

Динамика виброзащитных систем с шаровым гасителем низкочастотных колебаний

В. П. Легеза

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, Киев, Украина

Рассматриваются низкочастотные колебания виброзащитной системы тяжелый шар с воздушным демпфером в сферической выемке перевернутого маятника под действием внешнего гармонического возбуждения. Шар в сферической выемке перекатывается без скольжения и представляет собой рабочее тело шарового гасителя вынужденных колебаний перевернутого маятника. Сформулированы и проанализированы динамические уравнения совместного движения тяжелого шара и перевернутого маятника. Получены амплитудно-частотные характеристики абсолютного отклонения верхней точки перевернутого маятника и относительного перемещения шара в сферической выемке. Предложена новая процедура определения параметров настройки шарового гасителя.

Ключевые слова: виброзащита, шаровой гаситель, сферическая выемка, перевернутый маятник, амплитудно-частотная характеристика, параметры настройки.

Введение. Для виброзащиты высотных гибких сооружений, например телебашни, радиоантенны, металлические дымовые и вентиляционные трубы и др., в последнее время используются эффективные катковые гасители вынужденных колебаний [1]. Указанные колебания возникают при взаимодействии высотных объектов с воздушным потоком – как в плоскости вектора ветрового потока (вынужденные колебания под действием ветровой пульсации), так и в ортогональном направлении вектора ветрового потока плоскости (автоколебания типа “ветровой резонанс”) [2].

Эффект виброгашения колебаний при использовании таких гасителей имеет место при перекатывании тяжелых шаров или цилиндров без скольжения по сферическим или циклоидальным поверхностям виброзащищаемых объектов [3–6]. При решении задач в такой постановке необходимо исследовать динамическое поведение механических систем с кинематическими связями, что и обуславливает некоторую специфику построения их динамических моделей.

Близкие задачи о колебаниях перевернутого маятника с шаром в его сферической выемке (без учета демпфирования шара) рассматривались ранее [4–6], причем в постановках задач не предусматривалось ограничение перемещений рабочего тела (шара) относительно несущего тела.

Вопросы устойчивости колебательных движений маятниковых систем изучались в работах [7, 8]. В [9] подведены итоги исследований последних лет в области динамики конечномерных систем, в том числе и маятниковых, находящихся под действием неконсервативных позиционных сил.

Однако задачи из области теории колебаний механических систем типа перевернутого маятника, стесненных кинематическими связями, направленные на исследование влияния движения шара с воздушным демпфером при

ограничениях его относительных перемещений на динамику перевернутого маятника, ранее не рассматривались.

Эффективность традиционных гасителей (маятниковые на подвесе) определяется по одному из двух критериев качества: по максимальной амплитуде $A(\omega)$ вынужденных колебаний верхнего сечения сооружения или по максимальному значению изгибающего момента в его стволе [2]. Однако для новых катковых гасителей очень важным, а, может быть, даже основным условием функционирования является конструктивное ограничение перемещений рабочего тела относительно башенного сооружения (несущего тела). Это связано с несколькими факторами, главный из которых – дефицит рабочего пространства, где должен размещаться гаситель. Как правило, гаситель устанавливается в самой верхней точке сооружения, где практически нет места. Поэтому относительные перемещения рабочего тела и сооружения конструктивно ограничены и не должны превышать некоторую заданную величину Δ (обычно $\Delta = 0,5 \dots 1,0$ м). При указанных ограничениях классические критерии качества не срабатывают, так как они одновременно с минимизацией амплитуды $A(\omega)$ приводят к очень большим перемещениям рабочего тела гасителя относительно сооружения (до 5-6 м).

Практическое решение данной проблемы состоит в определении таких параметров гасителя, при которых бы выполнялись нормативные требования строительной отрасли по непревышению максимально допустимого абсолютного отклонения от вертикали верхнего сечения высотного сооружения при одновременном соблюдении конструктивных ограничений по относительным перемещениям рабочего тела гасителя. При таком подходе естественно было бы использовать демпферы с большими коэффициентами демпфирования, которые в достаточной степени снижали бы перемещения рабочего тела гасителя относительно сооружения. С другой стороны, если указанные конструктивные ограничения отсутствуют (как, например, для гибких небоскребов с вертолетными площадками в верхнем их сечении), то можно применять классические критерии оценки качества функционирования гасителей без ограничений их рабочего хода.

