

# ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.43

## Методика и результаты исследования характеристик сопротивления усталости коленчатых валов двигателя мотоцикла

М. Н. Регульский, А. Д. Погребняк, О. Б. Балаковский

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

*Приведена методика исследования сопротивления усталости коленчатых валов двухцилиндрового двигателя мотоцикла. Применение оригинальной схемы нагружения позволило получить эксплуатационный характер разрушения валов при испытаниях. Представлены и проанализированы результаты сравнительных испытаний на усталость нескольких серий валов разных технологических вариантов, а именно: валов с галтелью без упрочнения, валов без галтели (нулевая галтель) упрочненных и неупрочненных.*

**Ключевые слова:** коленчатый вал, схема нагружения, упрочнение, усталость, разрушение вала.

**Введение.** Двухцилиндровые двигатели внутреннего сгорания широко используются в различных областях машиностроения. Как известно, коленчатый вал является одной из наиболее ответственных и напряженных деталей двигателя, лимитирующей его ресурс и надежность. В связи с этим исследования прочностных характеристик валов представляют значительный интерес с точки зрения инженерной практики.

С целью снижения числа разрушений в эксплуатации и повышения долговечности коленчатых валов часто применяют разные технологические приемы упрочнения галтельных переходов шеек валов, которые являются наиболее слабыми зонами конструкции. Достоверно эффективность той или иной технологии упрочнения может быть оценена экспериментально посредством натурных испытаний, особенно это касается деталей сложной формы.

В процессе эксплуатации коленчатый вал двигателя внутреннего сгорания подвержен нагружению крутящими и изгибающими моментами в плоскости колена. Крутящий момент – силовой фактор, отражающий функциональное назначение двигателя и оказывающий определенное влияние на долговечность конструкции. Вместе с тем существенную часть повреждающего воздействия вносят изгибающие моменты, которые во многих случаях являются доминирующим фактором, ответственным за разрушение вала.

Воспроизведение всего комплекса эксплуатационных условий и характерных рабочих режимов – весьма сложная задача, которая зачастую практически невыполнима. Поэтому при экспериментальной оценке эффективности технологических и конструктивных мероприятий, направленных на повышение

ние долговечности деталей, ограничиваются сравнительными испытаниями по упрощенным схемам, необходимые требования которых – воспроизведение места и характера эксплуатационных разрушений и соблюдение идентичности схем и режимов нагружения для всех исследуемых вариантов.

Цель настоящей работы состояла в разработке методики исследования сопротивления усталости коленчатых валов двухцилиндрового двигателя мотоцикла, обеспечивающей эксплуатационный характер их разрушения, и ее апробации на основе комплекса испытаний нескольких серий коленчатых валов (рис. 1). Разработка методики базировалась на опыте исследования прочности подобных элементов конструкций, накопленном в Институте механики НАН Украины, а также на результатах известных исследований. Основное внимание уделено выбору и обоснованию схемы нагружения коленчатых валов.

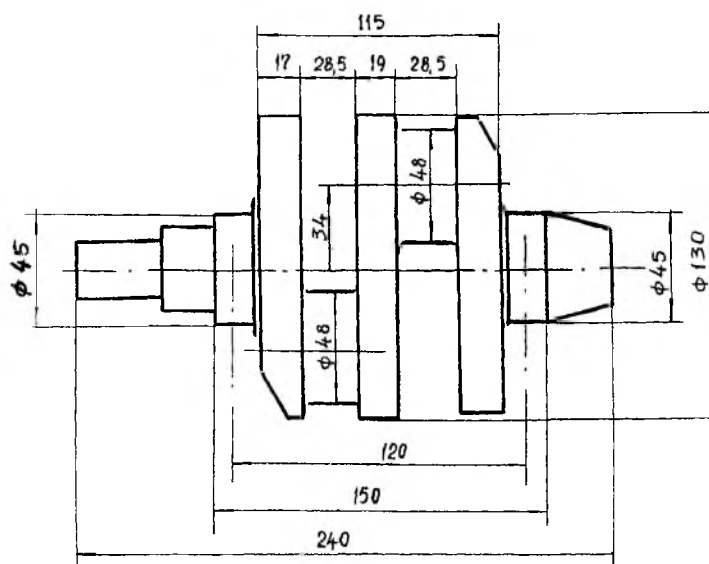


Рис. 1. Схема коленчатого вала двигателя мотоцикла.

