

## **Анализ нелинейных эффектов проникания цилиндрического ударника в песчаный грунт**

**В. Г. Баженов, В. Л. Котов, С. В. Крылов, А. М. Брагов, В. В. Баландин, Е. В. Цветкова**

Институт механики Нижегородского государственного университета, Нижний Новгород, Россия

*Для оценки сил сопротивления прониканию ударника в грунты анализируется применимость различных моделей поведения грунтовых сред, а также исследуется влияние прочности взаимодействующих сред на значение контактной силы. Обосновывается достоверность методики “обращенного” эксперимента для определения силы сопротивления прониканию ударника в грунт посредством регистрации деформаций мерного стержня. Математическая модель, принятая для описания деформирования сред, формулируется на основании соотношений механики сплошных сред и теории пластического течения. Постановка задачи соответствует обращенному эксперименту, когда контейнер с грунтом ударяет по неподвижному мерному стержню-ударнику. Полученное расчетное значение силы сопротивления прониканию ударника в грунт качественно и количественно соответствует регистрируемому в мерном стержне параметрам.*

**Ключевые слова:** грунт, проникание, эксперимент, математическое моделирование, численный расчет.

**Введение.** Экспериментально-теоретическое исследование процесса деформирования грунтов при ударном взаимодействии с металлическими цилиндрическими ударниками позволяет оценивать достоверность математической модели и определять параметры уравнений состояния грунтовых сред. Наряду с известными [1–3] постановками экспериментов по определению контактных сил, возникающих при взаимодействии ударников с грунтовыми средами, развитие получили так называемые “обращенные” эксперименты [4, 5]. В такой постановке ударник и мишень условно меняют местами, и необходимые параметры процесса контактного взаимодействия регистрируются в неподвижном мерном стержне-ударнике. Для проверки основных предпосылок, на которых базируется методика обращенного эксперимента, необходимо проведение численного эксперимента с анализом всех волновых процессов, протекающих в системе. В случае проникания (внедрения) в грунт цилиндрического ударника результаты численного моделирования [5, 6] показывают, что реальная контактная сила заметно отличается от определенной по методике обращенного эксперимента [4]. Настоящая работа посвящена дальнейшему экспериментально-теоретическому исследованию этого вопроса.

**Постановка задачи.** Схема экспериментальной установки и постановка задачи численного моделирования приведены ранее [4–6]. Система уравнений, описывающая динамику взаимодействующих сред и законы сохранения массы и импульса, представлена в [7, 8]. В основу определяющих соотношений между объемной деформацией  $\varepsilon = 1 - \rho/\rho_0$  и давлением  $p$  в грунте при изменении последнего до 10 МПа положены результаты, полученные в [9]:

© В. Г. БАЖЕНОВ, В. Л. КОТОВ, С. В. КРЫЛОВ, А. М. БРАГОВ, В. В. БАЛАНДИН, Е. В. ЦВЕТКОВА, 2003

$$p = M\varepsilon^n. \quad (1)$$

При давлении выше 0,25 ГПа обосновано применение ударной адиабаты (УА), полученной по результатам плосковолновых экспериментов [10, 11]. Линейная зависимость скорости ударной волны  $D$  и массовой скорости за фронтом волны  $U$

$$D = A + BU$$

с помощью соотношений Гюгионо может быть преобразована следующим образом:

$$p = \rho_0 A^2 \varepsilon / (1 - B\varepsilon)^2, \quad (2)$$

где  $\rho_0$  – начальная плотность грунта;  $A, B$  – константы.