В настоящей работе, являющейся обобщением результатов проведенных ранее исследований в этом направлении, рассматриваются малые колебания перевернутого маятника с передемпфированным шаром в его сферической выемке.

Постановка задачи. Изучается динамическое поведение виброзащитной системы тяжелый шар с воздушным демпфером в сферической выемке перевернутого маятника, находящейся под действием внешней периодической силы (рис. 1). На нижнем конце перевернутого маятника в точке O размещен упруговязкий шарнир, а на верхнем его конце в точке A жестко закреплена сферическая выемка радиусом R , в которой без скольжения перекатывается тяжелый шар массой m и радиусом $r \ll R$. Вертикальная стойка OA маятника невесома и обладает абсолютной жесткостью, при этом вся масса маятника сосредоточена в точке A и равна M . Тяжелый шар с помощью невесомой обоймы шарнирно связан со штоком воздушного демпфера, который другим концом шарнирно закреплен на сферической выемке. Указанная сферическая обойма без трения взаимодействует с тяжелым ша-

ром (эта пара образует сферический шарнир), передавая возникающие силы взаимодействия воздушному демпферу, которые, в свою очередь, передают их перевернутому маятнику, и наоборот. Масса демпфера в задаче не учитывается. Сопротивление в демпфере определяется линейной функцией относительной скорости центра масс шара с коэффициентом вязкого сопротивления C_η . Перевернутый маятник совершает вынужденные колебания в плоскости XOZ (рис. 1). Таким колебательным движениям препятствуют спиральная пружина с коэффициентом жесткости k и вязкий демпфер с коэффициентом вязкого сопротивления C_φ в шарнире O , характеризующий влияние внутреннего трения в стволе высотного сооружения.

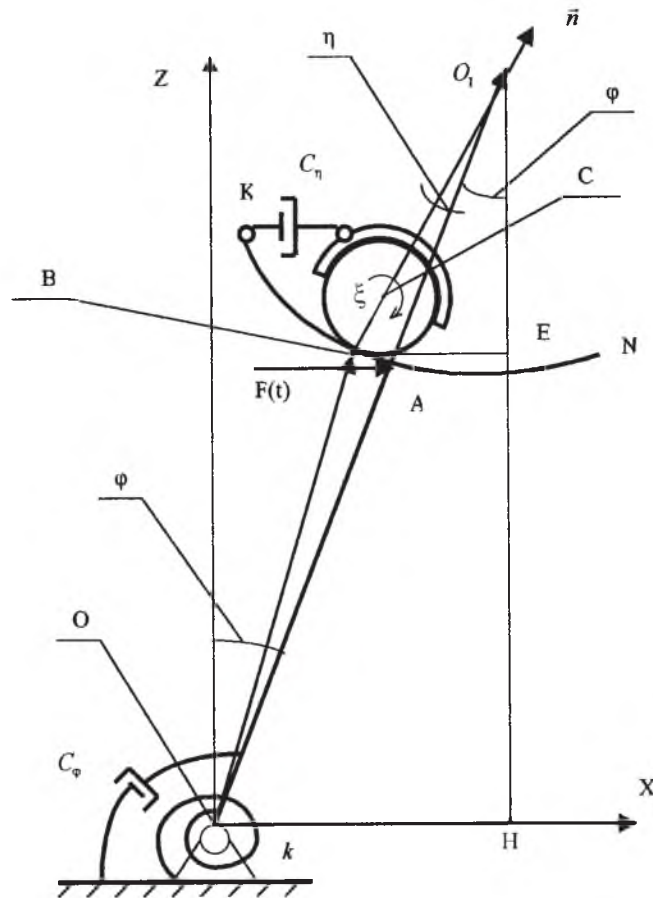


Рис. 1. Схема виброзащитной системы тяжелый шар в сферической выемке перевернутого маятника.

На перевернутый маятник в точке A воздействует внешняя периодическая сила в виде гармонической функции

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t). \quad (1)$$

Целью настоящей работы является определение амплитудно-частотной характеристики перевернутого маятника с тяжелым передемпфированным

шаром в его сферической выемке при малых колебаниях под действием гармонической силы, а также параметров настройки гасителя при условии ограниченности относительных перемещений его рабочего тела.

