

Напряженное состояние криволинейных подземных трубопроводов

И. В. Орыняк, С. А. Радченко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Рассматриваются краевые эффекты в подземных трубопроводах, возникающие в области сопряжения прямой подземной трубы и криволинейной вставки (заводской гиб, колено или упругоизогнутый участок). В результате действия этих эффектов возникают дополнительные изгибающие моменты, которые пропорциональны разности осевого усилия в бесконечном прямом трубопроводе и в закрытой с торцов трубе и зависят от геометрических параметров трубопровода и физико-механических характеристик грунта. Приведены конкретные примеры анализа упругого взаимодействия трубопровода с грунтом для колен с разными радиусами дуги гiba. Показано, что дополнительные изгибные напряжения могут существенно превышать напряжения от осевой силы, поэтому их необходимо учитывать при проектировании и строительстве трубопроводов. Получено и проанализировано решение для упругоизогнутого участка.

Ключевые слова: подземный трубопровод, гиб трубы, упругоизогнутый участок, изгибающий момент.

Введение. Поскольку магистральные трубопроводы являются в основном подземными, из экономических соображений их по возможности прокладывают по прямой линии. Вынужденное изменение траектории оси такого трубопровода производится с помощью упругоизогнутых труб либо в отдельных случаях криволинейных вставок (заводские гiba труб или колена). В действующем нормативном документе [1] принято, что защемленные в грунте трубопроводы принимают форму траншеи и не испытывают продольных деформаций ε_x . Поэтому осевые напряжения σ_x определяют при условии $\varepsilon_x = 0$ следующим образом:

для недеформированных труб

$$\sigma_x = \frac{2\mu\pi r^2 P - \alpha\Delta TEF}{F}; \quad (1a)$$

для упругоизогнутых труб при дополнительном учете принудительного искривления оси трубы в траншее

$$\sigma_x = \frac{2\mu\pi r^2 P - \alpha\Delta TEF}{F} \pm \frac{Er}{\rho}, \quad (16)$$

где E и μ – модуль Юнга и коэффициент Пуассона металла; α – коэффициент его температурного расширения; ΔT – разница температур исходного и анализируемого состояния трубы; r – радиус трубы; $F = 2\pi r t$ – площадь сечения трубы; t – толщина стенки трубы; P – внутреннее давление; ρ – радиус упругого изгиба.

Согласно нормативному документу [1], для подземных гибов и колен предполагается полное отсутствие осевых перемещений и деформаций, а также поперечных перемещений. Не рассматриваются они и в работах [2–4], где анализируются конкретные случаи расчета напряженного состояния в соответствии с нормативными требованиями. Естественно, что в проекторочных расчетах для определения осевых напряжений используют формулы (1). Поскольку обычно окружные напряжения от внутреннего давления $\sigma_\theta = Pr/t$ значительно больше, чем осевые (1), расчет прочности в основном выполняется по окружным напряжениям. Поэтому при проектировании и строительстве трубопроводов уточнение выбора подземных гибов труб ограничивается лишь имеющейся номенклатурой и технологическими возможностями.

Однако распределение осевых напряжений (1) в упругоизогнутых участках и коленах может иметь место только для абсолютно жесткого грунта. Вообще говоря, грунт обладает ограниченной возможностью сопротивляться поперечным и тем более продольным перемещениям трубопровода. Например, в точке выхода трубопровода на поверхность продольные усилия N_x обычно близки к значению $N_p = \pi Pr^2$ (при этом напряжения $\sigma_x = Pr/(2t)$). Длина переходного участка, на котором осевое напряжение σ_x за счет реакции грунта принимает значение, определяемое уравнением (1а), может достигать 100 м. Величина перемещения трубы в точке ее выхода на поверхность может составлять до 10 мм.