**Методика исследования.** Анализ эксплуатационных разрушений исследованных валов до исчерпания нормативного ресурса показал, что они происходят преимущественно по средней щеке. Разрушения по коренной шейке – явление чрезвычайно редкое. Указанный вид и частота разрушений позволяют заключить, что основную долю повреждающего воздействия вносит изгиб в плоскости колена. Можно считать, что в двигателях мотоциклов при оппозитном расположении цилиндров нормальные напряжения в шатунных шейках и средней щеке, обусловленные воздействием изгибающего момента, изменяются по симметричному циклу с амплитудой, зависящей от рабочего режима работы двигателя. Изменение изгибающих моментов по длине коленчатого вала может быть приближенно описано треугольной эпюрой, вершина которой перемещается от одной шатунной шейки к другой в соответствии с чередованием тактов “рабочий ход” в цилиндрах двигателя. Усилие, передаваемое от поршня через шатун, при рабочем ходе принимает максимальное значение в момент совмещения

продольной оси шатуна с плоскостью колена. При этом в области галтельного перехода от шейки к щеке вследствие высокой концентрации напряжений возникают большие местные напряжения, что приводит к зарождению трещин усталости именно в этих местах.

Известно, что чувствительность к концентрации напряжений в галтельных переходах значительно выше при изгибе, чем при кручении [1]. Переменные напряжения от кручения более опасны для сечений, ослабленных отверстиями смазочных каналов, выходящих на поверхность шеек. Локализация эксплуатационных разрушений в зонах галтельных переходов от шеек к щекам позволяет ограничиться исследованием указанных мотоциклетных коленчатых валов только при изгибе.

С другой стороны, такая локализация разрушения предопределяет направленность конструктивных и технологических мероприятий с целью повышения долговечности коленчатого вала путем снижения местной концентрации напряжений или упрочнения опасной зоны каким-либо методом. Необходимая для практических целей достоверность оценки эффективности принятых конструктивных или технологических решений не может быть получена расчетом и требует проведения сравнительных испытаний на усталость в условиях нагружения, которые по возможности приближены к эксплуатационным [2].

**Выбор схемы нагружения.** Выбор оптимального варианта схемы нагружения, удовлетворяющей указанным выше требованиям, базировался на анализе известных схем, использованных в подобного рода исследованиях.

Испытания многоопорных цельных коленчатых валов ввиду их высокой стоимости и сложности конфигурации обычно заменяют испытаниями фрагментов, содержащих одно колено с двумя соосно расположенными шейками, закрепляемыми в захватах машины, что дает существенный выигрыш в количестве образцов и в стоимости испытаний. Вырезанные фрагменты в зависимости от поставленной задачи исследования подвергаются испытаниям на кручение либо на изгиб – при консольном приложении нагрузки. Многочисленные испытания по указанным схемам проводили в Институте механики НАН Украины на машинах с кривошипно-шатунным возбуждением переменных нагрузок [2–4].

В ЦНИИТМАШе [5] испытания фрагментов коленчатых валов из четырех коренных и трех шатунных шеек на консольный изгиб осуществляли на стенде с инерционным возбуждением нагрузки посредством вращающихся неуравновешенных масс. Вариантом такой схемы является схема с электромагнитным возбуждением нагрузок.

Схема консольного закрепления фрагмента коленчатого вала при испытании на изгиб представляется наиболее простой для реализации в испытательном стенде. Недостаток схемы состоит в том, что она весьма далека от эксплуатационного характера нагружения, хотя использование ее для сравнительных испытаний в принципе допустимо. Вместе с тем применительно к испытаниям коленчатых валов двигателя мотоцикла данная схема не дает выигрыша в количестве испытуемых образцов, так как из одного вала может быть вырезан только один образец для испытаний. Кроме того, ввиду малой длины шатунной шейки вся она оказалась бы в зажимном устройстве, что исключает возможность наблюдения за зоной разрушения.

