

Деформационное упрочнение начально-изотропных металлов при деформировании по траекториям малой кривизны

В. Н. Бастун

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

На примере стали мартенситного класса исследованы закономерности деформационного упрочнения при нагружении по траекториям, имеющим вид двухзвенных ломаных, которым соответствуют траектории деформирования малой кривизны. Показано, что поверхность нагружения, разделяющая области упругого и упругопластического деформирования, смещается в направлении вектора, который соединяет центр поверхности нагружения и изображающую точку на траектории нагружения, при этом не изменяется форма ее фронтальной части. Зависимость величины смещения центра поверхности нагружения от интенсивности накопленных пластических деформаций описывается кривой, инвариантной к виду траектории нагружения.

Ключевые слова: деформационное упрочнение, начально-изотропный металл, траектория деформирования малой кривизны, поверхность нагружения, траектория центра поверхности нагружения.

Анализ работ [1–7], посвященных исследованию закономерностей деформационного упрочнения металлов со стабильной структурой в условиях простого нагружения количественными методами, свидетельствует, что для большинства изотропных материалов, у которых наступление текучести описывается условием постоянства энергии формоизменения, справедлива модель изотропно-кинематического типа. В соответствии с этой моделью поверхность нагружения, разделяющая в пространстве напряжений области упругих и упругопластических деформаций, в процессе пластического деформирования расширяется и смещается в направлении траектории нагружения, при этом форма ее фронтальной части не изменяется. При этом величина смещения поверхности и степень изменения ее размеров являются функциями интенсивности накопленных пластических деформаций, инвариантными к виду напряженного состояния. Так, в работах [6, 7] на примере металлов, охватывающих пять основных классов конструкционных сталей (ферритные, ферритно-перлитные, аустенитные, мартенситные, мартенситно-стареющие) и семь сплавов цветных металлов, которые были испытаны по различным программам простого нагружения в трех подпространствах пятимерного пространства девиатора напряжений $\{S_i\}$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) [8], показано, что поверхность нагружения в этом пространстве описывается сферой. Отклонение от сферы во фронтальной части не превышает 3%, а угол, образуемый траекторией центра поверхности и траекторией нагружения, находится в пределах 10° . У нестабильных металлов трансформация поверхности нагружения имеет сложный характер, а траектории первичного нагружения и смещения поверхности не совпадают [9].

В настоящей работе на примере стали 28ХЗСНМВФА мартенситного класса в стабильном состоянии исследуются закономерности деформацион-

ного упрочнения при нагружении по двухзвенным ломаным с ортогональным изломом в пространстве $\{S_i\}$, которым соответствуют траектории деформирования малой кривизны в пространстве девиатора деформаций $\{O_i\}$. Оцениваются форма поверхности нагружения и траектория смещения ее центра. Сталь подвергалась термической обработке, включающей закалку и последующий отпуск. Предварительные испытания показали, что в исходном (недеформированном) состоянии материал практически изотропен, а наступление текучести удовлетворительно описывается условием постоянства энергии формоизменения.

Трубчатые образцы (длина рабочей части, диаметр и толщина стенки соответственно равны 100, 28 и 0,8 мм) испытывали в соответствии с методикой [10] путем нагружения осевой силой P и внутренним давлением p (P - p -опыты). При этом в стенке образца возникает близкое к однородному двухосное напряженное состояние, характеризуемое осевым σ_z и окружным σ_θ напряжениями.

Следуя работе [6], поверхность нагружения материала в деформированном состоянии будем аппроксимировать в пространстве $\{S_i\}$ сферой

$$(S_i - a_i)(S_i - a_i) = R^2, \quad (1)$$

где a_i – координаты центра; R – радиус.

Заметим, что величина смещения поверхности нагружения $a = \sqrt{a_i a_i}$ определяет кинематическую составляющую упрочнения, а степень изменения размеров $\Delta R = R - R_0$ (R_0 – радиус поверхности нагружения в исходном состоянии) – изотропную составляющую. Точность аппроксимации будем оценивать при обработке экспериментальных данных по методу наименьших квадратов, согласно которому входящие в (1) параметры a_i и R находятся путем минимизации функции

$$F = \sum_{k=1}^N \left[\sum_{i=1}^5 (S_{ik} - a_i)^2 - R^2 \right], \quad (2)$$

где S_{ik} – определяемые из эксперимента координаты точек, принадлежащих поверхности нагружения.