При давлении от 0,01 до 0,250 ГПа используется интерполирующий параметрический кубический полином в форме Безье [12], обеспечивающий в узлах стыковки непрерывность скоростей звука (первой производной) и записываемый в виде

$$r(w) = \{\rho(w), p(w)\} = (1-w)^3 r_1 + 3w(1-w)^2 r_2 + 3w^2(1-w)r_3 + w^3 r_4. \quad (3)$$

Полином (3) в координатах  $\rho - p$  при изменении параметра  $w$  от нуля до единицы проходит через точки  $(\rho_1, p_1)$  и  $(\rho_4, p_4)$ , а тангенс угла наклона касательной в этих точках совпадает с касательными, определяемыми из выражений (1) и (2) соответственно. Значения плотностей с индексами 2 и 3 записываются следующим образом:

$$\rho_2 = 1 + \alpha\rho_1; \quad \rho_3 = 1 - \beta\rho_4, \quad (4)$$

а соответствующие давления определяются путем подстановки этих значений в уравнения касательных. Параметры уравнения касательных и значения полинома в опорных точках  $(\rho_1, p_1)$  и  $(\rho_4, p_4)$  определяются из диаграмм (1) и (2). Таким образом, однозначно устанавливаются значения функции и ее производной. Конкретный вид функции (3), удовлетворяющей этим условиям, зависит от выбора  $\alpha$  и  $\beta$ , причем подстановка этих констант в (4) должна обеспечивать по меньшей мере выпуклость и однозначность интерполирующего полинома. Диаграмма нагружения  $p(\varepsilon)$  показана на рис. 1.

Разгрузка среды описывается двухзвенной ломаной [13]:

$$p = \begin{cases} p^* + C_1^2(\rho - \rho^*), & p > p_{00}; \\ p^* + C_2^2(\rho - \rho^*), & p < p_{00}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $C_1, C_2$  – скорости звука, определяющие наклоны к оси  $\rho$  соответственно первого и второго звена ломаной (5);  $p_{00} = p^* / \gamma_p$  характеризует отношение длин участков ломаных;  $(\rho_{00}, p_{00})$  – точка излома кривой разгрузки в

координатах  $\rho - p$ ;  $\rho^*$  – суть максимальная плотность, достигнутая в процессе активного нагружения грунта.

Величины скоростей звука  $C_1$  и  $C_2$  как функции от  $\rho^*$  определяются следующим образом:

$$C_1 = C_g + \frac{\rho_g - \rho^*}{\rho_g - \rho_0} (C_0 - C_g); \quad C_2 = \frac{C_g}{\gamma_c} + \frac{\rho_g - \rho^*}{\rho_g - \rho_0} \left( C_0 - \frac{C_g}{\gamma_c} \right). \quad (6)$$

Параметр  $\gamma_c$  задает отношение  $C_1$  к  $C_2$  при  $\rho^* = \rho_g$ , где  $\rho_g$  – значение плотности, по достижении которого начинается обратимый (гидродинамический) участок диаграммы нагружения. В точке  $(\rho_g, p_g)$  наклон первого звена ломаной (5) совпадает с наклоном касательной к УА в (2). Таким образом, задается линейное изменение  $C_1$  от  $C_0$  до  $C_g$  и  $C_2$  от  $C_0$  до  $C_1/\gamma_c$  при изменении плотности  $\rho^*$  от  $\rho_0$  до  $\rho_g$ . Здесь  $C_0$  – скорость звука в грунте при отсутствии возмущений или при  $\rho = \rho_0$ . Критерий пластичности для частиц грунта в зависимости от давления  $p$  задается соотношением [9]

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s^{ij} = \frac{1}{6} (kp + b)^2, \quad (7)$$

где  $J_2$  – второй инвариант девиатора  $s_{ij}$  тензора напряжений;  $k, b$  – заданные константы. Приведенные соотношения уравнений состояния грунтовой среды составляют модель Григоряна [14].

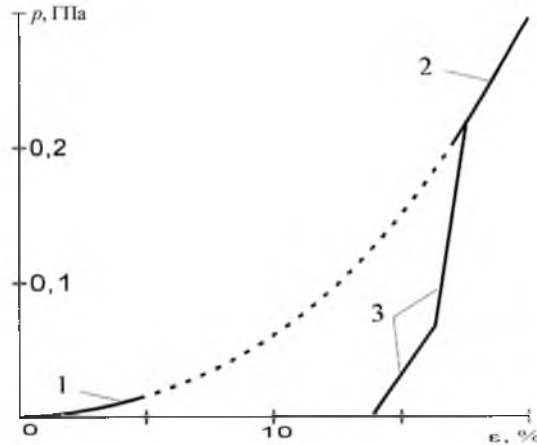


Рис. 1. Диаграмма нагружения  $p(\varepsilon)$ : 1 – зависимость (1); 2 – ударная адиабата (2); 3 – кривая разгрузки. (Штриховая линия – аппроксимирующий полином (3).)

