

**Полуаналитический метод конечных элементов в задачах континуальной механики разрушения при ползучести пространственных тел сложной формы и их систем. Сообщение 3. Практическое приложение**

**В. А. Баженов<sup>а</sup>, А. И. Гуляр<sup>а</sup>, Е. Е. Майборода<sup>б</sup>, С. О. Пискунов<sup>а</sup>**

<sup>а</sup> Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина

<sup>б</sup> Государственный научно-технический центр ядерной и радиационной безопасности, Киев, Украина

*На основе разработанной ранее авторами методики решения пространственных задач континуальной механики разрушения при ползучести решены прикладные задачи энергетического машиностроения. Установлены закономерности протекания процесса ползучести в пространственных телах сложной формы.*

**Ключевые слова:** пространственная задача, континуальное разрушение, ползучесть.

**Введение.** Ранее [1] описана разработанная методика решения задач континуальной механики разрушения при ползучести пространственных тел сложной формы и их систем. Анализ решений тестовых задач [2] показал, что полученные результаты имеют достаточно высокую сходимость как при увеличении числа неизвестных в аппроксимирующих конечноэлементных моделях, так и при уменьшении шага по времени и согласуются с экспериментальными данными и численными решениями других авторов.

Рассматриваемые процессы деформирования наиболее характерны для элементов энергетического оборудования, условия работы которых предполагают длительное силовое нагружение при высоких температурах. От надежности работы таких ответственных элементов конструкций, как диски турбин и соединения лопаток с дисками, зависит работоспособность энергетических установок (паровые турбины, реактивные двигатели и др.) в целом. Их аварийное разрушение особо опасно и может привести к значительным материальным потерям. Вследствие конструктивных особенностей и характера внешних воздействий во многих элементах конструкций сложной формы реализуется пространственное напряженное состояние. В этом случае упрощение расчетной схемы и применение двумерной постановки задачи может привести к некорректной оценке условий работы и неправильному определению расчетного ресурса.

Ниже представлены результаты решения практических задач о моделировании процессов деформирования и континуального разрушения при ползучести пространственных элементов конструкций энергетического и транспортного машиностроения.

**Моделирование процесса эксплуатационного нагружения ротора паровой турбины.** Ротор паровой турбины представляет собой вал с центральным отверстием и ободом для закрепления лопаток. Нагрузки, которые

действуют на ротор, обусловлены центробежными силами и состоят из массовых сил, равномерно распределенных по объему детали  $q_m$ , и поверхностной нагрузки  $q = 68 \text{ кН/м}^2$ , равномерно распределенной по поверхности обода (рис. 1,а). Вследствие симметрии детали решение задачи выполнено для ее части.

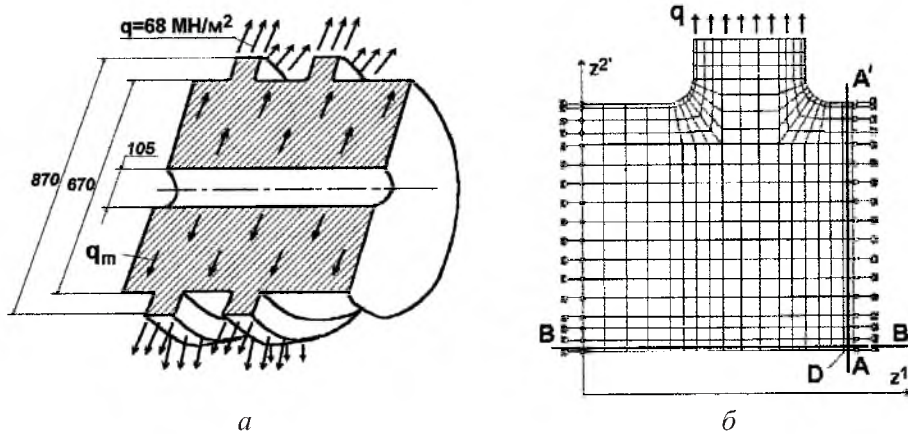


Рис. 1. Общий вид ротора паровой турбины (а) и конечноэлементная модель поперечного сечения (б).

