

Полуаналитический метод конечных элементов в задачах континуальной механики разрушения при ползучести пространственных тел сложной формы и их систем. Сообщение 2. Исследование достоверности результатов, эффективности метода и алгоритмы решения задач

В. А. Баженов^а, А. И. Гуляр^а, Е. Е. Майборода^б, С. О. Пискунов^а

^а Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина

^б Государственный научно-технический центр ядерной и радиационной безопасности, Киев, Украина

Проведены исследования сходимости и достоверности результатов решения задач континуального разрушения при ползучести и эффективности полуаналитического метода конечных элементов для неоднородных круговых незамкнутых тел.

Ключевые слова: континуальная механика разрушения, ползучесть, полуаналитический метод конечных элементов.

Введение. С использованием полуаналитического метода конечных элементов (ПМКЭ) разработана методика решения задач континуального разрушения при ползучести пространственных тел сложной формы и их систем [1]. Ниже приведено описание выполненных исследований достоверности и сходимости результатов решения тестовых задач.

В качестве основного показателя, определяющего достоверность методики, принято время до начала разрушения конструкции. Дополнительно проанализированы величины повреждаемости, напряжений и перемещений на разных стадиях деформирования. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными и численными решениями других авторов.

К числу основных факторов, определяющих сходимость решения задачи ползучести на основе метода конечных элементов (МКЭ), относится рациональный выбор аппроксимирующей конечноэлементной модели и величины шага по времени, что позволяет получить результаты с необходимой точностью. Такие исследования были проведены при решении каждой из представленных тестовых задач.

Достоверность решения задач континуальной механики разрушения при ползучести. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными проведено на примере решения задачи о растяжении тонкостенных труб постоянной нагрузкой, которая создает в них растягивающее напряжение σ_{11} , равное 40, 50, 60 и 80 МПа. Соответствующее экспериментальное исследование описано в работе [2]. Там же приведены уравнения и константы для определения механических свойств материала:

$$\xi_i^c = A_1 \frac{\text{sh}(\sigma/c)}{(1-\omega)^{n_1}}; \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = B_1 \frac{\sigma^k}{(1-\omega)^k}, \quad (1)$$

где ξ_i^c – интенсивность деформаций ползучести; ω – параметр повреждаемости материала; $A_1 = 3,12 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$, $n_1 = 2,36$, $c = 20,5 \text{ МПа}$, $B_1 = 0,58 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-3,17} \cdot \text{ч}^{-1}$, $k = 3,17$ – константы материала; t – время.

При расчете рассматривался участок трубы, моделируемый одним круговым незамкнутым конечным элементом. Решение выполнено с переменным шагом по времени. Полученные кривые ползучести совпали с представленными в [2] усредненными экспериментальными и расчетными кривыми, погрешность определения величин деформаций ползучести составила 5%, времени до начала разрушения – 2%.

Сравнение полученных результатов с численными решениями других авторов проведено на примере задачи о деформировании толстостенной трубы. Расчет осуществлялся для фрагмента сектора трубы, расположенного между двумя поперечными сечениями. Моделирование взаимодействия фрагмента с отсеченными частями проводилось путем закрепления поперечных сечений от перемещений в направлении z^1 , расчетная схема представлена на рис. 1,а. Для дискретизации объекта использовались круговые незамкнутые конечные элементы, $\theta = 45^\circ$. Свойства материала в условиях ползучести описываются уравнениями [3]

$$\varepsilon_{ij}^c = \frac{3K}{2\Psi^{n_2}} (\sigma_i)^{n_2-1} s_{ij}; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{A_2}{\Psi^\nu} (\sigma_i)^\nu, \quad (2)$$

где ε_{ij}^c – компоненты тензора деформаций ползучести; Ψ – параметр сплошности материала ($1 < \Psi < 0$, $\Psi = 1 - \omega$); s_{ij} – компоненты девиатора напряжений; $K = 3,4677 \cdot 10^{-11} \text{ МПа}^{-1,9} \cdot \text{ч}^{-1}$, $n_2 = 1,9$, $A_2 = 3,9684 \cdot 10^{-10} \text{ МПа}^{-1,83} \cdot \text{ч}^{-1}$, $\nu = 1,83$ – константы материала.

