УДК 519.718.2

С. В. Щербовських, канд. тех. наук.
Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів.

РОЗРАХУНОК ІНТЕНСИВНОСТІ ПОТОКУ ВІДМОВ ДУБЛЬОВАНОЇ СИСТЕМИ З ПАРАЛЕЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

Розглянуто проблему розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з паралельним резервуванням. Інтенсивність потоку відмов системи пропонується визначати шляхом застосування спеціального методу, який ґрунтується на марковській моделі на основі розширення простору станів. Коректність такого підходу перевірено методом Монте-Карло.

Ключові слова: *модель надійності, марковський аналіз, метод Монте-Карло, паралельне резервування, розподіл фазового типу.*

Постановка проблеми. Інтенсивність (параметр) потоку відмов $z(t)$ є відношенням математичного сподівання кількості відмов системи за елементарне напрацювання до величини цього напрацювання. Цей показних відображає частоту, із якою система переходить із працездатних станів у непрацездатні. Разом із коефіцієнтом готовності, він характеризує основні властивості надійності відновлюваних систем. Стаття присвячена проблемі розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з паралельним резервуванням. Дубльована системи містить у своєму складі дві однакових підсистеми, які, умовно, називають основною та резервною (надлишковою). В такій системі виконання основної функції забезпечується у нормальному режимі обома підсистемами, а у аварійному — однією із них. Такий тип резервування застосовують в інформаційних, комп'ютерних та електротехнічних системах, де втрата інформації є критичною подією.

Практичний аспект розв'язання проблеми пов'язаний з підвищенням точності прогнозування інтенсивності потоку відмов та інших похідних показників надійності для відновлюваних систем, а теоретичний аспект — забезпечує подальший розвиток математичного апарату марковського аналізу для систем з довільними моделями відмов.

Аналіз останніх досліджень. Проблема визначення інтенсивності потоку відмов особливо актуальна під час аналізу надійності комп'ютерних систем та систем електропостачання, для яких цей показник постійно відстежується та прогнозується [1; 2]. Пошук аналітичного розв'язання функції інтенсивності потоку відмов призводить до рівнянь Вольтера другого роду з різницевим ядром, метод складання яких відомий лише для найпростіших випадків [3]. Однак, на основі вказаного підходу, у [4; 5] для конкретних випадків розроблено наближені аналітичні вирази. Інтенсивність потоку відмов для систем, за умови невизначеності факторів впливу, прогнозують за попередньою передісторією процесу статистичними методами [6] або з використанням нейрональних мереж та нечіткої логіки [7; 8]. Такі методи вимагають тривалого часу на збирання попередньої інформації для статистичної обробки або навчання нейрональної мережі, а результати, отримані на їх основі, часто мають низьку достовірність для довгострокового прогнозування. У [9] межі функції інтенсивності потоку відмов отримують на основі методу Баєсса. При значній зміні цієї функції у досліджуваному діапазоні межі виявляються широкими, а тому малоінформативними. Робота [10] ґрунтуються на застосування неоднорідного пуассонівського процесу (NHPP) для визначення інтенсивності потоку відмов для відновлюваних систем. Недолік такого підходу полягає в тому, що не існує однозначного методу, щоб пов'язати між собою параметри NHPP та параметри моделей відмов та відновлення елементів системи. Для визначення інтенсивності потоку відмов використовують метод Монте-Карло [3; 11; 12], проте результати, отримані на основі цього методу, спотворені стохастичною похибкою, що суттєво ускладнює їх аналіз. Збільшення кількості ітерацій зменшує стохастичну похибку, проте призводить до суттєвого зростання тривалості моделювання. Відомо, що для обчислення показників надійності відновлюваних систем застосовують метод простору станів, який ґрунтується на звичайних марковських моделях [13; 14] та на марковських моделях на основі розширення простору станів [15—18]. На основі методу, наведеному у [14; 17; 18], відомо як застосовуючи звичайну марковську модель визначити інтенсивність потоку відмов, проте результат обмежений лише експоненціальними моделями. Перспективним напрямом досліджень вважаємо вдосконалення методу простору станів, що полягає у визначенні, як на основі розширеної марковської моделі визначати інтенсивність потоку відмов. Це забезпечить адекватне визначення цього показника для випадку довільних моделей відмов та відновлення елементів системи.