Проведенные исследования сходимости распределения интенсивности напряжений вдоль радиуса ротора  $A-A'$  и на внутренней поверхности  $B-B'$  в зависимости от числа неизвестных конечноэлементной модели  $N$  показали, что сходимость с точностью 2% достигается при  $N = 384$ . Соответствующая конечноэлементная модель приведена на рис. 1,б. Зона максимальных напряжений (рис. 2,а) в начальный момент времени формируется около оси вращения ротора вблизи точки  $D$  (рис. 1,б).

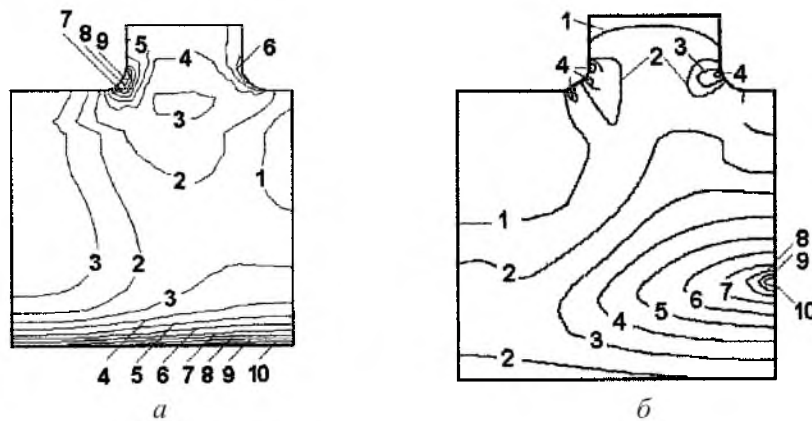


Рис. 2. Распределение интенсивности нормальных напряжений в поперечном сечении ротора в момент времени  $t = 0$  ( $1 - \sigma_i = 27,75 \text{ МПа}$ ;  $2 - \sigma_i = 38,17 \text{ МПа}$ ;  $3 - \sigma_i = 48,59 \text{ МПа}$ ;  $4 - \sigma_i = 59,02 \text{ МПа}$ ;  $5 - \sigma_i = 69,44 \text{ МПа}$ ;  $6 - \sigma_i = 79,86 \text{ МПа}$ ;  $7 - \sigma_i = 90,29 \text{ МПа}$ ;  $8 - \sigma_i = 100,7 \text{ МПа}$ ;  $9 - \sigma_i = 111,1 \text{ МПа}$ ;  $10 - \sigma_i = 121,6 \text{ МПа}$ ) – а и поврежденности в поперечном сечении ротора в момент, предшествующий началу разрушения,  $t = 117200 \text{ ч}$  ( $1 - \omega = 0,093$ ;  $2 - \omega = 0,183$ ;  $3 - \omega = 0,274$ ;  $4 - \omega = 0,365$ ;  $5 - \omega = 0,455$ ;  $6 - \omega = 0,546$ ;  $7 - \omega = 0,637$ ;  $8 - \omega = 0,728$ ;  $9 - \omega = 0,819$ ;  $10 - \omega = 0,909$ ) – б.

Для описания деформирования материала ротора в условиях ползучести использовали уравнения

$$\xi_i^c = A \left( \frac{\sigma_i}{1 - c\omega} \right)^n t^m; \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = B \left[ \frac{(1 - \alpha)\sigma_i + \alpha\sigma_1}{1 - \omega} \right]^\phi, \quad (1)$$

где  $A = 3,523 \cdot 10^{-21}$  МПа<sup>-5,51</sup> · ч<sup>-1,47</sup>,  $B = 6,555 \cdot 10^{-19}$  МПа<sup>-4,23</sup> · ч<sup>-1</sup>,  $c = 0,7$ ,  $n = 5,51$ ,  $m = -0,47$ ,  $\alpha = 0,7$ ,  $\phi = 4,23$  – константы материала;  $\sigma_1$  – максимальное главное напряжение.