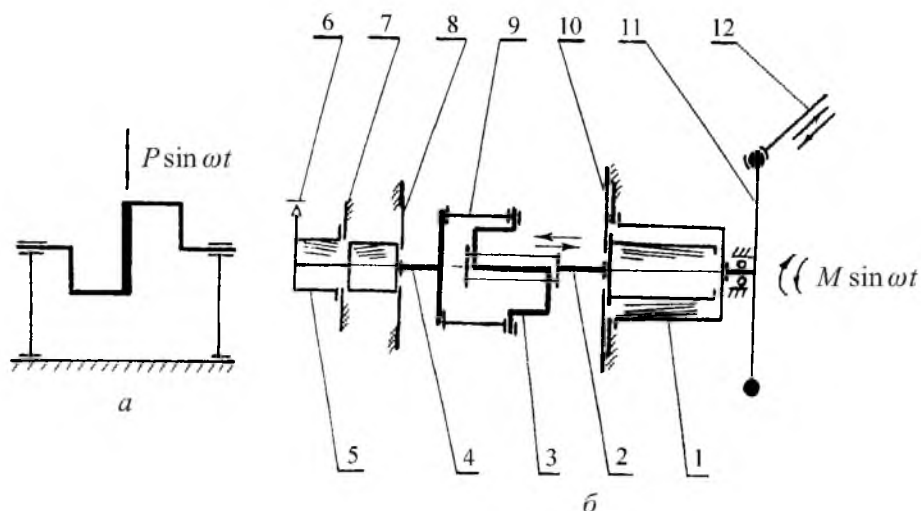


Рис. 2. Схема двухопорного закрепления натурального коленчатого вала мотоцикла на упругих элементах с имитацией шарнирного опирания коренных шеек (а) и структурная схема стенда для испытаний коленчатых валов на изгиб в плоскости колена (б): 1 – упругий преобразователь крутильных колебаний в осевые; 2 – активный захват; 3 – образец коленчатого вала; 4 – пассивный захват; 5 – упругий динамометр; 6 – оптическое контрольно-измерительное устройство; 7, 8, 10 – диафрагмы; 9 – пластина-рессора; 11 – траверса; 12 – шатун возбуждателя динамических перемещений.

Анализировался также вариант консольного закрепления вала за коренную шейку, однако в этом случае место разрушения, в отличие от эксплуатационного, переместилось бы с шатунной шейки и средней щеки на коренную шейку, которая при меньшем диаметре оказалась бы в зоне действия максимального изгибающего момента. Поэтому при разработке методики испытаний на основе выполненного анализа и приведенных в литературных источниках данных предпочтение отдано двухопорной схеме испытания натурального, т.е. неразрезанного, коленчатого вала при поперечном изгибе в плоскости колена (рис. 2). Для проведения испытаний по такой схеме использовалась система нагружения машины МИР-20, созданной в Институте механики НАН Украины для циклического осевого нагружения образцов при испытаниях на усталость [4]. Для реализации этой схемы разработано специальное приспособление для закрепления коленчатого вала в рабочем пространстве машины ортогонально к осевому усилию, развиваемому упругим преобразователем динамических перемещений данной машины таким образом, чтобы это усилие было приложено к средней щеке вала посередине между его опорами (рис. 2, б).

Основными элементами, собственно, приспособления являются две пластины-рессоры и охватывающая среднюю щеку вала разборная обойма, соединенная с активным захватом. Упругий преобразователь обеспечивает преобразование угловых перемещений траверсы с грузами в осевые перемещения активного захвата машины. Упругий преобразователь динамометра, соединенный с пассивным захватом, осуществляет обратное преобразование, т.е. осевые перемещения пассивного захвата преобразует в угловые перемещения указателя размаха нагрузки. Подробнее работа силовонагружа-