Геометрические и кинематические соотношения. Выведем уравнения кинематической связи, ограничивающей движение шара в сферической выемке перевернутого маятника. Запишем некоторые геометрические соотношения, которые можно получить непосредственно из рис. 1:

$$\overline{OB} = \overline{OO_1} - \overline{BO_1}, \quad (2)$$

где $OO_1 = b$; $\overline{OH} = b \sin \varphi$; $OA = \rho$; $\overline{HO_1} = b \cos \varphi$; $AO_1 = R$; $BC = r$; $\overline{BO_1} = R\vec{n}$; $\angle BO_1A = \eta$; $\angle ZOO_1 = \angle OO_1H = \varphi$; $b = \rho + R$; \vec{n} – единичный вектор внутренней нормали в точке B ; ξ – угол поворота шара вокруг своего центра масс; B – точка контакта шара и сферической выемки $UKAN$.

Координаты точки B определим так:

$$x_B = OH - BE = b \sin \varphi - R \sin(\varphi + \eta); \quad (3)$$

$$z_B = EH = HO_1 - O_1E = b \cos \varphi - R \cos(\varphi + \eta). \quad (4)$$

Запишем вектор \overline{OB} с использованием выражений (3), (4):

$$\overline{OB} = [b \sin \varphi - R \sin(\varphi + \eta); \quad 0; \quad b \cos \varphi - R \cos(\varphi + \eta)]. \quad (5)$$

Поскольку шар движется относительно сферической выемки без скольжения, углы ξ и η связаны между собой следующим соотношением ($\overline{R} = R - r$):

$$\cup AB = r\xi = \overline{R}\eta \Rightarrow \xi = \frac{\overline{R}}{r} \eta. \quad (6)$$

Ограничение на скорость шара в точке B определяется таким кинематическим соотношением (здесь учитывается, что векторы $\dot{\xi} \cdot \vec{j}$ и $\dot{\eta} \cdot \vec{j}$ направлены в противоположные стороны):

$$\vec{V}_C = \dot{\varphi} \cdot \vec{j} \times \overline{OB} + \dot{\xi} \cdot \vec{j} \times r\vec{n} = \dot{\varphi} \cdot \vec{j} \times \overline{OB} - \dot{\eta} \cdot \vec{j} \times \overline{R}\vec{n}, \quad (7)$$

где $|\dot{\xi}| = \frac{\overline{R}}{r} |\dot{\eta}|$ и $\dot{\varphi}$ – угловые скорости вращения шара вокруг точки C и перевернутого маятника вокруг точки O соответственно.

Перепишем векторное уравнение (7) в скалярном виде с учетом $r \ll R$:

$$\dot{x}_C = [b \cos \varphi - R \cos(\varphi + \eta)]\dot{\varphi} - R \cos(\varphi + \eta)\dot{\eta}; \quad (8)$$

$$\dot{z}_C = [R \sin(\varphi + \eta) - b \sin \varphi]\dot{\varphi} + R \sin(\varphi + \eta)\dot{\eta}. \quad (9)$$

Вывод дифференциальных уравнений движения перевернутого маятника с тяжелым шаром в его сферической выемке. При построении динамических уравнений движения маятника, стесненной кинематической связью, используем уравнения Аппеля [10, 11]. Запишем в общем виде функцию S – энергию ускорений всех масс виброзащитной системы в рассматриваемом движении:

$$S = \frac{m(\dot{x}_C^2 + \dot{z}_C^2)}{2} + \frac{J_0}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{J_C}{2} \dot{\xi}^2, \quad (10)$$

где m – масса тяжелого шара; $J_0 = M\rho^2$ – момент инерции перевернутого маятника относительно точки O ; $J_C = 0,4mr^2$ – момент инерции однородного шара относительно его центра масс; $|\dot{\xi}| = \frac{\bar{R}}{r} |\dot{\eta}|$; M – масса перевернутого маятника.

В качестве независимых обобщенных координат в уравнениях Аппеля выберем углы φ, η .