Сходимость решения при ползучести в зависимости от величины шага по времени  $\Delta t$  проверялась по накопленной поврежденности  $\omega$  в зоне ее максимальных значений (на радиусе  $A - A'$ ) и по времени до начала разрушения  $t_p$ . Решение проводилось с постоянным шагом по времени  $\Delta t$  ( $\Delta t = 250, 500, 1000, 2000$  ч) и с постепенным уменьшением шага на III стадии ползучести от 2000 до 50 ч. В таблице представлены значения  $\omega$  в моменты времени  $t = 8600$  и  $21000$  ч, величина  $t_p$  и соответствующие им погрешности  $\delta_\omega$  и  $\delta_{t_p}$ , вычисленные по отношению к решению, полученному при  $\Delta t = 250$  ч. Как видно, при решении с постоянным и переменным шагом время до начала разрушения определено с погрешностью менее 2%. Расчетный ресурс ротора  $t_p$ , принятый равным величине времени до начала разрушения, составляет 117600 ч.

**Сходимость параметра поврежденности и времени до начала разрушения**

$\Delta t$ , ч	$\omega/\delta_\omega$ (%) при $t$ (ч)		$t_p$ (ч)/ $\delta_{t_p}$ (%)
	8600	21000	
2000	–	0,04138/2,20	127100/6,27
1000	0,01763/1,56	0,04194/2,28	122100/2,09
500	0,01783/0,44	0,04264/0,65	121100/1,25
250	0,01791/–	0,04292/–	119600/–
2000...50	–	–	117600/1,67

Полученные результаты позволяют проследить эволюцию напряженно-деформированного состояния детали на протяжении всего периода деформирования. В начальный момент времени зона максимальных напряжений расположена на внутренней поверхности ротора вблизи точки  $D$  (рис. 1,б). С течением времени происходит перераспределение напряжений, и к моменту времени  $t = 21000$  ч уровень напряжений в этой точке уменьшается почти в два раза, а в момент начала разрушения напряженно-деформированное состояние является практически однородным. Начальное расположение зоны максимальных значений поврежденности соответствует расположению зоны максимальных напряжений. С течением времени вследствие перераспределения поврежденности зона ее максимальных значений перемещается в середину диска, где локализуется (рис. 2,б). Таким образом, начальное расположение зоны разрушения не совпадает с расположением области максимальных упругих напряжений. Результаты экспериментальных исследова-

дований вращающихся дисков из различных сталей свидетельствуют [3], что разрушение начинается с радиальных трещин, расположенных как около центрального отверстия, так и в середине диска. Полученные результаты качественно согласуются с приведенными в [3].

**Анализ влияния пространственного напряженно-деформированного состояния на ресурс замкового соединения лопаток авиационных газотурбинных двигателей (ГТД).** Замковое соединение лопаток с дисками представляет собой систему деформируемых тел и является одним из наиболее нагруженных и ответственных элементов конструкций ГТД. В современных конструкциях авиационных ГТД широкое распространение получило ёлочное соединение, имеющее некоторые преимущества (небольшие размеры и вес, компенсация температурных напряжений, возможность легкой замены лопаток и др.) перед другими видами соединений [4].

Среди усилий, действующих на соединение, наиболее значительными являются: центробежные растягивающие (составляют 60...70% общей нагрузки); центробежные изгибающие, вызванные расположением центров тяжести поперечных сечений лопатки не на одном радиусе, и изгибающие от действия газодинамических сил. Использование определенных конструктивных решений при проектировании турбин позволяет в некоторой степени компенсировать изгибающие усилия. Тем не менее для сравнительно коротких лопаток последних ступеней компрессора и первых ступеней турбины напряжения изгиба играют существенную роль [4]. В связи с этим для корректного определения ресурса необходимо учитывать пространственное напряженно-деформированное состояние замкового соединения.

Известные численные исследования процесса деформирования ёлочных соединений [5, 6] и их отдельных деталей [7, 8] выполнены в двухмерной постановке. При этом не учитывалось действие изгибающих усилий [5–8] и поврежденность материала [6, 7], не проводился анализ напряженно-деформированного состояния на всем протяжении деформирования в условиях ползучести [5–7].