ющей системы машины МИР-20 описана в [4]. Упругие пластины-рессоры, на которых вал закреплен своими коренными шейками, имеют достаточно большую жесткость при растяжении–сжатии, но весьма малую жесткость при изгибе, которая более чем на порядок меньше, чем изгибная жесткость коленчатого вала. Выбранная схема обеспечивает одинаковые условия нагружения обеих шатунных шеек при неизменном положении оси, вдоль которой действует нагрузка. Закрепление коленчатого вала на рессорах, в отличие от шарнирного, приводит к возникновению на его концах изгибающего момента  $M$ , несколько искажающего расчетную схему. Величина этого дополнительного момента  $M$  зависит от изгибной жесткости рессор, которая рассчитывается таким образом, чтобы выполнялось условие  $M \ll M_P$ , где  $M_P$  – изгибающий момент в сечении шатунной шейки коленчатого вала у средней щеки. Расчет рессоры на прочность проводился по наибольшему значению осевого усилия  $P$ , возможному в процессе испытаний. Максимальная величина усилия, приложенного к шатуну, за вычетом сил инерции, во время работы двигателя составляет около 25 кН. Коэффициент форсирования по нагрузке при расчете рессор принят равным 2.

Реализованная схема нагружения позволила получить эксплуатационный характер разрушения вала при лабораторных испытаниях, т.е. по средней щеке. Однако в ней не предусмотрено доведение испытуемых образцов коленчатых валов до разделения на части, поскольку по мере прорастания трещины происходит перераспределение изгибающих моментов, воспринимаемых шатунными и коренными шейками вала. Отношение  $M/M_P$  увеличивается по мере падения жесткости вала при прорастании трещины (трещин). В начальной стадии испытаний, как показали расчеты, изгибающий момент в заделке не превышает  $0,2\%M_P$ , а условие  $M \ll M_P$  соблюдается вплоть до достижения предельного состояния.

**Характеристика объекта исследований.** Объектом исследований служили коленчатые валы двухцилиндрового двигателя мотоцикла, изготовленные из высокопрочного чугуна марки ВЧ 50-2. Схема коленчатого вала представлена на рис. 1. С целью апробации разработанной методики выполнен комплекс сравнительных испытаний нескольких серий валов, отличающихся конструктивными особенностями и технологией их изготовления. Были испытаны неупрочненные коленчатые валы с галтелью, неупрочненные валы без галтели (нулевая галтель), валы без галтели, упрочненные вибронаклепом. Параметры режима упрочнения следующие: удельная энергия удара –  $9,7 \cdot 10^2$  Дж/м<sup>2</sup>; частота удара – 26,7 Гц; частота вращения вала – 10 об/мин; количество проходов – 3...5.

Как следует из описания выбранной схемы нагружения, коленчатые валы испытывали на усталость при поперечном изгибе в плоскости колена на двух опорах с имитацией шарнирного опирания коренных шеек. Испытания проводили при симметричном цикле нагружения с частотой 20 Гц при поддержании постоянной амплитуды нагрузки, т.е. в режиме “мягкого” нагружения. Указанная частота близка к рабочему диапазону числа оборотов двигателя. В качестве критерия предельного состояния, по которому фиксировалось число циклов до разрушения, принято появление первой трещины усталости длиной 1,0–1,5 мм.

Контрольный уровень нагрузки, реализуемый для сопоставления долговечностей валов исследуемых конструктивно-технологических разновидностей и обеспечивающий при этом приемлемое время испытаний, выбран с таким расчетом, чтобы средняя долговечность валов не переходила в малоцикловой диапазон долговечностей. С этой целью испытания валов планировались таким образом, чтобы по их результатам можно было построить отрезок кривой усталости и выбрать конкретную величину амплитуды нагрузки для контрольного уровня, на котором в дальнейшем испытывалось не менее четырех валов и сравнивалась средняя долговечность валов исследованных серий. Исходя из указанных соображений в качестве контрольного по результатам предварительных испытаний выбран уровень амплитуды нагрузки  $P_a = 24$  кН (2400 кгс), что соответствует амплитуде номинальных напряжений изгиба  $\sigma_a = 88$  МПа. Номинальные напряжения  $\sigma_a$  определены как частное при делении изгибающего момента  $M_p$  на момент сопротивления изгибу средней щеки вала в месте перехода ее в шатунную шейку. Основная относительная погрешность измерения нагрузки при испытаниях не превышала 3%.