В качестве критерия погрешности аппроксимации примем отношение

$$L = \frac{\Delta}{R}, \quad (3)$$

где Δ – среднеквадратичное отклонение точек S_{ik} относительно сферы (1),

$$\Delta = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\sqrt{\sum_{i=1}^5 (S_{ik} - a_i)^2 - R^2} \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (4)$$

Поскольку в случае P - p -опытов имеют место соотношения [6, 7]

$$S_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sigma_z - \frac{\sigma_\theta}{2} \right); \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_\theta; \quad S_3 = S_4 = S_5 = 0; \quad (5)$$

$$a_1 = \frac{\varepsilon_z^p}{\varepsilon_i^p} a; \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\varepsilon_z^p + \varepsilon_\theta^p}{\varepsilon_i^p} a; \quad a_3 = a_4 = a_5 = 0, \quad (6)$$

поверхность нагружения (1) примет вид окружности

$$(S_1 - a_1)^2 + (S_2 - a_2)^2 = R^2. \quad (7)$$

В выражениях (6) ε_z^p и ε_θ^p – компоненты пластической деформации соответственно в осевом и окружном направлениях; $\varepsilon_i^p = \left(\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p \right)^{1/2}$ – интенсивность пластических деформаций (ε_{ij}^p – компоненты тензора пластических деформаций; $i, j = 1, 2, 3$). Значения входящих в (7) параметров a_1, a_2 и R найдем путем минимизации функции (2). В результате получим

$$\begin{aligned} a_1 = & \left[\sum_{k=1}^N S_{1k} \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) - N \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) S_{1k} \right] \times \\ & \times \left[\left(\sum_{k=1}^N S_{2k} \right)^2 - N \sum_{k=1}^N S_{2k}^2 \right] - \left[\sum_{k=1}^N S_{2k} \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) - N \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) S_{2k} \right] \times \\ & \times \left[\sum_{k=1}^N S_{1k} \sum_{k=1}^N S_{2k} - N \sum_{k=1}^N S_{1k} S_{2k} \right] \times \\ & \times \left\{ 2 \left[\left(\sum_{k=1}^N S_{1k} \right)^2 - N \sum_{k=1}^N S_{1k}^2 \right] \left[\left(\sum_{k=1}^N S_{2k} \right)^2 - N \sum_{k=1}^N S_{2k}^2 \right] - \right. \\ & \left. - \left[\sum_{k=1}^N S_{1k} \sum_{k=1}^N S_{2k} - N \sum_{k=1}^N S_{1k} S_{2k} \right]^2 \right\}^{-1}; \\ a_2 = & \left[\left(\sum_{k=1}^N S_{1k} \right)^2 - N \sum_{k=1}^N S_{1k}^2 \right] \left[\sum_{k=1}^N S_{2k} \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - N \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) S_{2k} \Big] - \left[\sum_{k=1}^N S_{1k} \sum_{k=1}^N S_{2k} - N \sum_{k=1}^N S_{1k} S_{2k} \right] \times \\
 & \times \left[\sum_{k=1}^N S_{1k} \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) - N \sum_{k=1}^N (S_{1k}^2 + S_{2k}^2) S_{1k} \right] \times \\
 & \times \left[2 \left[\left(\sum_{k=1}^N S_{1k} \right)^2 - N \sum_{k=1}^N S_{1k}^2 \right] \left[\left(\sum_{k=1}^N S_{2k} \right)^2 - N \sum_{k=1}^N S_{2k}^2 \right] - \right. \\
 & \quad \left. - \left[\sum_{k=1}^N S_{1k} \sum_{k=1}^N S_{2k} - N \sum_{k=1}^N S_{1k} S_{2k} \right]^2 \right]^{-1} ; \\
 & R = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(S_{1k} - a_1)^2 + (S_{2k} - a_2)^2] \right\}^{1/2} . \tag{8}
 \end{aligned}$$