В общем случае нагрузки, действующие на соединение, являются переменными во времени. Это связано, во-первых, с циклическостью работы двигателя – частота изменения нагрузки сравнительно мала и зависит от режима работы двигателя и, во-вторых, с вибрационными динамическими процессами в лопатках, частота которых сравнительно велика. В работах [5–7] решение задач проводилось при статической нагрузке. В [8] исследовалось соединение лопатки, находящееся под воздействием различных комбинаций статической и циклической составляющих нагрузки. Показано, что учет циклической составляющей увеличивает расчетный ресурс детали. Вопрос о внесении упрощений в постановку задач циклической ползучести рассматривался в работе [9]. Там же отмечена возможность пренебрежения процессом перераспределения температуры и сменой нагрузки в течение периода эксплуатации. Наличие компенсации эффектов изменения скорости ползучести при циклическом изменении температуры и несущественное влияние наложения небольшой циклической составляющей нагрузки на длительную прочность отмечалось также в [10]. Таким образом, в данном случае возможно проведение расчета при влиянии максимальной за цикл статической нагрузки.

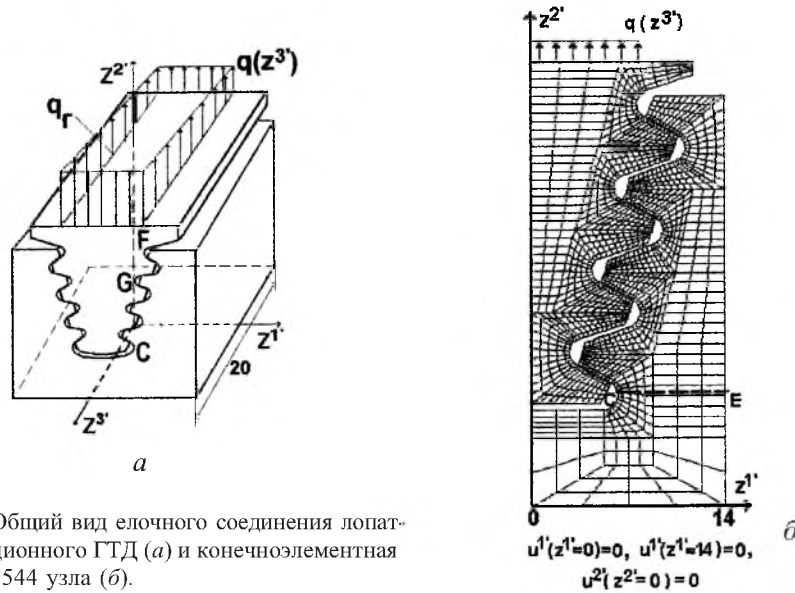


Рис. 3. Общий вид елочного соединения лопатки авиационного ГТД (а) и конечноэлементная модель, 544 узла (б).

Рассмотрим елочное соединение лопатки первой ступени авиационного ГТД, которое представляет собой систему призматических массивных тел (рис. 3,а). В [6] показано, что границы зоны сопряжения тел практически совпадают с прямолинейными участками рабочих поверхностей зубцов. Соединение нагружено центробежным усилием пера лопатки и равнодействующей изгибающих усилий, совместное действие которых создает неравномерно распределенную по поверхности хвостовика нагрузку  $q(z^3)$ .

На первом этапе выполнено решение двумерной задачи. Это позволило определить размерность конечноэлементной модели, выяснить упругое распределение напряжений и расположение зон концентрации напряжений, а также выполнить исследования сходимости результатов в зависимости от величины шага по времени в условиях ползучести.

Расчет осуществлялся для срединного сечения соединения хвостовика при воздействии равномерно распределенной нагрузки  $q(z^3 = 0) = 160$  МПа, что соответствует действию центробежных сил лопатки без учета изгиба. Вследствие симметрии при расчете рассматривалась половина поперечного сечения детали. Граничные условия определены из условий симметрии и закрепления соединения в радиальном направлении.