В гibe трубы подземного трубопровода безмоментное состояние достигается, если продольная сила N_x в нем составляет $N_2 = N_p + N_w$. Здесь $N_w = w_0 f(w_0)$, где w_0 – некоторое постоянное поперечное перемещение трубопровода. При этом продольные перемещения гiba равны нулю. С другой стороны, в примыкающей к колену прямой трубе продольные перемещения будут нулевыми, если значение N_x равно $N_\varepsilon = 2\mu\pi Pr^2 - \alpha\Delta TEF$, а изгибающие моменты равны нулю, если поперечные перемещения тождественно равны нулю. Очевидно, что невозмущенное (безмоментное) состояние при сопряжении колена и прямой трубы (требование равенства перемещений на концах) может иметь место только в частном случае, когда $N_\varepsilon = N_p$, увеличение разницы между значениями N_ε и N_p приводит к росту моментов.

Возможность возникновения продольных и поперечных перемещений в подземных гibaх, например, при температурном воздействии отмечается в стандарте США [5]. Дополнительно к указанному стандарту разработано руководство [6], где более предметно рассматривается данная проблема, а также основные параметры и свойства, которые следует учитывать при ее решении. Достаточно актуальна эта проблема для трубопроводов, подверженных температурному нагружению, например участков газопроводов, расположенных возле компрессорных станций, или трубопроводов городских нагревательных систем. В работе [7] для конкретного подземного гiba, примыкающего к прямой трубе и находящегося в грунте с заданными характеристиками, приведены рассчитанные методом конечных элементов (МКЭ) значения дополнительных напряжений, которые иногда превышают напряжения от внутреннего давления.

В настоящей работе анализируется напряженное состояние криволинейных участков подземных трубопроводов с целью разработки расчетной методики и практических рекомендаций, которые могут использоваться как при проектировании новых трубопроводов, так и в случае уже действующих. При этом рассматриваются не только максимальные напряжения в трубопроводах, но и общие закономерности распределения изгибающих моментов по их длине.

Исследовать данную проблему невозможно с помощью только аналитических методов. Приведенное в [8] решение даже для линейной модели взаимодействия трубы с грунтом является, во-первых, неполным, а, во-вторых, слишком громоздким для использования его в аналитических расчетах. Кроме того, нелинейный характер реального взаимодействия трубы с грунтом требует реализации итерационной численной процедуры. Поэтому нами разработан соответствующий расчетный модуль, который включен в программный комплекс по расчету трубопроводов на прочность [9].

1. Описание расчетной модели.

1.1. **Модели грунта.** Сопротивление грунта перемещениям трубы зависит от направления и типа перемещения трубопровода [4]. Следует рассматривать пять случаев взаимодействия трубопровода с грунтом:

- отдельное исследование сопротивления грунта поперечным (в вертикальной плоскости) перемещениям трубы вверх и вниз;
- сопротивление грунта поперечным (в горизонтальной плоскости) перемещениям трубы;
- сопротивление грунта продольным перемещениям трубы;
- сопротивление грунта кручению трубы.

Обобщенный вид типичной диаграммы взаимодействия трубопровода с грунтом для всех видов сопротивления последнего показан на рис. 1, где w_s – перемещение трубопровода в направлении s ; q – сопротивление грунта перемещениям трубы в направлении s ; $q_{пр}$ – предельное сопротивление грунта перемещениям трубы в направлении s ; $w_{пр}$ – так называемое предельное перемещение трубопровода; α – коэффициент пропорциональности в уравнении связи между сопротивлением грунта и перемещением трубопровода, $q = \alpha w_s$.

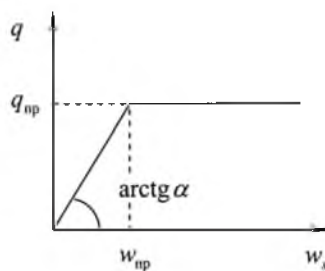


Рис. 1. Обобщенная диаграмма взаимодействия трубопровода с грунтом.