Постановка завдань. 1. Розробити метод визначення параметра потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з паралельним резервуванням застосовуючи марковську модель надійності цієї системи на основі розширення простору станів. Розробити підходи щодо її оптимізації. 2. Підтвердити коректність отриманого результату застосовуючи модель надійності системи на основі методу Монте-Карло.

Викладення основного матеріалу. Під марковською моделлю розуміємо систему диференціальних рівнянь, подану у векторно-матричній формі запису

$$\frac{d}{dt}p(t) = \Lambda p(t),$$

де d/dt — похідна за часом від кожного елемента вектор-стовпця; t — час, без обмеження загальності, вважаємо характеристикою напрацювання; $p(t)$ — вектор-стовпець ймовірностей станів або фаз; Λ — матриця інтенсивності переходів між станами або фазами.

Векторно-матричну форму запису необхідно доповнити вектор-рядком початкових ймовірностей станів $p(0)$. Формування марковської моделі зводиться до визначення матриці інтенсивності переходів Λ та вектор-стовпця початкових ймовірностей $p(0)$. Таку модель також подають у графічній формі — діаграмою станів та переходів, яка *однозначно* зв'язана із Λ та $p(0)$.

Інтенсивність потоку відмов визначаємо згідно з правилом, наведеним у [17; 18]. Параметр потоку відмов системи дорівнює сумі добутків інтенсивності переходів, які переводять систему із працездатних фаз у непрацездатні, що множаться на відповідні функції ймовірності таких працездатних фаз, із яких здійснюються такі переходи.

Досліджувана система функціонує за таким алгоритмом. У початковий момент часу система перебуває у працездатному стані S_1 (рис. 1). У вказаному стані обидва елементи — основна підсистема "1" та резервна "2" — працездатні і їх напрацювання розподілено за моделлю відмов $R_1(t)$. Якщо перший елемент відмовляє, то система переходить у стан S_3, а якщо другий — то у S_2. Вважаємо, що засоби технічної діагностики ідеальні, а тому відмови елементів діагностується миттєво. Ремонт полягає у заміні непрацездатного елемента на новий. У працездатному стані S_2 перший елемент є працездатним, а другий — непрацездатним. Напрацювання першого елемента розподілено за моделлю відмов $R_1(t)$, а тривалість ремонтування другого — за моделлю відновлення $M_1(t)$. Якщо відмовляє перший елемент, то система переходить у стан S_4, а якщо відбувається відновлення другого — повертається у стан S_1.

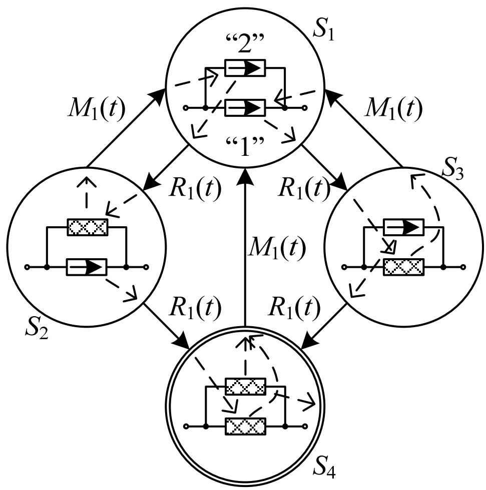


Рис. 1. *Діаграма станів та переходів дубльованої системи з паралельним резервуванням*

У працездатному стані S_3 навпаки — перший елемент є непрацездатним , а другий — працездатним. Тривалість ремонтування першого елемента розподілено за моделлю відновлення M_1(t), а напрацювання другого — за моделлю відмов $R_1(t)$. Якщо відбувається відновлення першого елемента, то система повертається у стан S_1, а якщо відмова другого — то у S_4. У непрацездатному стані $S4$, обидва елементи непрацездатні. Вважаємо, що тривалість ремонтування обох елементів розподілена за моделлю відновлення $M_1(t)$ і після відновлення система повертається одразу у стан S_1. Таким чином, система здійснює неперервне в часі випадкове переміщення множиною дискретних станів $\{S1, S2 \ldots S_4\}$.