Исследование сходимости решения в зависимости от числа конечных элементов (КЭ) по радиусу трубы, проведенное на основе анализа напряжений и параметра сплошности материала в момент времени $t = 440 \text{ ч}$, показало, что с увеличением числа КЭ больше 10 точность результатов повышается не более чем на 1%. В начальный момент времени максимальные напряжения возникают на внутренней стенке трубы, где в течение I стадии неустановившейся ползучести формируется зона максимальных значений повреждаемости, которая развивается до достижения в ней критических значений параметра ω . Время до начала разрушения $t_p = 5810 \text{ ч}$, определенное по разработанной методике, отличается от приведенного в работе [3], принятого за эталонное $t_{p,эт} = 5720 \text{ ч}$, на 1,6%. Окружное напряжение $\sigma_{3'3'}$ и радиальное перемещение $u^{2'}$ в различные моменты времени отличаются [3] не более чем на 5% (рис. 1).

Исследование достоверности получаемых результатов для призматических тел проведено на примере решения задачи о растяжении призматического стержня. Деформирование материала в условиях ползучести описывалось с использованием уравнений [4]

$$\xi_i = C \left(\frac{\sigma_i}{1-\omega} \right)^{k_1}; \quad \frac{\omega}{\tau} = D \left(\frac{\sigma_{3'3'}}{1-\omega} \right)^{k_2}, \quad (3)$$

где $C = 1$, $D = 1$, $k_1 = 5$, $k_2 = 3,5$ – константы материала; τ – безразмерное приведенное время, $\tau = E\sigma_0^{n-1} \int_t B dt = EB\sigma_0^{n-1} t$; σ_0 – нормирующее напряжение; $E = 1$ МПа – модуль упругости материала.

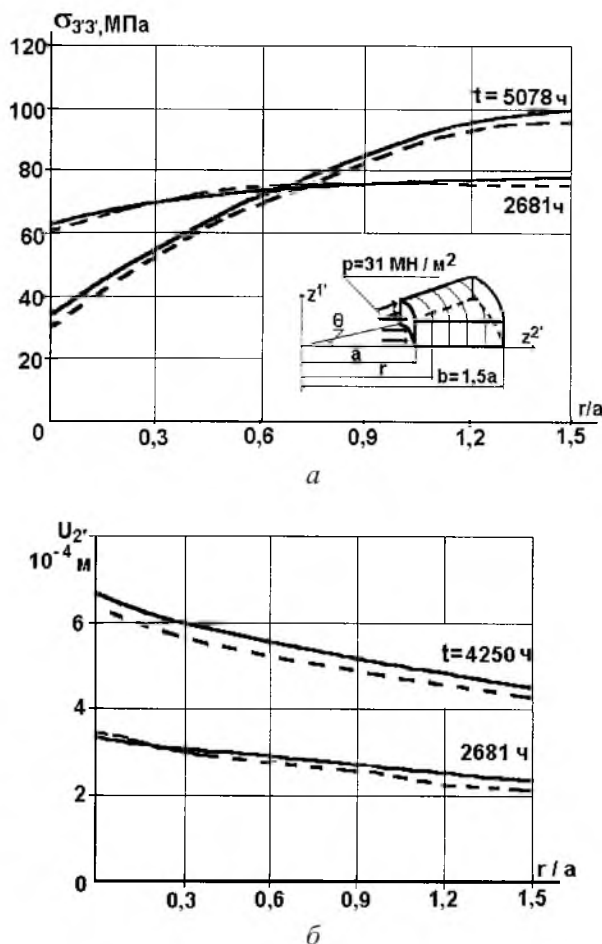


Рис. 1. Распределение окружных напряжений (а) и радиального перемещения (б) в толстостенной трубе в различные моменты времени: сплошные линии – данные [3]; штриховые – по разработанной методике.