Применяемый разностный метод, основанный на модифицированной схеме Годунова, подробно описан в [7, 8]. Его особенность заключается в применении подхода Эйлера–Лагранжа к описанию движения сред с помощью произвольных подвижных разностных сеток.

**Результаты численных расчетов.** В обращенном эксперименте в качестве мишеней использовался песчаный грунт, засыпаемый в контейнер из алюминиевого сплава Д16Т длиной 70 мм и толщиной дна 2 мм. Его внешний диаметр составлял 56,8 мм, внутренний – 54,5 мм. Глубина заполнения контейнера грунтом достигала 65 мм. Данная постановка эксперимента от проводимого ранее [6, 7] отличалась тем, что использовался мерный стержень диаметром 20 мм (без оголовка) и длиной 2 м. Модуль объемного сжатия материала стержня равен 100 ГПа, модуль сдвига – 60 ГПа, предел текучести  $\sigma_T$  – 1,2 ГПа, плотность  $\rho_0$  – 7,9 г/см<sup>3</sup>. Эксперименты проводились с использованием сухой уплотненной песчаной смеси естественного состава. Константы  $M$  и  $n$  степенной зависимости (1) равны соответственно 2,1 ГПа и 1,8 [9], константы  $A$  и  $B$  ударной адиабаты в форме (2) – 500 м/с и 2,41 [10, 11]. Значения констант интерполирующего полинома таковы:  $\alpha = \beta = 0,06$ ;  $\rho_1 = 1,86$  г/см<sup>3</sup>;  $\rho_4 = 2,15$  г/см<sup>3</sup>;  $\gamma_c = 3$ ;  $\gamma_p = 4$ . Начальная плотность песчаного грунта  $\rho_0 = 1,76$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_g = 2,62$  г/см<sup>3</sup>, начальная скорость звука при разгрузке  $C_0 = 350$  м/с, модуль сдвига  $G = 0,1$  ГПа, константы предела текучести (7):  $k = 1,25$ ,  $b = 0,5 \cdot 10^{-3}$  ГПа [9]. Используемые уравнения состояния в форме (1)–(3) соответствуют определяемым по методике [13].

Проведено численное исследование процессов формирования импульса сжатия, образующегося при ударе, и распространения его в стержне для различных скоростей соударения. Сравнение теоретически полученных сил сопротивления с экспериментальными данными приведено на рис. 2. Значения сил сопротивления, полученные путем расчета, меньше экспериментальных, что объясняется использованием линеаризованного решения задачи о распаде разрыва при реализации численной схемы на этапе “предиктор” [7]. Отличие указанного решения от более точного, учитывающего нелинейность уравнения состояния грунта, в данном случае не превышает 10–15% и проявляется лишь в области максимальных значений, что видно из рис. 3, где показана интегральная контактная сила сопротивления с использованием линеаризованного (кривая 1) и точного (кривая 2) решения задачи. Время, за которое сила сопротивления достигает максимума, для скорости удара 350 м/с составляет 10 мкс, для скорости 45 м/с – 22 мкс. В численных расчетах имеет место запаздывание ( $\approx 5$  мкс), обусловленное схемной вязкостью и отсутствующее при использовании точного решения. Кроме того, ошибки могут быть связаны с отклонением поверхности образца грунта от вертикальной при постановке эксперимента и (или) зависимостью уравнения состояния грунта от скорости деформаций, не учитываемой в численных расчетах.