Напрацювання обох елементів системи розподілене за фазовою моделлю відмов $R_1(t)$ третього порядку із параметрами c_0, c_1, c_2 та λ_1 (рис. 2.а). Фазова модель (відома в іноземній літературі як *phase-type distribution*) відмов, за змістом подібна розкладу у ряд Тейлора, необхідна для побудови марковської моделі системи на основі розширення простору станів, що забезпечує опрацювання розподілів відмінних від експоненціального [16, 19].

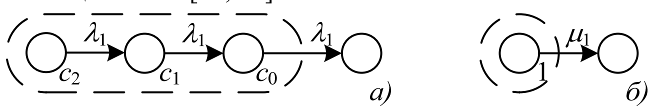


Рис. 2. *Діаграми станів та переходів моделей відмов та відновлення елементів системи*

Довільну модель відмов із заданою точністю, яка визначається кількістю членів, можна розкласти у фазову модель. Модель відновлення вибираємо експоненціальною із параметром μ_1 (рис. 2.б), оскільки тривалість ремонтування суттєво менша за напрацювання, тому похибка пов'язана із вибором такої моделі несуттєва.

Визначимо параметр потоку відмов системи $z_1(t)$ застосовуючи марковську модель на основі розширення простору станів. Діаграму станів та переходів системи (рис. 3) формуємо використовуючи [15].

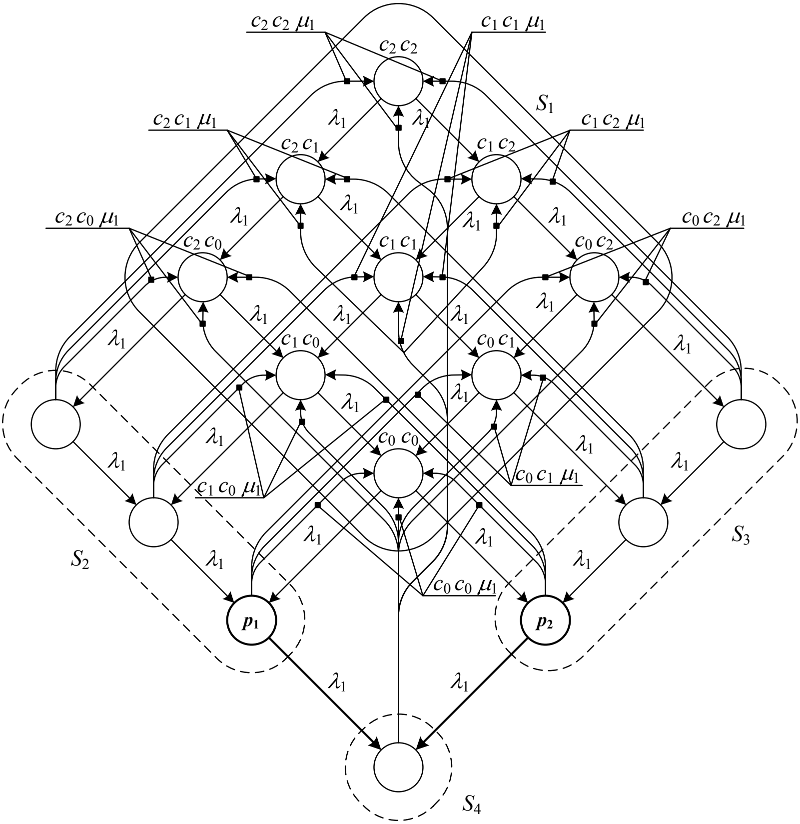


Рис. 3. *Діаграма станів та переходів дубльованої системи з паралельним резервуванням на основі розширення простору станів*