Проведенные исследования сходимости распределения интенсивности нормальных напряжений в зонах наибольшей концентрации напряжений (вдоль окружности галтели вблизи точки С, в поперечном сечении паза обода диска СЕ, на верхней галтели хвостовика вблизи точки F), выполненные на сетках из 544 и 1563 узлов, показали, что погрешность определения напряжений в пределах 5% достигается на сетке из 544 узлов (рис. 3,б).

При решении задачи исследовалось влияние учета граничных условий на поверхностях сопряжения на напряженно-деформированное состояние в зонах концентрации напряжений – на галтелях хвостовика и пазов обода диска. Расчет, проведенный для двух предельных случаев реализации гра-



нических условий (при наличии и полном отсутствии касательных напряжений вдоль поверхности сопряжения), показал, что различие между величинами  $\sigma_i$  в зонах концентрации, где в начальный момент времени наблюдаются максимальные напряжения (рис. 4,а), находится в пределах 1%. Это подтверждается также результатами работы [11]. Поэтому дальнейший расчет проводился в предположении наличия касательных напряжений на площадках сопряжения.

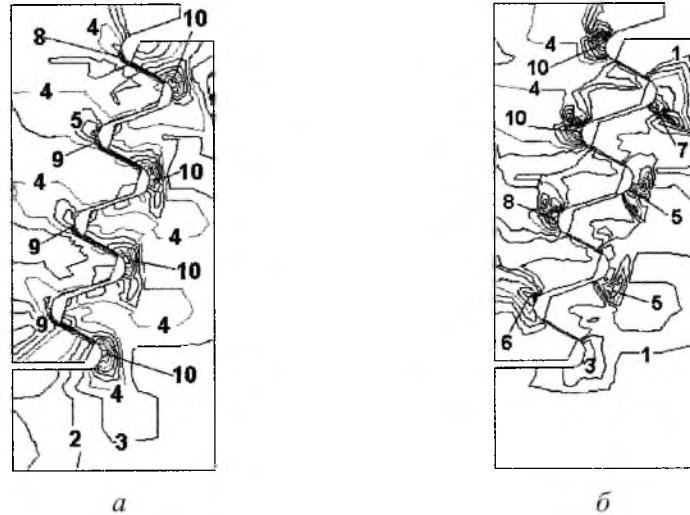


Рис. 4. Распределение интенсивности нормальных напряжений в поперечном сечении елочного соединения в момент времени  $t = 0$  ( $1 - \sigma_i = 34,8$  МПа;  $2 - \sigma_i = 67,2$  МПа;  $3 - \sigma_i = 99,6$  МПа;  $4 - \sigma_i = 132,0$  МПа;  $5 - \sigma_i = 164,4$  МПа;  $6 - \sigma_i = 196,8$  МПа;  $7 - \sigma_i = 229,4$  МПа;  $8 - \sigma_i = 261,6$  МПа;  $9 - \sigma_i = 294,0$  МПа;  $10 - \sigma_i = 326,4$  МПа;  $\sigma_{\max} = 358,0$  МПа) – а и поврежденности в поперечном сечении елочного соединения в момент, предшествующий началу разрушения,  $t = 1560$  ч ( $1 - \omega = 0,074$ ;  $2 - \omega = 0,148$ ;  $3 - \omega = 0,222$ ;  $4 - \omega = 0,296$ ;  $5 - \omega = 0,370$ ;  $6 - \omega = 0,444$ ;  $7 - \omega = 0,518$ ;  $8 - \omega = 0,592$ ;  $9 - \omega = 0,666$ ;  $10 - \omega = 0,740$ ;  $\omega_{\max} = 0,815$ ) – б.