Определим вторые производные \ddot{x}_C и \ddot{z}_C с использованием кинематических соотношений (8), (9):

$$\begin{aligned} \ddot{x}_C = [R \sin(\varphi + \eta)(\dot{\varphi} + \ddot{\eta}) - b \sin \varphi \dot{\varphi}] \ddot{\varphi} + [b \cos \varphi - R \cos(\varphi + \eta)] \dot{\varphi} \ddot{\eta} + \\ + R \sin(\varphi + \eta)(\dot{\varphi} + \dot{\eta}) \ddot{\eta} - R \cos(\varphi + \eta) \dot{\eta} \ddot{\eta}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_C = [R \cos(\varphi + \eta)(\dot{\varphi} + \dot{\eta}) - b \cos \varphi \dot{\varphi}] \ddot{\varphi} + [R \sin(\varphi + \eta) - b \sin \varphi] \dot{\varphi} \ddot{\eta} + \\ + R \cos(\varphi + \eta)(\dot{\varphi} + \dot{\eta}) \ddot{\eta} + R \sin(\varphi + \eta) \dot{\eta} \ddot{\eta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставим выражения (11) и (12) в соотношение (10) и удержим в нем только те члены энергии ускорений, которые зависят от вторых производных независимых координат $\ddot{\varphi}, \ddot{\eta}$. Обозначим новую преобразованную функцию (энергию ускорений) через S^* :

$$\begin{aligned} S^* = \frac{m}{2} [(b^2 + R^2 - 2Rb \cos \eta) \dot{\varphi}^2 + R^2 \dot{\eta}^2 + 2bR \sin \eta \dot{\varphi} \dot{\eta} - 2bR \sin \eta \dot{\varphi}^2 \dot{\eta}] + \\ + m[(R^2 - bR \cos \eta) \dot{\eta} \ddot{\varphi} + bR \sin(\eta) \dot{\eta} (\dot{\eta} + \ddot{\varphi}) \ddot{\varphi}] + \frac{M\rho^2}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{mR^2}{5} \dot{\eta}^2. \end{aligned} \quad (13)$$

После некоторых тождественных преобразований окончательно получим

$$\begin{aligned} S^* = \frac{1}{2} [m(b^2 + R^2 - 2bR \cos(\eta)) + M\rho^2] \dot{\varphi}^2 + \frac{7}{10} mR^2 \dot{\eta}^2 + \\ + mR(R - b \cos(\eta)) \dot{\varphi} \dot{\eta} + mbR \sin(\eta) \dot{\eta} (\dot{\eta} + 2\dot{\varphi}) \dot{\varphi} - mbR \sin(\eta) \dot{\varphi}^2 \dot{\eta}. \end{aligned} \quad (14)$$

Запишем уравнения Аппеля в общем виде

$$\frac{\partial S^*}{\partial \ddot{\varphi}} = P_\varphi; \quad \frac{\partial S^*}{\partial \ddot{\eta}} = P_\eta. \quad (15)$$

Чтобы найти выражения для правых частей уравнений Аппеля, запишем выражение для суммы элементарных работ δA с учетом того, что механическая система движется под действием следующих силовых факторов: силы тяжести, действующие на перевернутый маятник и на тяжелый шар; силы сопротивления $F_D = C_\eta R \dot{\eta}$ воздушного демпфера, действующие на тяжелый шар; упругая сила $F_Y = k\varphi$, развиваемая спиральной пружиной при повороте невесомого стержня OA на угол φ ; силы сопротивления $F_B = C_\varphi \dot{\varphi}$ в упруговязком шарнире в точке O ; внешняя периодическая сила $F(t)$, действующая на стержень в точке A :

$$\delta A = -mg\delta z_C - Mg\delta z_A + F(t)\delta x_A - [k\varphi + C_\varphi \dot{\varphi}]\delta\varphi - C_\eta R^2 \dot{\eta}\delta\eta. \quad (16)$$

Определим выражения для всех виртуальных перемещений из (16) в независимых обобщенных координатах с использованием геометрических соотношений (рис. 1) и уравнения кинематической связи (9):

$$\delta z_C = [R \sin(\varphi + \eta) - b \sin \varphi]\delta\varphi + R \sin(\varphi + \eta)\delta\eta; \quad (17)$$

$$x_A = \rho \sin \varphi \Rightarrow \delta x_A = \rho \cos \varphi \delta\varphi; \quad (18)$$

$$z_A = \rho \cos \varphi \Rightarrow \delta z_A = -\rho \sin \varphi \delta\varphi. \quad (19)$$

Подставив полученные соотношения для виртуальных перемещений (17)–(19) в выражение для δA (16), получим новое выражение для δA в обобщенных координатах:

$$\begin{aligned} \delta A = & -mg\{[R \sin(\varphi + \eta) - b \sin \varphi]\delta\varphi + R \sin(\varphi + \eta)\delta\eta\} + \\ & + Mg\rho \sin \varphi \delta\varphi + F(t)\rho \cos \varphi \delta\varphi - C_\varphi \dot{\varphi} \delta\varphi - k\varphi \delta\varphi - C_\eta R^2 \dot{\eta} \delta\eta. \end{aligned} \quad (20)$$