При этом среднеквадратичное отклонение Δ согласно (4) определяется по формуле

$$\Delta = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\sqrt{(S_{1k} - a_1)^2 + (S_{2k} - a_2)^2} - R]^2 \right\}^{1/2} . \tag{9}$$

Испытания проводили по следующей программе. Образцы партиями по пять штук в каждой предварительно нагружали по двухзвенной траектории:

$$\begin{aligned}
 \sigma_\theta &= 0 && \text{при } 0 \leq \sigma_i \leq \sigma_z^0; \\
 \sigma_z &= \sigma_z^0 + \sigma_\theta/2 && \text{при } \sigma_z^0 \leq \sigma_i \leq \sigma_i^*
 \end{aligned} \tag{10}$$

до достижения интенсивности напряжений $\sigma_i = \sigma_i^*$, при которой в рассматриваемом случае напряженного состояния имеем

$$\sigma_i = (\sigma_z^2 - \sigma_z \sigma_\theta + \sigma_\theta^2)^{1/2} . \tag{11}$$

После разгрузки, которую осуществляли по той же траектории, что и нагружение, каждый образец повторно нагружали по одному из лучей $\sigma_z = n\sigma_\theta$ ($n = 0; 0,5; 1; 2$ и ∞) до разрушения. На основании измерения возникающих в процессе испытания образцов продольной ε_z и окружной ε_θ деформаций находили интенсивность деформаций

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2]^{1/2}. \quad (12)$$

Здесь ε_r – радиальная деформация, которую определяли из условия упругого изменения объема материала по формуле

$$\varepsilon_r = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_z + \sigma_\theta) - (\varepsilon_z + \varepsilon_\theta), \quad (13)$$

где E, μ – соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона.

Всего реализовано семь программ испытаний, характеризуемых величинами σ_z^0 и σ_i^* . Из диаграмм деформирования $\sigma_i(\varepsilon_i)$ определяли значения напряжений σ_z^T и σ_θ^T , соответствующие пределу текучести $\sigma_{0,2}$. Результаты обработки экспериментальных данных по каждой программе, представленные в виде параметров поверхности нагружения, приведены в таблице. Там же указаны параметры реализованных траекторий первичного нагружения (σ_z^0 и σ_i^*) и величина интенсивности пластических деформаций ε_i^p , соответствующая σ_i^* . Заметим, что полученные данные относятся к фронтальной части поверхности нагружения, где выполняются условия

$$\sigma_z^{(1)}\sigma_z^{(2)} \geq 0; \quad \sigma_\theta^{(1)}\sigma_\theta^{(2)} \geq 0, \quad (14)$$

где индекс 1 соответствует первичному нагружению по одной из траекторий (10), индекс 2 – повторному (по траекториям $\sigma_z = n\sigma_\theta$).

Параметры реализованных траекторий первичного нагружения и соответствующих поверхностей нагружения стали 28ХЗСНМВФА

σ_z^0 , МПа	σ_i^* , МПа	Δ , МПа	R , МПа	α , %	a_1 , МПа	a_2 , МПа	a , МПа	ε_i^p , %
1100	1380	22,6	940	2,4	125	73	145	0,40
1100	1620	20,0	950	2,1	240	205	317	2,00
1340	1460	29,4	980	3,0	190	38	243	0,68
1340	1580	31,5	955	3,3	275	95	291	1,22
1340	1720	16,6	960	1,7	360	170	398	2,60
1500	1570	18,6	975	1,9	305	21	306	1,21
1500	1630	30,2	980	3,1	355	49	358	2,10

Как видно из данных таблицы, погрешность аппроксимации поверхности нагружения окружностью (7) в плоскости $S_1 - S_2$ не превышает 3,3%, что соответствует точности, наблюдаемой в случае первичного нагружения по прямолинейным траекториям [6, 7]. Определенные таким образом границы текучести деформированного материала показаны на рис. 1. При