Одним из важных вопросов исследования является проверка достоверности методики восстановления силы сопротивления внедрению по значению импульса деформации, зарегистрированного на поверхности мерного стержня. Из рис. 3 видно, что расчетная интегральная сила на контактной поверхности (сплошные линии) и в сечении, расположенном на расстоянии пяти диаметров от торца стержня (штриховая линия), для скорости соударения 276 м/с имеет близкие значения. Подобное совпадение наблюдается и

при других скоростях соударения. Использование в эксперименте стержня с повышенным пределом текучести позволило получить результаты, которые отличаются от приведенных ранее [5, 6], что подтверждается также численными расчетами. Штрихпунктирная линия на рис. 3 соответствует силе в стержне с пределом текучести 0,3 ГПа. Отличие этой силы от контактной составляет более 40%. Отметим, что в работах [5, 6] использовались мерные стержни с относительно низким (0,23 ГПа) пределом текучести, что обусловило их пластическое деформирование при высоких скоростях проникания. Таким образом, сила, определенная по методике обращенного эксперимента, совпадает с контактной силой, если напряжения, распространяющиеся в мерном стержне, не превышают предел упругости.

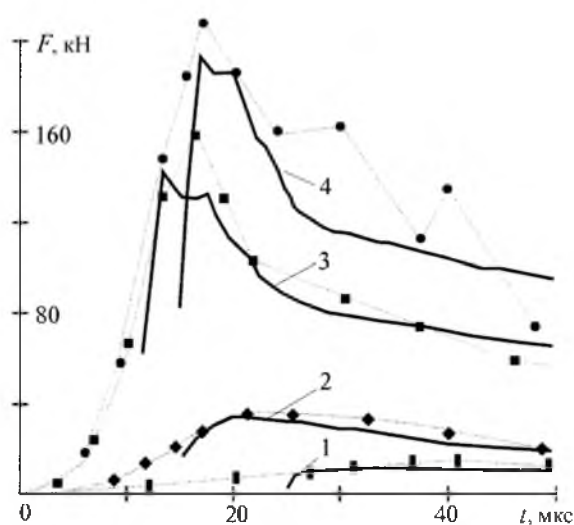


Рис. 2. Сравнение сил сопротивления, полученных путем расчета (линии) и эксперимента (точки): 1, 2, 3, 4 – соответственно значения скоростей соударения, равные 45, 101, 276 и 350 м/с.

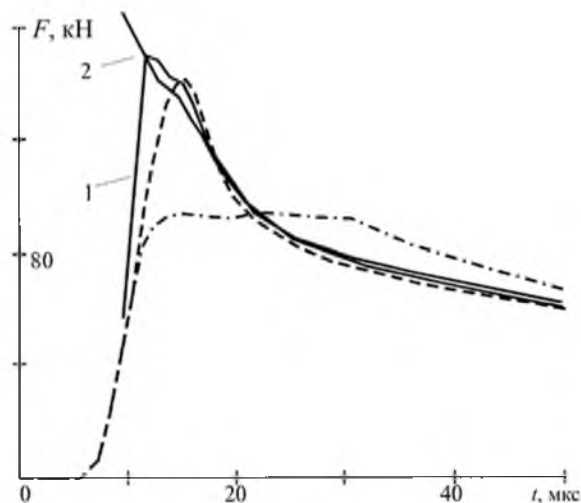


Рис. 3. Кинетика контактной силы сопротивления: 1 – линеаризованное решение; 2 – точное решение.

Анализ влияния учета объемной разгрузки в грунте на силу сопротивления (напряжения в мерном стержне) показывает, что максимум силы практически не изменяется. Наряду с объемной разгрузкой исследовалась также сдвиговая прочность грунта. Проводился расчет в предположении поведения грунта как нелинейно-сжимаемой жидкости.

На рис. 4 представлены продольные напряжения на поверхности мерного стержня, где кривая 1 соответствует значению модуля сдвига песчаного грунта 0,1 ГПа, кривая 3 – 0. Видно, что соответствующие значения в момент достижения максимума отличаются не более чем на 5%, после чего на стадии развитого проникания наблюдается их существенное (в два и более раза) расхождение. При этом увеличение модуля сдвига выше 0,1 ГПа не приводит к существенным изменениям напряжений.