1.2. **Прямая труба в земле.** Уравнения деформирования упругой линии прямого подземного трубопровода известны и при поперечном нагружении записываются так:

$$\frac{d^4 w_i(s)}{ds^4} = \frac{q_i}{EI}, \quad q_i = \begin{cases} -\alpha_i w_i(s), & w_i < w_{\text{пр}}; \\ q_{\text{пр}}^i, & w_i \geq w_{\text{пр}}, \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где w_i – поперечное перемещение трубопровода в направлении i ; q_i – сопротивление грунта перемещениям трубы в направлении i ; α_i – коэффициент пропорциональности; s – текущая длина трубопровода; I – главный момент инерции сечения; значения 1, 2, 3 – перемещения трубы соответственно вверх, вниз и в горизонтальной плоскости.

Соответствующие уравнения при осевом нагружении и кручении имеют вид

$$\frac{d^2 u_i(s)}{ds^2} = \frac{p_i}{A_i}, \quad p_i = \begin{cases} \gamma_i u_i(s), & u_i < u_{\text{пр}}; \\ q_{\text{пр}}^i, & u_i \geq u_{\text{пр}}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad \begin{matrix} A_1 = EF, \\ A_2 = 2GI, \end{matrix} \quad (3)$$

где u_i – перемещение трубопровода в направлении i ; p_i – сопротивление грунта перемещениям трубы в направлении i ; γ_i – коэффициент пропорциональности; G – модуль сдвига; значения 1, 2 – соответственно продольное перемещение трубы и кручение.

Решения уравнений (2) хорошо известны и могут быть представлены так:

$$w_y = w_{y0} C_1(s) + \theta_{y0} C_2(s) + M_{y0} C_3(s) + Q_{y0} C_4(s) + C_5(s), \quad (4)$$

где w_y – поперечное перемещение трубы; θ_y – угол поворота сечения; M_y – изгибающий момент; Q_y – перерезывающая сила; функции C_i ($i = 1, \dots, 5$) – либо степенные функции степени $i-1$, либо функции Крылова (в этом случае $C_5 = 0$); индекс 0 обозначает принадлежность данной величины к началу участка.

Решения уравнений (3) также тривиальны и записываются следующим образом:

$$u_i = u_{i0} B_1(s) + N_{i0} B_2(s) + AB_3(s), \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

где N_1 – осевая сила; N_2 – крутящий момент; функции B_i ($i = 1, \dots, 3$) – либо экспоненциальные функции ($B_3(0) = 0$), либо степенные функции степени $i-1$; A – постоянный коэффициент; индекс 0 обозначает принадлежность данной величины к началу участка.

Поскольку программный комплекс основан на методе начальных параметров [9], важным является то, что представленные решения записываются через начальные неизвестные участка. Процедура совместного рассмотрения нескольких участков описана ранее [9].

1.3. Криволинейная труба в земле. Расчет криволинейного элемента подземного трубопровода невозможно провести только аналитическими методами, так как для описания нелинейного поведения грунта потребовалось бы учитывать большой набор его физико-механических характеристик. Поэтому в программном комплексе криволинейный элемент представляет собой набор из нескольких прямых труб, соединяемых под малым углом $\Delta\psi$ с

помощью адаптера*. При этом обеспечивается равенство соответствующих переменных (перемещений и усилий) на концах участков в глобальной системе координат. В приведенных ниже вычислениях использовалась величина $\Delta\psi = 1$ град.

2. Анализ краевого эффекта в упругоизогнутом участке трубопровода. В литературных источниках полные осевые напряжения σ_x для упругоизогнутого участка трубопровода предлагается определять по выражению (1б), в примыкающих к нему прямых трубах – по (1а). Такое решение неверно, так как очевидно, что на концах участков должно выполняться условие сопряжения (непрерывности) моментов, а уравнения (1) предполагают наличие их скачка. Между тем для случая упругого грунта решение легко находится аналитически.

Рассмотрим достаточно длинный упругоизогнутый участок трубопровода, примыкающий к полубесконечной подземной прямой трубе. Дифференциальные уравнения для двух типов труб записываются в виде

$$\frac{d^4 w(s)}{ds^4} = -\frac{\alpha w(s)}{EI}. \quad (6)$$

При этом для упругоизогнутого участка в выражении для изгибающих моментов необходимо учесть дополнительную составляющую от упругого деформирования оси трубопровода:

$$\frac{d^2 w(s)}{ds^2} = \frac{1}{\rho} + \frac{M}{EI}. \quad (7)$$

Условия сопряжения участков таковы:

$$w_1 = w_2; \quad \theta_1 = \theta_2; \quad M_1 = M_2; \quad Q_1 = Q_2, \quad (8)$$

где индексы 1 и 2 обозначают принадлежность к прямой трубе и упругоизогнутому участку соответственно.