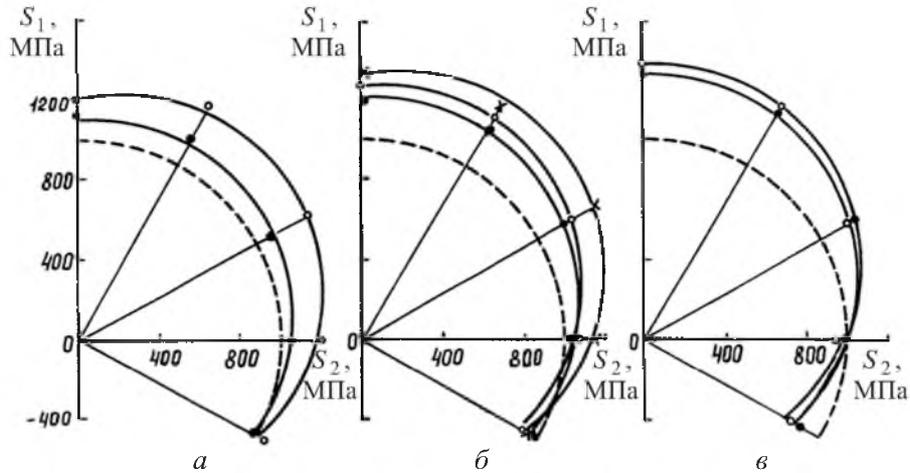


Рис. 1. Границы текучести стали 28Х3СНМВФА после упругопластического деформирования при нагружении по траекториям (11) при различных значениях напряжений σ_z^0 и σ_i^* : а - $\sigma_z^0 = 1100$ МПа (● - $\sigma_i^* = 1380$ МПа; ○ - $\sigma_i^* = 1620$ МПа); б - $\sigma_z^0 = 1340$ МПа (● - $\sigma_i^* = 1460$ МПа; ○ - $\sigma_i^* = 1580$ МПа; × - $\sigma_i^* = 1720$ МПа); в - $\sigma_z^0 = 1500$ МПа (● - $\sigma_i^* = 1570$ МПа; ○ - $\sigma_i^* = 1630$ МПа). Сплошные линии - границы текучести, рассчитанные по уравнению (7) с использованием данных таблицы; штриховые - исходная граница текучести; точки - экспериментальные значения.

построении исходной границы текучести принимали $a_1 = a_2 = 0$; $R = R_0 = 970$ МПа ($\sigma_{0,2} = 1180$ МПа). Установлено, что расчетные границы текучести удовлетворительно согласуются с экспериментальными.

Для оценки направления смещения центра поверхности нагружения сопоставляли траектории центра, определенные экспериментально, с расчетными, построенными с помощью графоаналитического метода [11], в основу которого положены гипотеза Циглера [12] и гипотеза упрочнения изотропно-кинематического типа. Так, на рис. 2 приведены реализованные траектории нагружения (кривые 1, 2, 3) и соответствующие им траектории центра поверхности нагружения (кривые 1', 2', 3'). Дугой окружности показана граница текучести материала в исходном (недеформированном) состоянии. Точки на траекториях нагружения 1, 2, 3 обозначают начало разгрузки, а соответствующие им точки на кривых 1', 2', 3' представляют собой экспериментальные значения. Кривые 1', 2', 3' рассчитывали следующим образом. В соответствии с методом [11] значения координат a_1 и a_2 центра поверхности нагружения определяли, задаваясь на траектории нагружения, представленной в плоскости $S_1 - S_2$, рядом точек $S^{(1)}, S^{(2)}, \dots, S^{(k)}$ и решая последовательно систему уравнений:

$$(S_1 - S_1^{(k)})^2 + (S_2 - S_2^{(k)})^2 = R^2;$$

$$\frac{S_1 - S_1^{(k)}}{a_1^{(k-1)} - S_1^{(k)}} = \frac{S_2 - S_2^{(k)}}{a_2^{(k-1)} - S_2^{(k)}}, \quad (15)$$

где первое уравнение представляет окружность с центром в точке $S^{(k)}$, второе – прямую, проходящую через точки $a^{(k-1)}$ и $S^{(k)}$. Точка $S^{(1)}$ выбирается в конце упругого участка, где $a_1^{(0)} = a_2^{(0)} = 0$.