С другой стороны, в общем виде выражение для суммы элементарных работ δA с учетом обобщенных сил запишем таким образом:

$$\delta A = P_\varphi \delta\varphi + P_\eta \delta\eta. \quad (21)$$

С использованием соотношений (20) и (21) получим выражения для обобщенных сил – правых частей уравнений Аппеля:

$$P_\varphi = mg[b \sin \varphi - R \sin(\varphi + \eta)] + Mg\rho \sin \varphi + F(t)\rho \cos \varphi - C_\varphi \dot{\varphi} - k\varphi; \quad (22)$$

$$P_{\eta} = -mgR \sin(\varphi + \eta) - C_{\eta} R^2 \dot{\eta}. \quad (23)$$

Продифференцировав выражение (14) в соответствии с (15), получим следующую систему нелинейных уравнений движения механической системы:

$$\begin{aligned} & [(m(b^2 + R^2 - 2bR \cos \eta) + M\rho^2)\ddot{\varphi} + \\ & + m(R^2 - bR \cos \eta)\ddot{\eta} + mbR \sin \eta \dot{\eta}(\dot{\eta} + 2\dot{\varphi})] = \\ & = mg[b \sin \varphi - R \sin(\varphi + \eta)] + Mg\rho \sin \varphi + F(t)\rho \cos \varphi - C_{\varphi} \dot{\varphi} - k\varphi; \quad (24) \end{aligned}$$

$$(b \cos \eta - R)\ddot{\varphi} + b \sin \eta \dot{\varphi}^2 - \frac{7}{5} R \dot{\eta} = g \sin(\varphi + \eta) + \frac{C_{\eta}}{m} R \dot{\eta}. \quad (25)$$

Динамические уравнения Аппеля (24), (25) дают полное описание плоского движения исследуемой виброзащитной системы тяжелый шар с демпфером в сферической выемке перевернутого маятника без ограничений на величины углов φ и η . Поскольку в указанных уравнениях уже на этапе их вывода учитывались уравнения кинематической связи, они отделены от кинематических уравнений (8), (9).

Определение амплитудно-частотной характеристики виброзащитной системы при малых колебаниях перевернутого маятника. При такой постановке задачи (с ограничениями на относительные перемещения рабочего тела гасителя) естественным представляется использовать демпферы с большими коэффициентами вязкого сопротивления, которые бы в достаточной степени снижали относительные перемещения шара по отношению к сферической выемке. В этом случае виброзащитная система, движение которой описывается нелинейными уравнениями (24), (25), близка к линейной, и ее динамическое поведение задается следующей линеаризованной системой дифференциальных уравнений, т.е. при условии малых углов φ и η :

$$(m + M)\rho^2 \ddot{\varphi} - mR\rho \ddot{\eta} = mg(\rho\varphi - R\eta) + Mg\rho\varphi + F(t)\rho - C_{\varphi} \dot{\varphi} - k\varphi; \quad (26)$$

$$\rho \ddot{\varphi} - 1,4R\ddot{\eta} = g(\varphi + \eta) + \frac{C_{\eta}}{m} R \dot{\eta}. \quad (27)$$

Введем новую переменную x – абсолютное отклонение верхней точки A в горизонтальном направлении, $x = \rho\varphi$. Систему уравнений (26), (27) перепишем с учетом этой переменной в таком виде:

$$(1 + \nu)\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2n_x \dot{x} - \nu R \ddot{\eta} + \nu g \frac{R}{\rho} \eta = \bar{F}_0 \sin(\omega t); \quad (28)$$

$$\ddot{x} - 1,4R\dot{y} = \frac{g}{\rho}x + g\eta + 2n_{\eta}R\dot{y}, \quad (29)$$

$$\text{где } \omega_0^2 = \frac{k}{M\rho^2} - \frac{g(1+\nu)}{\rho}; \quad 2n_x = \frac{C_{\varphi}}{M\rho^2}; \quad 2n_{\eta} = \frac{C_{\eta}}{m}; \quad \bar{F}_0 = \frac{F_0}{M}; \quad \nu = \frac{m}{M}.$$

Из уравнения (28) следует, что колебательные движения маятника будут иметь место при выполнении неравенства $\frac{k}{M\rho(1+\nu)} - g > 0$.