Из системы уравнений (6)–(8) выражение изгибающих моментов для упругоизогнутого участка записывается следующим образом:

$$M = M_0(1 - 0,5 e^{-\bar{\alpha}s} \cos \bar{\alpha}s), \quad s > 0; \quad (9a)$$

для примыкающей прямой трубы:

$$M = 0,5 M_0 e^{\bar{\alpha}s} \cos \bar{\alpha}s, \quad s < 0, \quad (9б)$$

где

$$M_0 = \frac{EI}{\rho}, \quad \bar{\alpha} = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{4EI}}.$$

* Это матрица, обеспечивающая перевод локальных переменных с конца одного прямого участка в начало соседнего прямого участка.

Из решения (9) следует, что в точке сопряжения упругоизогнутого участка с прямой трубой моменты равны: $M(s=0) = \frac{1}{2} M_0$. Значение максимального изгибающего момента $M_{\max} = 1,034 M_0$, не зависящее от типа грунта, отмечается на расстоянии $s = \frac{3}{4} s_0$ от края участка, где характеристическое расстояние $s_0 = \pi/\bar{\alpha}$. С увеличением s величина изгибающего момента стабилизируется и становится равной M_0 .

3. Численный анализ напряжений в подземном колене.

3.1. **Исходные данные.** Как указывалось выше, несоответствие между величинами осевых сил $N_\varepsilon = 2\mu\pi Pr^2 - \alpha\Delta TEF$ и $N_p = \pi Pr^2$ приводит к краевому эффекту в зоне сопряжения прямого участка и колена. Возникающие при этом изгибающие моменты в плоскости кривизныгиба можно представить в общем виде как

$$M(s) = \bar{N}F_1(\bar{T}, \bar{G}, s), \quad (10a)$$

где F_1 – некоторая функция.

Очевидно, что величина осевой силы находится между N_ε и N_p и может быть представлена следующим образом:

$$N(s) = \bar{N}F_2(\bar{T}, \bar{G}, s) + N_\varepsilon, \quad 0 \leq F_2 \leq 1, \quad (10b)$$

где F_2 – введенная авторами некоторая безразмерная функция; \bar{T} – геометрические параметры трубопровода; \bar{G} – физико-механические характеристики грунта; \bar{N} – параметр несоответствия с размерностью осевой силы,

$$\bar{N} = (N_p - N_\varepsilon) = \pi Pr^2(1 - 2\nu) + \alpha\Delta TEF. \quad (11)$$

Из выражения (11) следует, что определяемая им комбинация внутреннего давления и температуры приводит к одинаковому краевому эффекту. Это значит, что при исследовании краевого эффекта в качестве параметра нагружения можно выбрать, например, только некоторое значение ΔT . Заметим, что справедливость такого положения была подтверждена нами расчетом для разных комбинаций значений ΔT и P , приводящих к одинаковому значению \bar{N} .

Большой набор физико-механических свойств грунта и геометрических характеристик труб не позволяет провести исчерпывающий анализ, чтобы представить результаты в удобном для применения виде. Поэтому рассмотрим только некоторые конкретные случаи.

С помощью программного комплекса анализировалось упругое взаимодействие грунта с трубопроводом, имеющим колено с радиусом дуги $R = 2; 5; 20$ и 50 м, при таких исходных данных:

труба: $r = 0,16988$ м, $t = 0,00792$ м;

металл: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$, $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$;

грунт (суглинок): удельный вес $\gamma_{\text{гр}} = 16580 \text{ Н/м}^3$, модуль упругости $E_{\text{гр}} = 11 \text{ МПа}$, коэффициент Пуассона $\mu_{\text{гр}} = 0,35$, сцепление грунта $c_{\text{гр}} = 18 \text{ кПа}$, угол внутреннего трения $\varphi_{\text{гр}} = 19 \text{ град}$, обобщенный коэффициент касательного сопротивления $c_{x_0} = 2 \text{ МПа/м}$. Эти величины используются для определения α_i (2) и γ_i (3);

параметр нагружения $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, что соответствует $\bar{\sigma} = \bar{N}/F = 25 \text{ МПа}$.