Из решения системы (15) получаем

$$\begin{aligned} a_1^{(k)} &= \frac{1}{x_3}(x_4 - \sqrt{x_4^2 - x_3x_5}); \\ a_2^{(k)} &= \frac{x_1}{x_3}(x_4 - \sqrt{x_4^2 - x_3x_5}), \end{aligned} \tag{16}$$

где

$$x_1 = \frac{S_2^{(k)} - a_2^{(k-1)}}{S_1^{(k)} - a_1^{(k-1)}};$$

$$x_2 = \frac{a_2^{(k-1)}(S_1^{(k)} - a_1^{(k-1)}) - a_1^{(k-1)}(S_2^{(k)} - a_2^{(k-1)})}{S_1^{(k)} - a_1^{(k-1)}}; \quad x_3 = 1 + x_1^2;$$

$$x_4 = S_1^{(k)} - x_1x_2 + x_1S_2^{(k)}; \quad x_5 = (S_1^{(k)})^2 + (S_2^{(k)})^2 - 2x_2S_2^{(k)} - R^2.$$

Найденная таким образом точка пересечения окружности и прямой определяет мгновенное положение центра поверхности нагружения, характеризуемое координатами $a_1^{(k)}$, $a_2^{(k)}$. Следующую точку на траектории центра поверхности нагружения вычислим, заменив в (15) $S_1^{(k)}$ и $S_2^{(k)}$ соответственно $S_1^{(k+1)}$ и $S_2^{(k+1)}$, а $a_1^{(k-1)}$ и $a_2^{(k-1)}$ – $a_1^{(k)}$ и $a_2^{(k)}$.

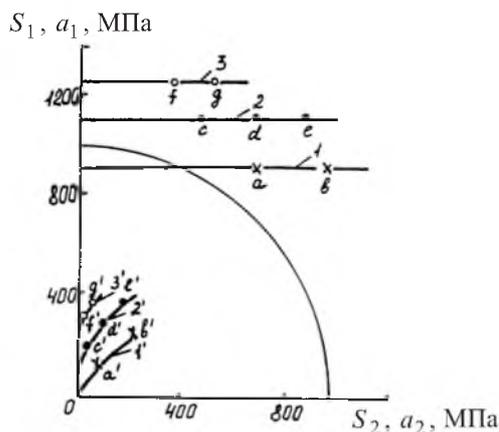


Рис. 2. Траектории первичного нагружения стали 28Х3СНМВФА и соответствующие им траектории центра поверхности нагружения.

В случае, когда $R \neq \text{const}$, для полученного значения $a^{(k)} = [(a_1^{(k)})^2 + (a_2^{(k)})^2]^{1/2}$ по известной функции $a(\varepsilon_i^p)$ определяется величина ε_i^p , со-

ответствующая точке $S^{(k)}$, а затем и $R^{(k)} = S^{(k)} - a^{(k)}$. При подстановке найденного значения R в (16) вычислим уточненные значения $a_1^{(k)}$, $a_2^{(k)}$ и $a^{(k)}$, на основании чего уточним величину $R^{(k)}$. Процесс повторяется до тех пор, пока разность значений $a^{(k)}$ в двух последующих приближениях не станет меньше некоторой заранее принятой погрешности δ , т.е. до удовлетворения условия $a^{(k)(n)} - a^{(k)(n-1)} \leq \delta$, где n – номер приближения. Поскольку, как следует из таблицы, радиус R поверхности нагружения изменяется в процессе деформирования незначительно, в расчете принимали его среднее значение $R = 970 \text{ МПа} = \text{const}$.

Как видно из рис. 2, расчетные траектории центра поверхности нагружения совпадают с определенными экспериментально, что подтверждает справедливость гипотезы Циглера [12]. С использованием данных таблицы и диаграммы деформирования $\sigma_i(\varepsilon_i)$ на рис. 3 построена зависимость $a(\varepsilon_i^P)$ при простом нагружении. Близкое к кривой расположение экспериментальных точек, полученных при сложном нагружении, свидетельствует об инвариантности функции $a(\varepsilon_i^P)$ относительно траектории нагружения [7].