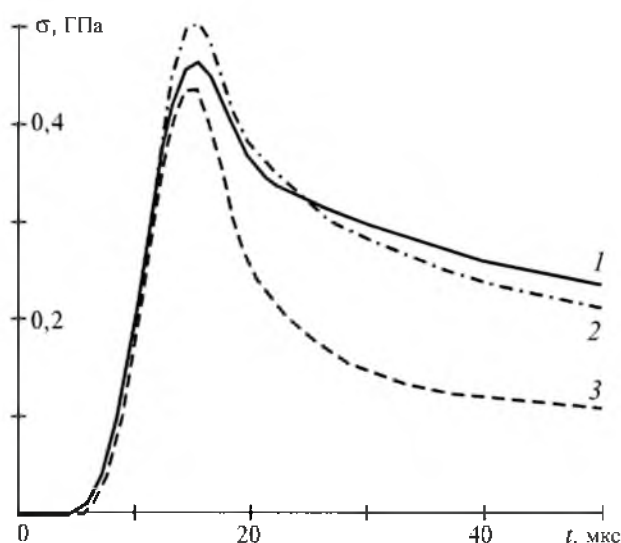


Рис. 4. Продольные напряжения на поверхности мерного стержня: 1, 3 – модуль сдвига, равный соответственно 0,1 ГПа и 0; 2 – модуль сдвига 0,2 ГПа.

Заметим, что одномерный импульс напряжений в стержне формируется за конечный промежуток времени. В окрестности торца стержня протекают процессы взаимодействия импульса сжатия и волн разгрузки от свободных поверхностей. Для оценки влияния волн разгрузки на максимальное значение силы сопротивления прониканию были проведены численные расчеты с использованием мерного стержня радиусом 2 и 0,5 см. Продольное сжимающее напряжение при отсутствии разгружающего действия свободных поверхностей (влияния волн разгрузки) не должно изменяться. Максимум силы сопротивления при этом должен измениться соответственно в 4 и 0,25 раза. На рис. 5 приведены напряжения, рассчитанные в мерном стержне радиусом 1; 2 и 0,5 см (максимальное отличие значений не превышает 20%). При этом наибольшее напряжение в стержне радиусом 2 см (кривая 2) совпало с напряжением на контактной поверхности. Следовательно, дальнейшее увеличение радиуса стержня не приведет к повышению максимума напряжения.

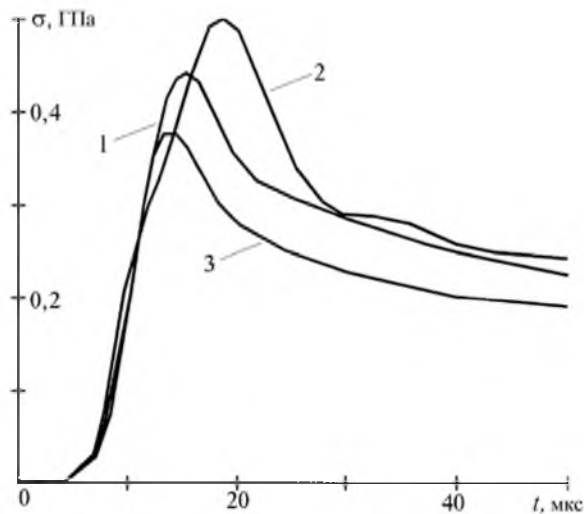


Рис. 5. Напряжения в мерном стержне: 1, 2, 3 – радиус мерного стержня соответственно 1; 2 и 0,5 см.

**Заключение.** С помощью различных моделей деформирования грунтовой среды численно исследованы процессы соударения цилиндрического стержня с песчаным грунтом. На максимальное значение силы сопротивления внедрению преимущественно влияет выбор диаграммы объемной сжимаемости и разгрузки мягкого грунта. При рассмотрении квазистационарных процессов на стадии развитого проникания важно учитывать сдвиговую прочность грунта. Соответствие результатов расчетов экспериментальным данным в диапазоне изменения скоростей соударения 45...350 м/с подтверждает достоверность принятого уравнения состояния грунта. Показано, что при отсутствии пластических деформаций в стержне расчетная контактная сила сопротивления прониканию и сила в мерном стержне практически совпадают. Установлено, что их отличие вследствие неоднородности волновых процессов в оголовке мерного стержня не превышает 10%. Это свидетельствует о корректности определения силы сопротивления по методике обращенного эксперимента и возможности ее применения для экспериментально-теоретического исследования свойств грунтовых сред.