Приведенные ниже результаты расчета получены при разных значениях угла дуги гiba θ с целью анализа его влияния на характер изменения величин M и N .

3.2. Результаты расчетов. Для иллюстрации качественной картины деформирования подземных трубопроводов с криволинейными вставками приведем результаты расчетов для колен с радиусом дуги $R = 20$ и 50 м в виде эпюр изгибающих моментов (рис. 2) и продольных сил (рис. 3). Эпюры перемещений, углов поворота и перерезывающих сил здесь не приводятся, поскольку их можно определить из известных дифференциальных зависимостей. Очевидно, что изгибающие моменты в области сопряжения гiba с прямой трубой достигают максимума. Характер зависимостей изгибающих моментов и осевых сил от продольной координаты s обусловлен соотношением размера зоны влияния краевого эффекта $s_0 = \pi/\bar{\alpha}$ и полудлины гiba l , где $2l = R\theta$. В нашем случае $s_0 = 7,9 \text{ м}$. Так, если полудлина гiba l меньше s_0 , то он полностью подвержен двухстороннему влиянию краевых эффектов, и эпюра изгибающих моментов на колене имеет только один экстремум (рис. 2,а). При этом с уменьшением l значение осевой силы в колене стремится к величине N_ε (рис. 3). С увеличением радиуса гiba уменьшается максимальное значение изгибающего момента, что связано с повышением податливости гiba и более сильным проявлением реакции грунта. При этом для гибов с большим радиусом дуги, начиная с определенного значения θ (при $R\theta > 2s_0$), картина напряженно-деформированного состояния стабилизируется (рис. 2,з). Это выражается в том, что значение изгибающего момента становится постоянным, а углы поворота и перерезывающие силы равны нулю. Функция F_2 в выражении (10б) с ростом θ увеличивается и достигает локального максимума в середине гiba (рис. 3).

Анализ колен при различных радиусах дуги показал, что с увеличением R наибольшее значение M_y в гibe соответствует меньшему значению угла дуги θ . Так, максимальный изгибающий момент M_y в гibe радиусом $R = 2 \text{ м}$ соответствует углу дуги $\theta = 30 \text{ град}$, при $R = 20$ и 50 м он соответствует $\theta = 25$ и 5 град .

Проведем количественную оценку дополнительных напряжений от изгибающих моментов, вызванных краевым эффектом. На рис. 4 представлены зависимости нормированных максимальных дополнительных напряжений

$\mu = \frac{Mr}{I\bar{\sigma}}$ от угла дуги θ для исследуемых колен. В качестве нормирующего

параметра используется параметр несоответствия $\bar{\sigma}$, выраженный в напряжениях и определяемый как $\bar{\sigma} = \bar{N}/F$. Выше указывалось, что максимальные напряжения достигаются в окрестности зоны сопряжения прямой трубы с коленом.