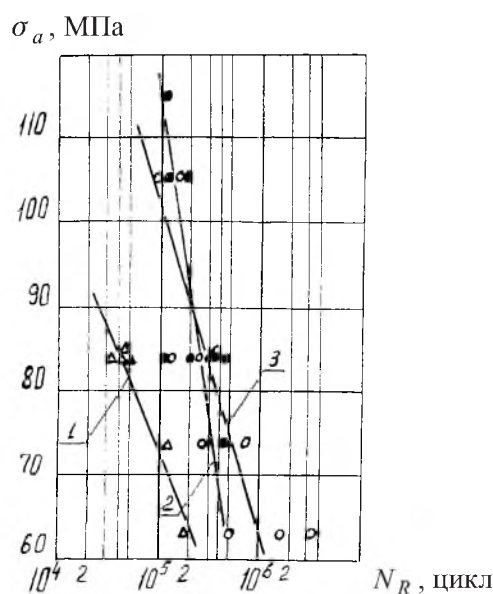


Рис. 3. Результаты испытаний коленчатых валов на усталость: 1 ( $\Delta$ ) – валы без галтели неупрочненные; 2 ( $\bullet$ ) – валы без галтели, упрочненные вибронаклепом; 3 ( $\circ$ ) – валы с галтелью неупрочненные.

**Результаты испытаний коленчатых валов и их анализ.** На рис. 3 приведены результаты испытаний коленчатых валов исследованных конструктивно-технологических разновидностей в полулогарифмических координатах амплитуда номинальных напряжений изгиба  $\sigma_a$  – логарифм долговечности  $\lg N_R$ . Экспоненциальная аппроксимация кривых усталости в указанных координатах представлена в виде зависимости

$$\lg N_R = C - m\sigma_a. \quad (1)$$

Коэффициенты уравнения (1) и оценки статистик долговечностей валов

Технологическая разновидность валов	$C$	$m$	$n$	$\bar{N}_R$ , цикл	$\overline{\lg N_R}$	$S_{\lg N_R}$	$\{\overline{\lg N_R}\}$
Неупрочненные валы без галтели	7,5361	0,0350	4	$0,39 \cdot 10^5$	4,59	0,08	4,49...4,68
Валы без галтели, упрочненные вибронаклепом	6,4166	0,0120	4	$2,76 \cdot 10^5$	5,37	0,29	5,03...5,72
Валы с галтелью ( $R = 2$ мм) без упрочнения	7,6498	0,0258	4	$2,50 \cdot 10^5$	5,38	0,16	5,19...5,56

**Примечание.**  $n$  – число образцов, испытанных на контрольном уровне нагрузки;  $\bar{N}_R$  – средняя долговечность;  $\overline{\lg N_R}$  – среднее значение логарифмов долговечностей;  $S_{\lg N_R}$  – среднее квадратичное отклонение логарифмов долговечностей;  $\{\overline{\lg N_R}\}$  – доверительный интервал для среднего значения логарифмов долговечностей при  $P = 90\%$ .

Коэффициенты уравнения (1) для рассмотренных серий валов приведены в таблице. Там же для валов, изготовленных по разным технологиям и испытанных на контрольном уровне нагрузки, даны оценки статистик, отражающие результаты сравнительных испытаний на долговечность этих валов.

Анализ данных, представленных на рис. 3 и в таблице, показал, что наименьшей долговечностью в диапазоне исследованных напряжений обладают неупрочненные валы, выполненные без галтели (кривая 1). Упрочненные валы без галтели и валы с галтелью, не подвергнутые упрочнению вибронаклепом, имеют примерно одинаковую долговечность. Для валов, изготовленных с галтелью без упрочнения, средняя долговечность оказалась равной  $\bar{N}_R = 2,50 \cdot 10^5$  цикл. При этом среднее квадратичное отклонение логарифмов долговечностей  $S_{\lg N_R} = 0,16$  (по результатам четырех испытаний).

Долговечность валов, упрочненных вибронаклепом, оказалась выше долговечности неупрочненных валов с галтелью в среднем на 8%. Однако столь малое превышение для циклической долговечности является несущественным и свидетельствует о невысокой эффективности вибронаклепа в данном случае, тем более, что рассеяние долговечностей этих валов заметно выше, чем для валов с галтелью.