Для описания деформирования материала в условиях ползучести использовались уравнения

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}^c}{\partial t} = \frac{3}{2} A \left( \frac{\sigma_i}{1-\omega} \right)^n \frac{s^{ij}}{\sigma_i} t^m; \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = B \left( \frac{\sigma_e}{1-\omega} \right)^\phi, \quad (2)$$

где  $A = 1,14 \cdot 10^{-15}$  МПа $\cdot$ ч $^{-1}$ ,  $n = 5,51$ ,  $m = -0,47$ ,  $B = 2,64 \cdot 10^{-13}$  МПа $\cdot$ ч $^{-1}$ ,  $\phi = 4,23$  – константы материала;  $\sigma_e$  – эквивалентное напряжение,  $\sigma_e = \sigma_i = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$ .

Анализ сходимости параметров напряженно-деформированного состояния при ползучести осуществлялся путем сравнения значений поврежденности, полученных при различных шагах по времени в точке максимальных напряжений (точка С) и на верхних галтелях хвостовика (точки F и G) – рис. 3,а. Величина ресурса бездефектной работы соединения (до достижения  $\omega_{\max} \approx 0,9$ ) без учета изгибных усилий составила 1580 ч. Зоны

разрушения (изолиния 10 на рис. 4,б) локализируются вблизи точек  $F$  и  $G$  (рис. 3,а). В данном случае также имеет место существенное перераспределение напряжений и параметра поврежденности. Следовательно, упругое распределение напряжений не может быть использовано для определения расположения зон разрушения.

Кроме того, как свидетельствует анализ процесса накопления и перераспределения поврежденности, зоны максимальных значений  $\omega$  локализируются вблизи точек  $F$  и  $G$  (рис. 3,а) к моменту времени 248 ч. Время до начала разрушения детали, определенное путем экстраполяции всего процесса нагружения в предположении стационарности накопления поврежденности с использованием данных, полученных на временном отрезке от начала деформирования до 248 ч, составляет 2076 ч, т.е. на 33% больше величины, полученной с учетом нестационарности процесса ползучести.

На втором этапе проведено решение задачи в пространственной постановке. Для подтверждения достоверности результатов пространственного решения предварительно были получены данные при нагружении соединения равномерно распределенной нагрузкой  $q(z^{3'}) = 160$  МПа. Напряжения в срединном сечении совпали с результатами двухмерного решения.

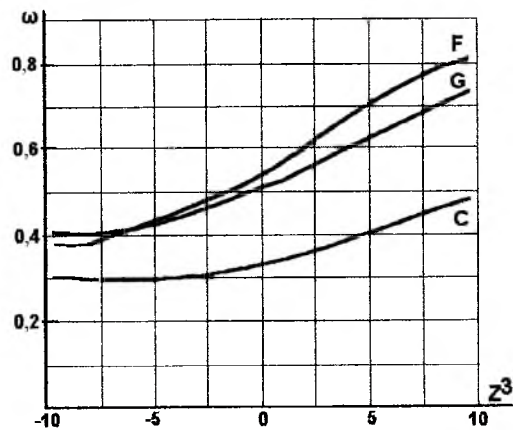


Рис. 5. Распределение параметра поврежденности вдоль направления  $z^{3'}$  в характерных точках  $C, G, F$  поперечного сечения слючного соединения в момент, предшествующий началу разрушения.

Для исследования влияния изгибающих усилий на напряженно-деформированное состояние и ресурс соединения рассмотрено нагружение соединения линейно изменяющейся вдоль направления  $z^{3'}$  распределенной нагрузкой  $q(z^{3'})$ ,  $q_{\max} = q(z^{3'} = 10 \text{ мм}) = 180$  МПа,  $q_{\min} = q(z^{3'} = -10 \text{ мм}) = 140$  МПа. Общая картина упругого распределения напряжений в поперечных сечениях соединения качественно совпадает с представленной на рис. 4,а, однако распределение напряжений вдоль оси  $z^{3'}$  в большинстве точек сечения нелинейное. Поэтому нелинейным также будет распределение параметра поврежденности. Ресурс бездефектной работы соединения в этом случае составляет 1220 ч, т.е. на 22% меньше, чем в предыдущем случае.

Напряженно-деформированное состояние соединения является пространственным: в момент, предшествующий началу разрушения, значения параметра поврежденности в характерных точках ( $F$ ,  $G$ ,  $C$ ) детали в сечениях  $z^{3'} = 10$  мм выше, чем в сечениях  $z^{3'} = -10$  мм, в 1,5–2 раза (рис. 5).