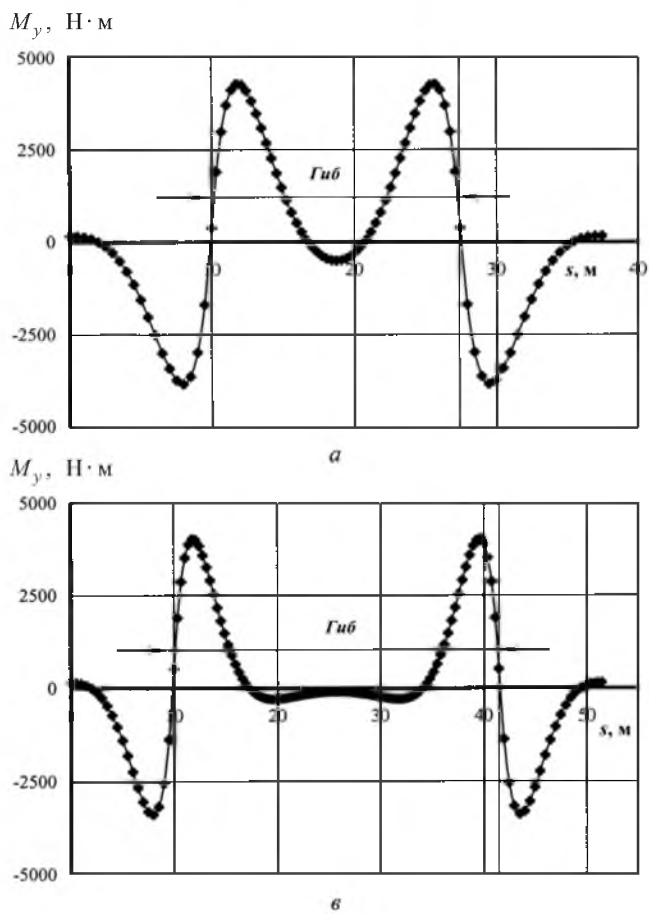
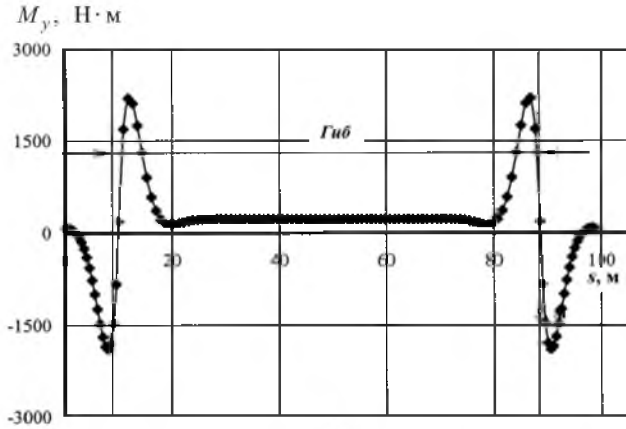
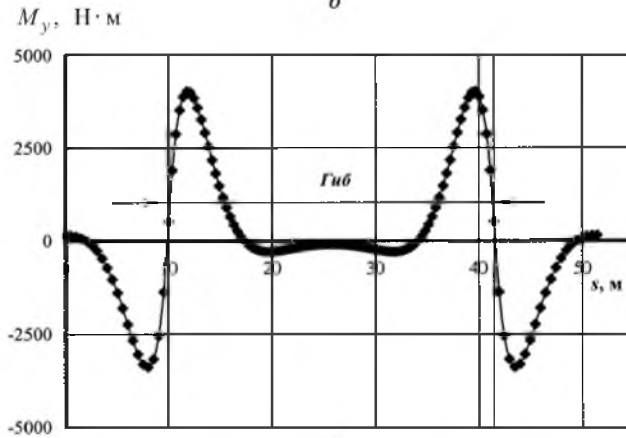


Рис. 2. Эпюры изгибающих моментов для колен при $\Delta T = 10^\circ\text{C}$: а – $R = 20$ м, б – $R = 10$ м, $\theta = 90$ град.



б



в

$\theta = 10$ град; б - $R = 20$ м, $\theta = 50$ град; в - $R = 20$ м, $\theta = 90$ град; г - $R = 50$ м,