Згідно наведених позначень, інтенсивність потоку відмов системи визначаємо як добуток імовірності перебування системи у фазах $p_1(t)$ та $p_2(t)$ на інтенсивність переходів із цих фаз:

$$z_1(t) = \lambda_1 \left(p_1(t) + p_2(t) \right).$$

Оптимізуємо структуру діаграми станів та переходів розширеної марковської моделі системи. Розгляд цього завдання обумовлений підвищенням ефективності розрахунку таких моделей про що зазначено у [20]. Оскільки обидва елементи є однаковими, то для визначення параметра потоку відмов не має значення через відмову саме якого із них відбулась відмова. Ґрунтуючись на цьому твердженні об'єднаємо відповідні фази станів S_2 та S_3 (рис. 4).

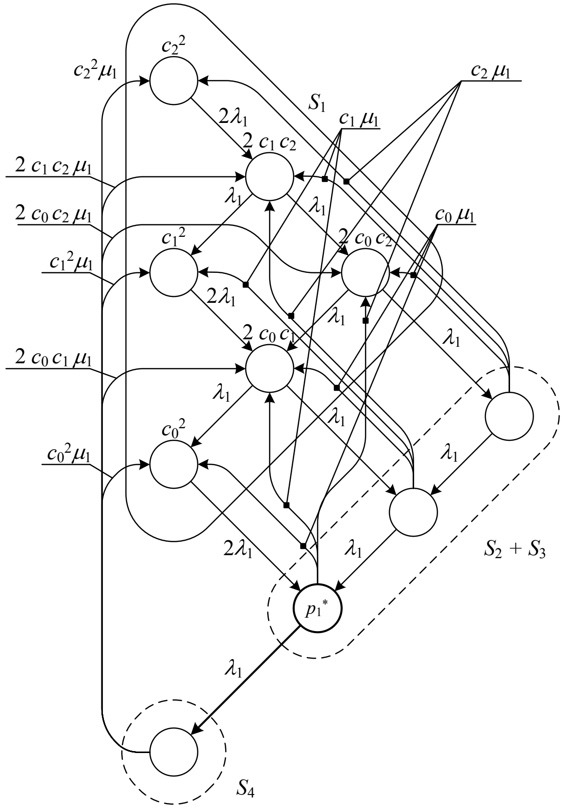


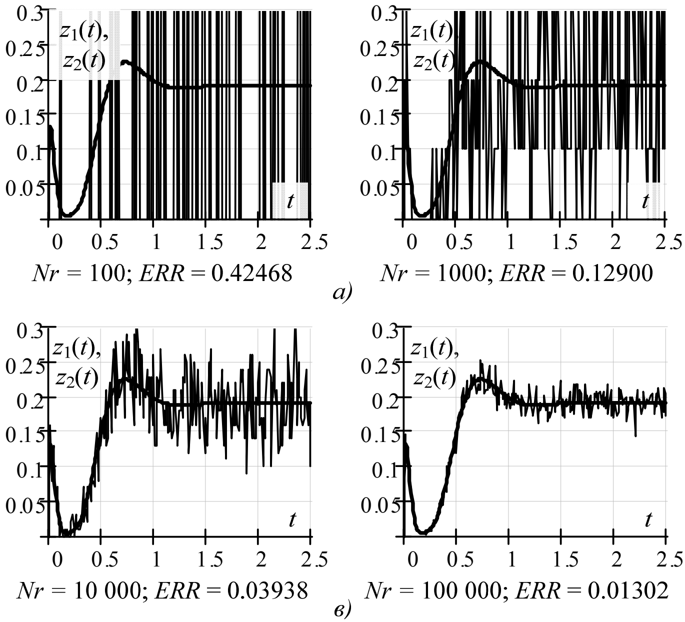
Рис. 4. *Редукована діаграма станів та переходів дубльованої системи з навантажувальним резервуванням на основі розширення простору станів*

