in cores fluxgate. Defined parameters of the equivalent scheme of a chain of excitation with pulse excitation. The transformation factor fluxgate which is raised by unipolar rectangular impulses is defined.

Key words: *fluxgate, animpulse, the electromagnetic field, the equivalent scheme, transformation factor, amplitude, vortex flows.*

Отримано: 03.10.2012