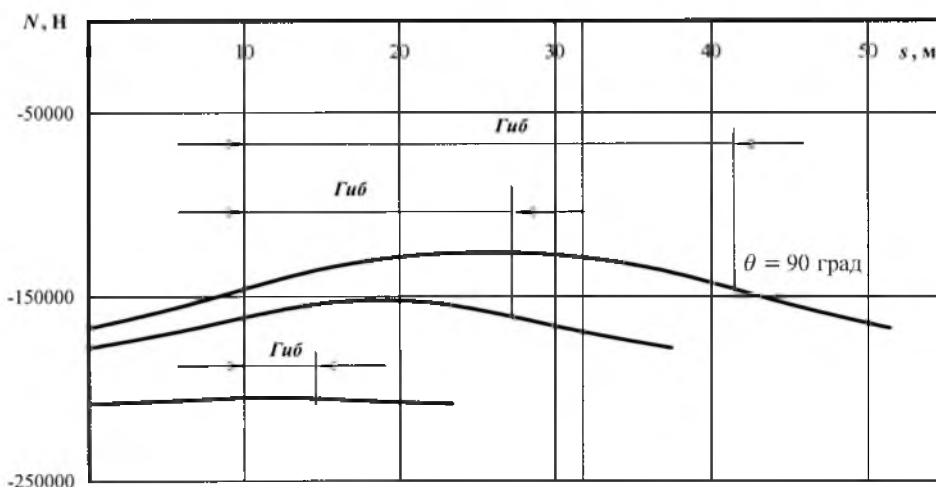


Рис. 3. Эпюры осевых сил для колена: $R = 20$ м, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$.

Возникающие в колене полные осевые напряжения состоят из двух составляющих: напряжения от осевой силы и изгибающего момента. Таким образом, максимальное результирующее напряжение в заводском гйбе подземного трубопровода определяется следующим образом:

$$\sigma_{\max}^x = (\mu + k)\bar{\sigma} + \sigma_x^{\text{пр}}, \quad (12)$$

где $\sigma_x^{\text{пр}}$ – осевые напряжения в подземной прямой трубе; $k = F_2 (s \approx 0)$, поскольку изменением силы N в зоне сопряжения можно пренебречь.

Из рис. 4 видно, что коэффициент μ может достигать больших величин, и его максимальное значение соответствует гйбам с небольшим радиусом дуги R . Так, для исследуемых колен при $R = 2$ м было получено $\mu = 2$, при $R = 5$ м – $\mu = 1,5$, при $R = 20$ м – $\mu = 0,6$, при $R = 50$ м – $\mu = 0,25$. Заметим, что напряжение $\bar{\sigma}$ также может быть достаточно большое, особенно при положительных ΔT . Поэтому в целом напряжения в гйбе могут существенно превышать величины, определяемые по выражению (1), что, очевидно, следует учитывать при проектировании и строительстве трубопроводов.

Представленные результаты носят частный характер, поскольку были получены для колен с одинаковыми геометрическими характеристиками сечения и для одного типа грунта. Проведенный численный эксперимент по исследованию влияния радиуса r и толщины стенки трубы t , а также физико-механических характеристик грунта на величину μ не позволил выявить однозначность данного влияния и установить безразмерные параметры, определяющие ее поведение. По-видимому, только уменьшение обобщенного коэффициента касательного сопротивления грунта c_{x_0} для других типов грунтов приводит к заметному увеличению напряжений. Эти результаты еще раз свидетельствуют о необходимости проведения вычислений в каждом конкретном случае.

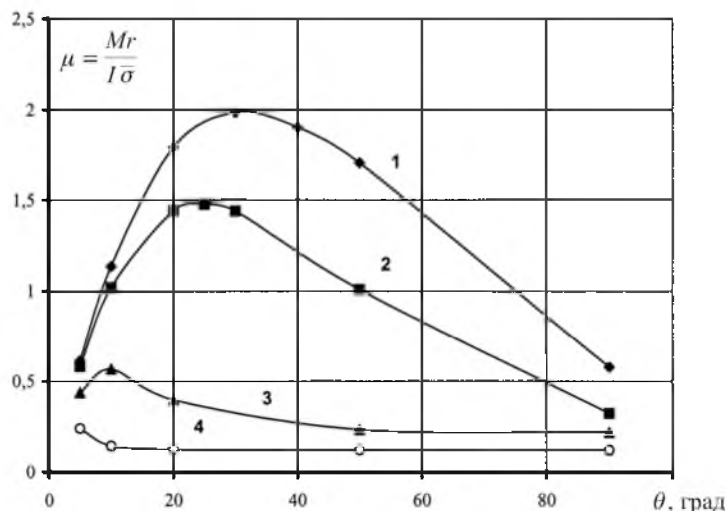


Рис. 4. Зависимости нормированных максимальных дополнительных напряжений от угла дуги θ : 1, 2, 3, 4 – соответственно $R = 2; 5; 20$ и 50 м.