Також, об'єднаємо у межах множини фаз стану S_1 ті фази, що мають однакову початкову ймовірність та позначають, за фактом, один і той же фіктивний процес напрацювання однакових елементів. Зауважимо, що об'єднуючи фази станів S_1 їх початкові ймовірності додаються. Під час виконання редукції простору станів, ті переходи, що виходять із об'єднаних фаз збігаються один на одним, а ті, що входять у них — додаються. Інтенсивність потоку відмов за редукованою моделлю визначаємо як добуток імовірності перебування системи у фазі $p_1^*(t)$ на інтенсивність переходу із неї:

$$z_1^*(t) = \lambda_1\, p_1^*(t)\,.$$

Криві параметра потоку відмов розраховані за базовою $z_1(t)$ та редукованою $z_1^*(t)$ марковською моделлю є ідентичними.

Для підтвердження достовірності результату визначимо параметр потоку відмов системи $z_2(t)$ застосовуючи модель на основі методу Монте-Карло, метод формування якої наведено у [3]. Дослідимо збіжність моделей системи. Як видно з рис. 5, при збільшенні кількості ітерацій методу Монте-Карло Nr, інтегральна квадратична похибка ERR між суцільною потовщеною кривою 1 параметра потоку відмов системи $z_1(t)$, розрахованою за марковською моделлю, та суцільною кривою 2, розрахованою за моделлю на основі методу Монте-Карло $z_2(t)$, прямують до нуля.



Nr = 100; ERR = 0.42468 *а)* Nr = 1000; ERR = 0.12900 *б)*

Nr = 10 000; ERR = 0.03938 *в)* Nr = 100 000; ERR = 0.01302 *г)*

Рис. 5. *Криві інтенсивності потоку відмов дубльованої системи з навантажувальним резервуванням для різної кількості реалізації Nr*

Інтегральну квадратичну похибку між параметрами потоку відмов системи $z_1(t)$ та $z_2(t)$ визначаємо згідно виразу:

$$ERR = \sqrt{\frac{1}{Nt}\sum_{i=0}^{Nt}\left(z_1\left(t_i\right) - z_2\left(t_i\right)\right)^2}\ ,$$

де Nt — кількість точок, на яку поділена вісь напрацювання t.

Висновок. Удосконалено метод визначення функції інтенсивності потоку відмов для дубльованих відновлюваних систем з паралельним резервуванням, який ґрунтується на застосуванні марковської моделі надійності на основі розширення простору станів, що забезпечило розрахунок вказаного показника для випадку довільних моделей відмов елементів системи. Набув подальшого розвитку метод редукування простору станів дубльованих відновлюваних систем, шляхом додавання фаз, початковий ймовірностей, а також об'єднання відповідних переходів, що забезпечило зменшення простору станів на 60% без втрати точності результату. Криві інтенсивності потоку відмов, отримані запропонованим методом, збігаються в межах допустимої похибки із результатами, отриманими методом Монте-Карло, що обґрунтовує коректність одержаних результатів.

Подальші дослідження скеровані на розробку методу розрахунку кількості запасних частин для відновлюваної дубльованої системи з паралельним резервуванням ґрунтуючись на ациклічних марковських моделях на основі розширення простору станів.

Список використаних джерел:

1. Stillman R. H. Power Line Maintenance With Minimal Repair And Replacement / R. H. Stillman / Proc. Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS'2003). — San Jose, USA. — 2003. — P. 541—545.
2. Radmer D. T. Predicting Vegetation-related Failure Rates for Overhead Distribution Feeders / D. T. Radmer, P. A. Kuntz, R. D. Christie, S. S. Venkata, R. H. Fletcher // Power Delivery, IEEE Transactions on. — 2002. — Vol. 14, No 4. — P. 1170—1175.
3. Хенли Э. Дж. Надежность технических систем и оценка риска: Пер. с англ. / Э. Дж. Хенли, Х. Кумамото. — М: Машиностроение, 1984. — 528 с.
4. Guo H. R. A New Stochastic Model for Systems Under General Repairs / H. R.Guo, Haitao Liao, Wenbiao Zhao, A. Mettas // Reliability, IEEE Transactions on. — 2007. — Vol. 56, No 1. — P. 40—49.
5. Winfrid G. Schneeweiss. A Short Boolean Derivation of Mean Failure Frequency for Any (also Non-coherent) System / Winfrid G. Schneeweiss // Reliability Engineering and System Safety. — 2009. — Vol. 94, No 8. — P. 1363—1367.
6. Буртаев Ю. Ф. Статистический анализ надежности объектов по ограниченной информации / Ю. Ф. Буртаев, В. А. Острейковский. — М.: Энергоатомиздат, 1995. — 240 с.
7. Bevilacqua M. Failure Rate Prediction with Artificial Neural Networks / M. Bevilacqua, M. Braglia, M. Frosolini, R. Montanari // Quality in Maintenance Engineering, Journal of. — 2005. — Vol. 11, No 3. — P. 279—294.
8. Ibrahim W. R. A. An Adaptive Fuzzy Self-learning Technique for Prediction of Abnormal Operation of Electrical Systems / W. R. A. Ibrahim, M. M. Morcos // Power Delivery, IEEE Transactions on. — 2006. — Vol. 21, № 4. — P. 1770—1777.
9. Guida M. Bayesian Analysis of Repairable Systems Showing a Bounded Failure Intensity / M. Guida, G. Pulcini // Reliability Engineering and System Safety. — 2006. — Vol. 91, No 7. — P. 828—838.

10. Krivtsov V. Practical Extensions to NHPP Application in Repairable System Reliability Analysis / V. Krivtsov // Reliability Engineering and System Safety. — 2007. — Vol. 92, No 5. — P. 560—562.
11. Veber B. Generalized Renewal Process for Repairable Systems Based on Finite Weibull Mixture / B. Veber, M. Nagodea, M. Fajdiga // Reliability Engineering and System Safety. — 2008. — Vol. 93, No 10. — P. 1461—1472.
12. Hagkwen Kim Singh. Reliability Modeling and Simulation in Power Systems with Aging Characteristics / Hagkwen Kim Singh // Power Systems, IEEE Transactions on. — 2010. — Vol. 25, No 1. — P. 21—28.
13. Волочій Б. Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем / Б. Ю. Волочій. — Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2004. — 220 с.
14. Richard C. M. Yam. A Method for Evaluation of Reliability Indices for Repairable Circular Consecutive-k-out-of-n: F systems / Richard C. M. Yam, Ming J. Zuo, Yuan Lin Zhang // Reliability Engineering and System Safety. — 2003. — Vol. 79, No 1. — P. 1—9.
15. Лозинський, О. Ю. Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об'єктів на основі розширення простору станів / О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». — 2005. — № 45. — С. 77—81.
16. Rafael Perez-Ocon. Transient Analysis of a Repairable System, Using Phase-type Distributions and Geometric Processes / Rafael Perez-Ocon, D. Montoro-Cazorla // Reliability, IEEE Transactions on. — 2004. — Vol. 53, No 2. — P. 185—192.
17. Lozynsky O. Yu. Failure Intensity Determination Using Markov Reliability Model for Renewal Non-Redundancy Systems / O. Yu. Lozynsky, S. V. Shcherbovskykh // Przeglad Elektrotechniczny. — 2009. — Vol. 85, № 4. —P. 89—91.
18. Лозинський О. Ю. Розрахунок параметра потоку відмов відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів / О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2009. — № 9. — С. 92—99.
19. Лозинський О. Ю. Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об'єктів / О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських // Відбір і обробка інформації. — 2004. — № 21. — С. 17—22.
20. Obal W. D. Detecting and Exploiting Symmetry in Discrete-State Markov Models / W. D. Obal, M. G. McQuinn, W. H. Sanders // Reliability, IEEE Transactions on. — 2007. — Vol. 56, No 4. — P. 643—654.

The paper is devoted to problem of failure intensity calculation for doubled repairable system with parallel redundancy. Failure intensity determination is suggested by using special method for extended Markov reliability model. The correctness for such approach is verified by Monte-Carlo method.

Key words: *reliability model, Markov analysis, Monte-Carlo method, parallel redundancy, phase-type distribution.*

Отримано 13.10.10