Следовательно, снижение концентрации напряжений за счет выполнения галтели радиусом 2 мм повысило долговечность до уровня, соизмеримого с долговечностью, обеспечиваемой упрочнением валов без галтели. Вместе с тем результаты исследований указывают на определенную эффективность вибронаклепа, если сравнивать данные испытаний валов без галтели – упрочненных и неупрочненных, средние долговечности которых составили  $2,76 \cdot 10^5$  и  $0,39 \cdot 10^5$  цикл.

Усталостная трещина практически во всех случаях зарождалась в местах перехода шатунной шейки в среднюю щеку вблизи плоскости колена. С целью выявления характера прорастания трещины испытания некоторых валов были продолжены и после появления начальной трещины указанных

выше размеров. В дальнейшем трещина развивалась вдоль окружности шейки и по достижении длины порядка 0,25–0,3 периметра шейки переходила на среднюю щеку и распространялась в направлении, перпендикулярном плоскости колена. В ряде случаев вскоре после возникновения первой трещины появлялась вторая трещина, которая зарождалась аналогично первой, и далее происходило конкурирующее развитие двух трещин. Результаты таких наблюдений за характером прорастания усталостных трещин могут представлять самостоятельный интерес при исследовании кинетики их развития, например, в соответствии с подходом, изложенным в работе [6]. У испытанных в пределах настоящего исследования валов трещина усталости после прекращения испытаний занимала не более 8...11% площади сечения шатунной шейки, что, как показали расчеты, незначительно изменяло начальные условия испытаний с точки зрения имитации эксплуатационных условий нагружения с шарнирным опиранием коренных шеек вала.

Практический интерес вызывает комплексная оценка влияния различных факторов, в том числе конструктивного, но прочностные свойства исследуемого чугуна. Обычно такая оценка осуществляется с помощью коэффициента снижения предела выносливости  $K_{\text{общ}}$ , отражающего влияние всех факторов на сопротивление усталости и представляющего собой отношение пределов выносливости гладких цилиндрических образцов к пределам выносливости натуральных деталей [7, 8]. По данным [8], пределы выносливости деталей обычно в 2–6 раз меньше пределов выносливости, характеризующих только свойства материалов. В рамках настоящего исследования эта оценка могла быть выполнена только косвенно с привлечением приведенных в литературных источниках данных, поскольку информация о сопротивлении усталости гладких цилиндрических образцов чугуна, из которого изготовлены валы, отсутствует.

Согласно [9], пределы выносливости чугуна марки ВЧ50-1,5 для гладких неупрочненных образцов составили 195 МПа, для образцов с надрезом – 135 МПа. В [10] получены значения пределов выносливости гладких образцов и образцов с концентратором напряжений из более прочного чугуна с перлитной основой, которые равны 255 и 172 МПа соответственно. Таким образом, эффективный коэффициент концентрации напряжений  $K_{\sigma}$ , учитывающий только степень влияния концентрации напряжений на сопротивление чугуна циклическим нагрузкам и определяемый как отношение предела выносливости гладких образцов  $\sigma_{-1}$  к пределу выносливости (номинальное напряжение) образцов с концентратором  $\sigma_{-1н}$ , равен для указанных партий чугуна 1,44 и 1,48.

В [10] при испытании валов из чугуна с перлитной основой переменным изгибом в одной плоскости получено значение предела выносливости  $\sigma_{-1д} = 118$  МПа. В этом случае произошло снижение предела выносливости чугуна, обусловленное конструктивными факторами, в том числе концентрацией напряжений, и оцениваемое коэффициентом  $K_{\text{общ}}$ , более чем в два раза.

С использованием данных, приведенных в литературных источниках и в настоящем исследовании, оценим значения коэффициентов, учитывающих снижение выносливости валов за счет проявления формы, концентрации напряжений, технологии обработки и других факторов.



Анализ представленных в [10] результатов свидетельствует о том, что излом кривых усталости валов из чугуна с сопоставимыми характеристиками прочности находится в области  $10^6 \dots 5 \cdot 10^6$  цикл. Учитывая это, можно прогнозировать, что предел выносливости исследованных нами валов находится в диапазоне 45...65 МПа.