Что касается упругоизогнутого участка подземного трубопровода, то в нем также возникают дополнительные напряжения, пропорциональные параметру \bar{N} , однако при больших радиусах упругого изгиба и для типичных грунтов эти эффекты незначительны.

Необходимо отметить, что в результате действия изгибающих моментов наблюдается сплющивание поперечного сечениягиба, которое, с одной стороны, приводит к большей податливостигиба и, как следствие, к меньшим изгибающим моментам, а с другой – к дополнительным кольцевым напряжениям. Эти эффекты в настоящей работе не рассматривались.

Выводы

1. Установлено, что в области сопряжения криволинейных подземных труб с прямыми возникают краевые эффекты, приводящие к дополнительным изгибающим моментам. Их величины пропорциональны параметру несоответствия \bar{N} , представляющему собой разность осевого усилия в бесконечном прямом трубопроводе и в закрытой с торцов трубе.

2. Большой набор физико-механических свойств грунта и геометрических характеристик труб не позволяет провести исчерпывающий теоретический либо численный анализ. Показано, что с увеличением радиуса дугигиба изгибающий момент уменьшается.

3. Для количественного описания краевого эффекта введено понятие дополнительных безразмерных напряжений $\mu = \bar{\sigma}_M / \bar{\sigma}$.

4. Для упругоизогнутого участка подземного трубопровода представлено аналитическое решение краевого эффекта.

Резюме

Розглядаються крайові ефекти в підземних трубопроводах, що виникають в області сполучення прямої підземної труби і криволінійної вставки (завод-

ський згин, коліно або пружновигнута ділянка). Унаслідок дії цих ефектів виникають додаткові згинальні моменти, величина яких пропорційна різниці осевого зусилля в нескінченному прямому трубопроводі і в закритій з торців трубі і залежить від геометричних параметрів трубопроводу та фізико-механічних характеристик ґрунту. Наведено конкретні приклади аналізу пружної взаємодії трубопроводу з ґрунтом для колін із різними радіусами дуги згину. Показано, що додаткові згинальні напруження можуть істотно перевищувати напруження від осевої сили, тому їх необхідно враховувати при проектуванні і будівництві трубопроводів. Отримано і проаналізовано розв'язок для пружновигнутої ділянки.

1. *Строительные нормы и правила. Магистральные трубопроводы.* – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 52 с.
2. *Бородавкин П. П.* Подземные магистральные трубопроводы. – М.: Недра, 1982. – 384 с.
3. *Камерштейн А. Г., Рождественский В. В., Ручимский М. Н.* Расчет трубопроводов на прочность. – М.: Недра, 1969. – 440 с.
4. *Айнбиндер А. Б.* Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность: Справочное пособие. – М.: Недра, 1991. – 287 с.
5. *Liquid Transportation Systems for Hydrocarbons, Liquid Petroleum Gas, Anhydrous Ammonia, and Alcohols.* – ASME B31.4. – New York, 1989. – 91 p.
6. *Guideline for the Design of Buried Steel Pipe.* – ASCE, 2001. – 83 p.
7. *Guijt W.* Design considerations of high-temperature pipelines // Proc. ISOPE-99. – Brest, France, 1999. – P. 683 – 689.
8. *Ромащенко В. А., Иващенко К. Б., Жураховский С. В.* Аналитическое определение напряженно-деформированного состояния упруго изогнутого в ґрунте трубопровода // Пробл. прочности. – 1998. – № 2. – С. 151 – 160.
9. *Орыняк И. В., Торон В. М., Ромащенко В. А., Жураховский С. В.* Расчет пространственного разветвленного трубопровода в программном комплексе оценки прочности оборудования АЭС // Там же. – С. 87 – 100.

Поступила 20. 12. 2001