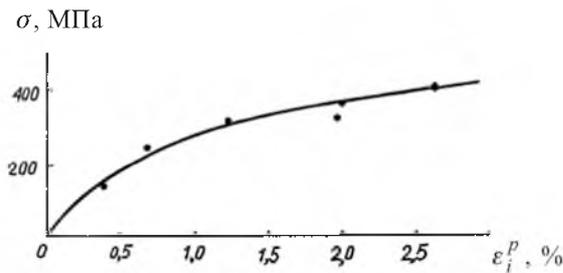


Рис. 3. Зависимость $a(\varepsilon_i^P)$ для стали 28ХЗСНМВФА при простом нагружении (кривая) и нагружении по траекториям деформирования малой кривизны (точки).

Таким образом, на основании проведенного исследования можно отметить, что при деформировании по траекториям малой кривизны форма поверхности нагружения во фронтальной части не изменяется и смещается в направлении вектора, соединяющего ее центр с изображающей точкой на траектории нагружения. Зависимость величины смещения центра поверхности нагружения от интенсивности пластических деформаций описывается кривой, которая инвариантна к виду траектории нагружения. Граница разрушения, как и в случае простого нагружения, остается практически неизменной.

Резюме

На прикладі сталі мартенситного класу досліджено закономірності деформційного зміцнення при навантаженні по траекторіях, що мають вигляд дволанкових ламаних, яким відповідають траекторії деформування малої кривини. Показано, що поверхня навантаження, яка розділяє області пружного та пружнопластичного деформування, зміщується у напрямку вектора,

який з'єднує центр поверхні навантаження та відображуючу точку на траєкторії навантаження, при цьому форма фронтальної частини не змінюється. Залежність величини зміщення центра поверхні навантаження від інтенсивності накопичених пластичних деформацій описується кривою, яка є інваріантною відносно траєкторії навантаження.

1. *Тальтов Г. Б.* Пластичность и прочность стали при сложном напряженном состоянии. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1968. – 134 с.
2. *Бастун В. Н., Черняк Н. И.* О применимости гипотез упрочнения в области малых пластических деформаций // Прикл. механика. – 1973. – **9**, № 12. – С. 53 – 57.
3. *Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Кульчицкий Н. М.* Экспериментальное исследование поверхности нагружения стали X при нормальной и низкой температурах // Пробл. прочности. – 1978. – № 5. – С. 80 – 82.
4. *Ковальчук Б. И., Лебедев А. А., Маковецкий И. В.* Экспериментальное исследование влияния температуры на параметры поверхности нагружения стали 45 // Там же. – № 7. – С. 88 – 91.
5. *Лебедев А. А.* Деформационное упрочнение конструкционных сталей при низких температурах // Там же. – 1980. – № 10. – С. 57 – 60.
6. *Бастун В. Н.* К исследованию закона упрочнения начально изотропных металлов // Прикл. механика. – 1981. – **17**, № 4. – С. 51 – 57.
7. *Каминский А. А., Бастун В. Н.* Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. – Киев: Наук. думка, 1985. – 167 с.
8. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
9. *Зайцева Л. В., Ковальчук Б. И., Косарчук В. В.* Деформационное упрочнение метастабильной аустенитной стали при повторно-простом нагружении в условиях варьируемых температур // Пробл. прочности. – 1997. – № 6. – С. 59 – 65.
10. *Lebedev A. A., Koval'chuk B. I., Giginjak F. F., and Lamashevsky V. P.* Handbook of Mechanical Properties of Structural Materials at a Complex Stress State. – New-York: Begell House Inc. Publishers, 2001. – 500 p.
11. *Бастун В. Н., Шкаранута Л. М.* К определению связи между напряжениями и деформациями при сложных процессах нагружения на основе учета деформационного упрочнения материала // Пробл. прочности. – 1987. – № 6. – С. 49 – 54.
12. *Ziegler H.* A modification of Prager's hardening rule // Quart. Appl. Math. – 1959. – No. 17. – P. 55 – 65.

Поступила 05. 02. 2002