Таким образом, небольшие отклонения величин внешних нагрузок от средних значений ( $\sim 10\%$ ) приводят к существенно пространственному характеру напряженно-деформированного состояния деталей, пренебрежение которым вносит значительные погрешности в определение ресурса.

## Выводы

1. Разработан эффективный подход к решению нестационарных задач ползучести пространственных неоднородных круговых незамкнутых и призматических тел и их систем с произвольными граничными условиями на торцах, что позволяет проводить численное моделирование процессов эксплуатационного нагружения ответственных элементов конструкций с учетом континуального разрушения и определением ресурса.

2. Для описания процесса континуального разрушения используется параметр поврежденности материала Качанова–Работнова. Впервые получены разрешающие соотношения ПМКЭ для неоднородных круговых незамкнутых тел с произвольными граничными условиями на торцах. Разработаны эффективные алгоритмы решения задач континуального разрушения и моделирования взаимодействия в системах тел.

3. Показано, что получаемые результаты имеют достаточную сходимость и хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований и численными решениями других авторов. Сходимость ПМКЭ при использовании принятой системы базисных функций – полиномов Лагранжа, дополненных полиномами Михлина, для неоднородных круговых незамкнутых тел не уступает МКЭ.

4. При решении прикладных задач энергетического машиностроения выявлены закономерности механического поведения пространственных тел в условиях ползучести.

## Резюме

На основі розробленої раніше авторами методики розв'язання просторових задач континуальної механіки руйнування при повзучості розв'язано прикладні задачі енергетичного машинобудування. Установлено закономірності перебігу процесу повзучості в просторових тілах складної форми.

1. Баженов В. А., Гуляр А. И., Майборода Е. Е., Пискунов С. О. Полуаналитический метод конечных элементов в задачах континуальной механики разрушения при ползучести пространственных тел сложной формы и их систем. Сообщ. 1. Разрешающие соотношения полуаналитического метода конечных элементов и алгоритмы решения задач континуального разрушения при ползучести // Пробл. прочности. – 2002. – № 5. – С. 5 – 16.



2. *Баженев В. А., Гуляр А. И., Майборода Е. Е., Пискунов С. О.* Полуаналитический метод конечных элементов в задачах континуальной механики разрушения при ползучести пространственных тел сложной формы и их систем. Сообщ. 2. Исследование достоверности результатов, эффективности метода и алгоритмы решения задач // Там же. – № 6. – С. 14 – 20.
3. *Рабинович В. П., Васильченко Г. С.* Условие разрушения неравномерно нагретых вращающихся дисков // Труды ЦКТИ. – 1961. – № 30. – С. 5 – 18.
4. *Скубачевский Г. С.* Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей. – М.: Машиностроение, 1981. – 552 с.
5. *Малинин Н. Н.* Расчеты на ползучесть машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с.
6. *Можаровский Н. С., Качаловская Н. Е.* Методы и алгоритмы решения краевых задач // Приложение методов теории пластичности и ползучести к решению инженерных задач в машиностроении. В 2 ч. – Киев: Вища шк., 1991. – Ч. 2. – 287 с.
7. *Мавлютов Р. Р.* Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. – М.: Наука, 1981. – 141 с.
8. *Анищенко Г. О., Бреславский Д. В., Морачковский О. К.* Ползучесть и длительная прочность елочного замкового соединения ГТД при совместном действии статических и циклических нагрузок // Пробл. прочности. – 1998. – № 1. – С. 34 – 41.
9. *Boyle J. T. and Spence J.* Stress Analysis for Creep. – London; Boston: Butterworths & Co., 1983. – 360 p.
10. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 732 с.
11. *Chan K. S. and Tuba I. S.* A finite element method for contact problems of solid bodies. Pt. II // Int. J. Mech. Sci. – 1971. – **13**, No. 7. – P. 1355 – 1369.

Поступила 25. 12. 2001