Не приводя промежуточных преобразований (соответствующую методику можно найти в литературных источниках по исследованию механических колебаний, например, [12–14]), запишем полученную зависимость амплитуды верхней точки A перевернутого маятника от частоты внешней силы:

$$A(\omega) = \frac{\bar{F}_0 \sqrt{F_{10}(\omega)}}{\sqrt{F_9(\omega)F_{10}(\omega) + F_7(\omega) + F_8(\omega)}}, \quad (30)$$

где

$$F_1(\omega) = \omega_0^2 - (1+\nu)\omega^2; \quad F_2(\omega) = 2n_x \omega; \quad F_3(\omega) = 1,4R\omega^2 - g;$$

$$F_4(\omega) = 2n_{\eta}R\omega; \quad F_5(\omega) = \nu R \left(\omega^2 + \frac{g}{\rho} \right)^2;$$

$$F_6(\omega) = F_1(\omega)F_3(\omega) + F_2(\omega)F_4(\omega); \quad F_7(\omega) = 2F_5(\omega)F_6(\omega);$$

$$F_8(\omega) = (F_5(\omega))^2; \quad F_9(\omega) = (F_1(\omega))^2 + (F_2(\omega))^2;$$

$$F_{10}(\omega) = (F_3(\omega))^2 + (F_4(\omega))^2.$$

Результаты численного анализа динамического поведения виброзащитной системы при малых колебаниях. Для исследования малых колебаний перевернутого маятника с тяжелым шаром в его сферической выемке выбрана система с такими параметрами: $n_x = 0,05$; $n_{\eta} = 1,0$; $\rho = 200$ м; $\nu = 0,12$; $R = \frac{g(1+\nu)^2}{1,4\omega_0^2}$; $\bar{F}_0 = 0,03g$; $\omega_0 = 1$ с⁻¹. Все расчеты проводились в рамках линейной постановки задачи в соответствии с уравнениями (28)–(30).

На рис. 2 приведены амплитудно-частотные характеристики для абсолютного горизонтального отклонения верхней точки A перевернутого маятника (сплошная линия) и относительного перемещения Δ центра масс шара по сферической выемке перевернутого маятника (штриховая линия). Особенностью этих характеристик является наличие только одного максимума на частоте, приблизительно равной $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+\nu}}$. С ростом коэффициента

демпфирования n_η максимальная амплитуда $A(\omega)$ верхней точки маятника увеличивается, а относительное перемещение Δ центра масс шара уменьшается. Поэтому необходимо выбрать такую величину n_η , которая одновременно удовлетворяла бы двум ограничениям: по $A(\omega)$ и по Δ . Например, для рассматриваемой механической системы максимальная амплитуда $A(\omega)$ верхней точки маятника не должна превышать 2 м. Кроме того, пусть имеются конструктивные ограничения по относительному перемещению, $\Delta < 1,0$ м. Параметры настройки гасителя дают возможность удовлетворить указанные неравенства (рис. 2). Максимальное значение амплитуды $A(\omega)$ составляет 1,974 м, максимальное относительное перемещение Δ центра масс шара по сферической выемке не превышает 0,966 м. Такие же результаты были получены при использовании нелинейных уравнений (24), (25).

На рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики для угла η . Видно, что максимальная величина угла η не превышает 0,09. Это еще раз свидетельствует о правомерности использования линейной модели для исследования динамики рассматриваемой виброзащитной системы с ограничениями.

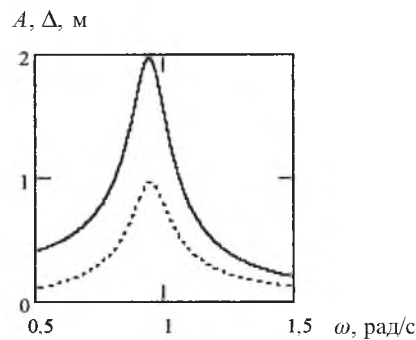


Рис. 2

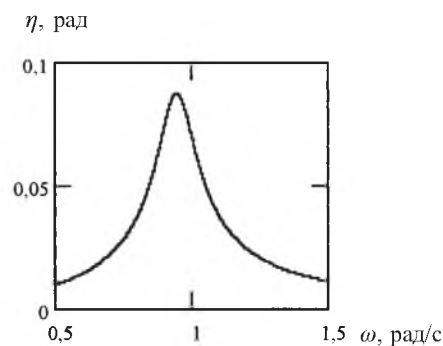


Рис. 3

Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики $A(\omega)$ и $\Delta(\omega)$.Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика $\eta(\omega)$.