Работа выполнена при частичном финансировании Российского фонда фундаментальных исследований.

## Резюме

Для оцінки сил опору проникання ударника в ґрунти аналізується використання різних моделей поведінки ґрунтових середовищ, а також досліджується вплив міцності взаємодіючих середовищ на значення контактної сили. Обґрунтовується вірогідність методики “оберненого” експерименту з метою визначення сили опору проникнення ударника в ґрунт шляхом реєстрації деформації мірчого стержня. До математичної моделі, що прийнята для опису деформування середовищ, входять співвідношення механіки суцільних середовищ і теорії пластичної течії. Постановка задачі відповідає

оберненому експерименту, коли контейнер із ґрунтом ударяє по нерухомому мірчому стрижню-ударнику. Отримане розрахункове значення сили опору проникання ударника в ґрунт якісно і кількісно відповідає розглянутим у мірчому стрижні параметрам.

1. Степанов Г. В. Упруго-пластическое деформирование и разрушение металлов при импульсном разрушении. – Киев: Наук. думка, 1991. – 288 с.
2. Велданов В. А. Ударное взаимодействие тел с ґрунтом и бетоном // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: Тр. Междунар. конф. – Саров, ВНИИЭФ, 2001. – 120 с.
3. Forestal M. J., Lee L. M., Jenrette B. D., and Setchell R. E. Gas-gan experiments determine forces on penetrators into geological targets // Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech. – 1984. – 51, No. 6. – P. 602 – 607.
4. Баландин В. В., Брагов А. М. Экспериментальная методика измерения сил сопротивления при взаимодействии ударника с ґрунтовой средой // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Сер. Методы решения. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1991. – С. 101 – 104.
5. Брагов А. М., Котов В. Л., Кочетков А. В., Крылов С. В. Обращенный эксперимент и численный анализ осесимметричных процессов соударения твердых тел и песчаного ґрунта // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Сер. Численное моделирование физико-механических процессов. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1999. – С. 12 – 18.
6. Котов В. Л., Крылов С. В. Численный анализ волновых процессов ударного нагружения песчаного ґрунта // Нелинейная акустика твердого тела / Под ред. В. И. Ерофеева. – Н. Новгород: Изд-во об-ва “Интелсервис”, 1998. – С. 152 – 156.
7. Абузяров М. Х., Баженов В. Г., Котов В. Л. и др. Метод распада разрывов в динамике упругопластических сред // Журн. высш. математики и математ. физики. – 2000. – 40, № 6. – С. 940 – 953.
8. Баженов В. Г., Козлов Е. А., Крылов С. В. Численное моделирование нелинейных двумерных задач ударного взаимодействия деформируемых сред и конструкций на основе метода С. К. Годунова // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Сер. Исследование и оптимизация конструкций. – Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1990. – С. 99 – 106.
9. Рыков Г. В. Экспериментальное исследование поля напряжений при взрыве в песчаном ґрунте // Прикл. механика и теорет. физика. – 1964. – № 1. – С. 85 – 89.
10. Дианов М. Д., Златин Н. А., Мочалов С. М. и др. Ударная сжимаемость сухого и водонасыщенного песка // Письма в журн. теорет. физики. – 1976. – 2, вып. 12. – С. 529 – 532.
11. Лагунов В. А., Степанов В. А. Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // Прикл. механика и теорет. физика. – 1963. – № 1. – С. 88.



12. *Faux I. D. and Pratt M. J.* Computational Geometry for Design and Manufacture. – New York: Ellis Horwood Ltd, 1979.
13. *Баженов В. Г., Брагов А. М., Котов В. Л. и др.* Анализ применимости модифицированного метода Кольского для динамических испытаний грунтовых сред в деформируемой обойме // Прикл. механика и теорет. физика. – 2000. – **41**, № 3. – С. 155 – 162.
14. *Григорян С. С.* Об основных представлениях динамики грунтов // Прикл. математика и механика. – 1960. – **24**, вып. 6. – С. 1057 – 1072.

Поступила 30. 10. 2001