Сравнение этих величин с пределом выносливости гладких образцов  $\sigma_{-1}$  из чугуна ВЧ50-1,5 проводилось по данным [9]. Получено значение коэффициента, учитывающего влияние конструктивно-технологических факторов:

$$K_{\text{общ}} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1д}} = 4,3 \dots 3,0,$$

где  $\sigma_{-1}$  – предел выносливости гладких лабораторных образцов, составляющий 195 МПа [9];  $\sigma_{-1д}$  – прогнозируемый предел выносливости валов.

Таким образом, снижение выносливости исследованных валов за счет проявления конструктивно-технологических факторов, оцениваемое коэффициентом  $K_{\text{общ}}$ , составило с учетом приведенных в литературных источниках данных 3,0...4,3. При этом теоретический коэффициент концентрации напряжений в галтели ( $R = 2$  мм)  $\alpha_{\sigma} = 2,7$  [11]. Значения указанного коэффициента  $K_{\text{общ}}$  могут быть использованы в предварительных расчетах на прочность коленчатых валов, аналогичных исследованным.

**Заключение.** Разработана методика сравнительных испытаний мотоциклетных коленчатых валов на усталость. Предложена оригинальная схема нагружения, обеспечивающая получение эксплуатационного характера их разрушения. Это позволяет более обоснованно подходить к выбору оптимального конструктивно-технологического решения при изготовлении коленчатых валов двухцилиндровых двигателей мотоцикла. Проведены испытания на усталость коленчатых валов мотоциклетного двигателя, изготовленных из высокопрочного чугуна ВЧ50-2. Оценено влияние конструктивного исполнения и технологии изготовления на сопротивление усталости чугуна.

Полученные экспериментальные данные о характеристиках сопротивления усталости таких сложных деталей, как коленчатые валы, и их анализ могут быть использованы для пополнения банка данных по усталости материалов и элементов конструкций.

## Резюме

Наведено методику дослідження опору утомі колінчатих валів двоциліндрового двигуна мотоцикла. Застосування оригінальної схеми навантаження дозволило отримати експлуатаційний характер руйнування валів при випробуваннях. Наведено та проаналізовано результати порівняльних випробувань на утому декількох серій валів різних технологічних варіантів, а саме: валів із галтелями незміцнених, валів без галтелей (нульова галтель) зміцнених і незміцнених.

1. *Лейкин А. С.* Напряженность и выносливость деталей сложной конструкции. – М.: Машиностроение, 1968. – 372 с.
2. *Гарф М. Э.* Испытания на усталость применительно к задачам оптимизации конструкций. – Киев: Наук. думка, 1984. – 176 с.
3. *Голуб В. П.* Экспериментальное исследование высокотемпературных процессов ползучести, усталости, и поврежденности. 1. Методы исследований // Прикл. механика. – 2001. – 37, № 4. – С. 3 – 38.
4. *Филатов Э. Я., Павловский В. Э.* Универсальный комплекс машин для испытания материалов и конструкций на усталость. – Киев: Наук. думка, 1985. – 92 с.
5. *Кудрявцев И. В., Жук Е. И.* Исследование сопротивления усталости чугунных коленчатых валов тепловозного двигателя // Вест. машиностроения. – 1964. – № 6. – С. 21 – 32.
6. *Golub V. P. and Panteleev E. A.* Subcritical growth of high-cycle fatigue cracks in finite thin isotropic plates // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, No 7. – P. 938 – 947.
7. *Конончук Н. И.* Методы оценки выносливости жаропрочных сплавов. – М.: Металлургия, 1966. – 248 с.
8. *Когаев В. П., Махутов Н. А., Гусенков А. П.* Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
9. *Кудрявцев И. В., Саввина Н. М.* Упрочнение поверхностной обработкой деталей из чугуна с шаровидным графитом // Усталостная прочность и остаточные напряжения в стали и чугуне / Под ред. И. В. Кудрявцева. – М.: Машгиз, 1955. – С. 99 – 120.
10. *Кудрявцев И. В., Балабанов Н. А.* Усталостная прочность стальных и чугунных коленчатых валов и повышение их долговечности обкаткой галтелей // Повышение усталостной прочности стальных и чугунных деталей поверхностным наклепом / Под ред. И. В. Кудрявцева. – М.: Машгиз, 1955. – С. 5 – 20.
11. *Петерсон Р.* Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 302 с.

Поступила 09. 09. 2001