Ниже представлены результаты численного анализа динамического поведения виброзащитной системы, имеющей следующие параметры: $\bar{F}_0 = 0,02g$; $\nu = 0,1$; $n_x = 0,05$; $n_\eta = 0,8$; $\omega_0 = 1 \text{ с}^{-1}$, при изменении радиуса R сферической выемки.

На рис. 4,а показано, как изменяются максимальная амплитуда $A(\omega)$ верхней точки перевернутого маятника и относительное перемещение Δ центра масс шара при варьировании радиуса R сферической выемки и неизменных других параметрах системы. На графиках имеется явно выраженный локальный минимум для $A(\omega)$ и максимум для Δ в представляющей интерес частотной области. Такая особенность графиков дает возможность осуществить оптимальную настройку гасителя по частоте вынужденных колебаний, выбрав сферическую выемку перевернутого маятника соответствующего радиуса. Для данной виброзащитной системы оптимальный радиус сферической выемки должен составлять 8,5 м (рис. 4,а).

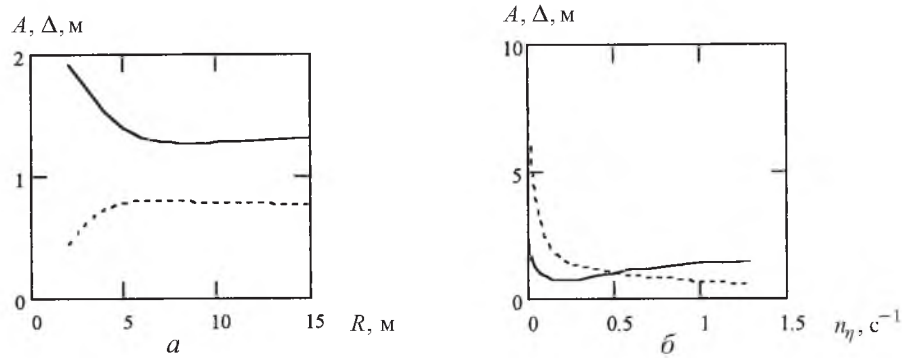


Рис. 4. Зависимость максимальной амплитуды $A(\omega)$ (сплошные линии) и относительного перемещения Δ (штриховые линии) от радиуса R сферической выемки (а) и коэффициента демпфирования n_η (б).

Приблизительно такой же результат можно получить по формуле, приведенной в [12], с учетом выражения для частоты гасителя $\omega_r = \sqrt{g/1,4R}$: $R = g(1 + \nu)^2 / \omega_0^2 = 8,49$ м. Полученная величина еще раз подтверждает, что нельзя использовать маятниковые гасители на подвесе в низкочастотной области ввиду очень большой длины подвеса их рабочего тела.

На основании предыдущего расчета и определенного радиуса сферической выемки $R = 8,5$ м проведем численный анализ динамических процессов в виброзащитной системе при изменении коэффициента демпфирования n_η . Рис. 4,б иллюстрирует изменение максимальной амплитуды $A(\omega)$ верхней точки маятника и относительного перемещения Δ центра масс шара при варьировании коэффициента демпфирования n_η с неизменными вышеуказанными параметрами. Видно, что для верхней точки перевернутого маятника имеет место явно выраженный локальный минимум амплитуды $A(\omega)$ (при $n_\eta = 0,22$ с⁻¹ он равен 0,73 м), в то время как относительное отклонение шара в сферической выемке $\Delta = 1,452$ м. Величина Δ практически всегда не удовлетворяет конструктивным ограничениям для гасителя по допустимому перемещению поршней его воздушных демпферов при условии, что n_η выбирается исходя из указанного локального минимума амплитуды точки A (классический случай). Поэтому необходимо увеличить коэффициент демпфирования n_η с некоторым естественным повышением амплитуды $A(\omega)$ верхней точки маятника. Например, для того чтобы удовлетворить требование $\Delta < 1,0$ м, следует увеличить значение n_η до 0,6 с⁻¹ ($\Delta = 0,935$ м). При этом амплитуда $A(\omega)$ верхней точки маятника будет составлять 1,128 м, что вполне допустимо для сооружений высотой $H = 200$ м.

Заключение. Процесс виброгашения вынужденных колебаний высотных объектов с применением катковых гасителей следует рассматривать отдельно для двух случаев: 1) без ограничений по относительным перемещениям рабочего тела гасителя; 2) с конструктивными ограничениями по относительным перемещениям рабочего тела гасителя. Для исследования динамического поведения системы в первом случае необходимо использовать

нелинейную модель, во втором – линейную модель системы. Рассмотренная линейная модель виброзащитной системы в виде перевернутого маятника с тяжелым шаром в сферической выемке относится ко второму случаю.

Полученные амплитудно-частотные характеристики для абсолютного отклонения верхнего сечения сооружения, а также для относительного перемещения центра масс рабочего тела гасителя в выемке позволяют определять необходимые параметры настройки гасителей каткового типа по частоте и амплитуде вынужденных колебаний. В таких механических системах характерной особенностью является использование для виброгашения воздушных демпферов, которые должны функционировать в двух взаимно перпендикулярных направлениях и обладать большими коэффициентами демпфирования. Движение виброзащитной системы высотное сооружение – катковый гаситель достаточно точно описывается системой линейных дифференциальных уравнений, которая вполне удобна для исследования и практического применения разработчиками и проектировщиками.

Для оценки качества функционирования гасителя рекомендуется одновременно использовать два противоречивых условия: 1) выполнение нормативных требований по неперевышению допустимого абсолютного отклонения верхнего сечения сооружения; 2) соблюдение конструктивных ограничений по относительным перемещениям рабочего тела в выемке. Результаты приведенных численно-аналитических исследований подтверждаются экспериментальными данными, полученными в ОАО “УкрНИИПСК” на моделях и на реальных высотных объектах в натуральных условиях.

Резюме

Розглядаються низькочастотні коливання віброзахисної системи важка куля з повітряним демпфером у сферичній виїмці перевернутого маятника під дією зовнішнього гармонічного збудження. Куля у сферичній виїмці перекочується без ковзання як робоче тіло кульового гасителя вимушених коливань перевернутого маятника. Сформульовано і проаналізовано динамічні рівняння сумісного руху важкої кулі та перевернутого маятника. Отримано амплітудно-частотні характеристики абсолютного відхилення верхньої точки перевернутого маятника та відносного переміщення кулі у сферичній виїмці. Запропоновано нову процедуру визначення параметрів настройки кульового гасителя.

1. Патент України № 52239А, МПК F16F7/10, E04B1/98 / В. П. Легеза, М. А. Мартиненко, М. І. Бобир. Кульовий гаситель вимушених коливань висотних споруд. – Опубл. 16. 12. 02, Бюл. № 12.
2. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия. Справочник проектировщика / Под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1981. – 216 с.
3. Горошко О. О., Легеза В. П. Чисельний аналіз динаміки нового гасителя вимушених коливань // Вісн. Київ. ун-ту. – 2001. – Вип. № 1. – С. 107 – 111.

4. Легеза В. П. Плоская задача о качении тяжелого шара в сферической выемке перевернутого маятника // Прикл. механика. – 2001. – 37, № 8. – С. 131 – 135.
5. Легеза В. П. Вынужденные колебания перевернутого маятника с тяжелым шаром в его сферической выемке под действием периодической силы // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 1. – С. 25 – 33.
6. Легеза В. П. Важка куля у сферичній виїмці перевернутого маятника як катковий гаситель його вимушених коливань // Наук. вісті НТУУ “КПІ”. – 2002. – № 6. – С. 76 – 83.
7. Boruk J. G. and Lobas L. G. On the motion of a reversible double simple pendulum with tracking force // Int. Appl. Mech. – 1999. – 35, No. 7. – P. 745 – 750.
8. Lobas L. G. and Khrebet V. G. Character of motion of oscillating pendulum system at the boundary of the stable region // Ibid. – No. 8. – P. 853 – 859.
9. Lobas L. G. The dynamics of finite-dimensional system under nonconservative positional forces // Ibid. – 2001. – 37, No. 1. – P. 45 – 73.
10. Добронравов В. В. Динамика неголономных систем. – М.: Высш. шк., 1970. – 272 с.
11. Лурье А. И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
12. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
13. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971. – 240 с.
14. Василенко Н. В. Теория колебаний. – Киев: Вища шк., 1992. – 430 с.

Поступила 27. 02. 2003