Эталонное решение получено МКЭ. Погрешность решения задачи ПМКЭ при одинаковых с эталонным решением шагах по времени по величинам повреждаемости и деформаций ползучести составила 3%, по времени до начала разрушения – 1%.

Таким образом, полученные с использованием ПМКЭ результаты совпадают с данными экспериментальных исследований и численными решениями задач континуального разрушения при ползучести других авторов.

Сходимость результатов ПМКЭ для неоднородных пространственных тел. Для оценки сходимости и достоверности результатов, получаемых с помощью ПМКЭ для неоднородных пространственных тел, была рассмотрена тестовая задача о деформировании цилиндрической опертой панели с вырезом (рис. 2). Для описания свойств материала в условиях ползучести использовались уравнения (3).

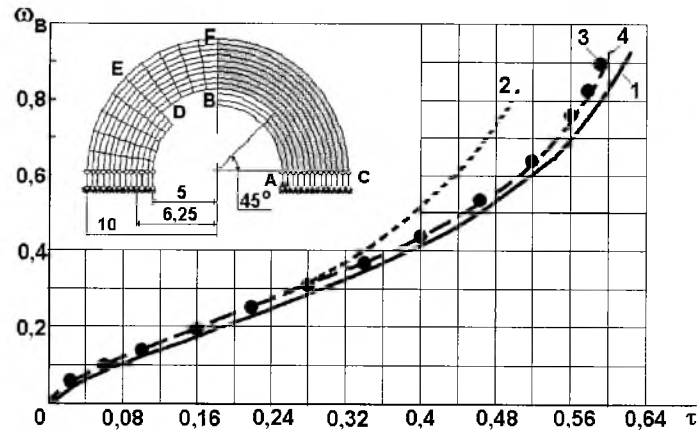


Рис. 2. Сходимость полуаналитического метода конечных элементов в зависимости от числа удерживаемых членов разложения в аппроксимации перемещений: 1 – решение по МКЭ; 2, 3, 4 – решение по ПМКЭ, соответственно $L = 5, 7, 10$.

Эталонное решение получено МКЭ с использованием 20 КЭ по окружной координате и 12 по радиусу панели. Указанная размерность сетки определена на основе исследований сходимости полученного решения в зависимости от числа неизвестных МКЭ. Результаты решения задачи свидетельствуют, что в течение всего процесса деформирования напряженно-деформированное состояние панели является существенно неоднородным. Максимальные значения повреждаемости на III стадии ползучести наблюдаются в точке B , откуда начинается разрушение. При решении задачи ПМКЭ по радиусу принято также 12 КЭ. Для исследования сходимости ПМКЭ в зависимости от числа членов разложения аппроксимации перемещений L в (5) [1] принято $L = 5, 7, 10$. Анализ полученного распределения повреждаемости проводился в точке B в течение всего процесса деформирования (рис. 2), а также вдоль радиусов DE и AC в момент, предшествующий началу разрушения. Сходимость результатов с точностью 2% по величине повреждаемости достигается при $L = 7$. Также анализировалась погрешность определения перемещений МКЭ и ПМКЭ на примере радиального перемещения в точке E , где погрешность его определения максимальна. При последовательном сгущении сетки в окружном направлении с использованием аппроксимаций одного порядка меньшие погрешности получены при решении задачи ПМКЭ.

Деформирование при переменном расположении зоны континуального разрушения. В случае сложного напряженно-деформированного состояния характер деформирования в условиях ползучести существенно зависит от свойств материала, что проиллюстрировано на тестовом примере о

деформировании толстостенной трубы [5]. Для описания ползучести материала использовалось уравнение

$$\xi_i^c = 0,5A_3\tau_i^{m_3}, \quad (4)$$

где A_3, m_3 – константы материала; τ_i – интенсивность касательных напряжений.

Решение задачи выполнялось на I и II стадии ползучести для различных материалов при $m_3 = 2, 4, 8$. В [5] показано, что распределение окружных напряжений $\sigma_{3'3'}$ по толщине стенки трубы на стадии установившейся ползучести зависит от свойств материала – показателя ползучести m_3 . На основе этого в [6] сделан вывод о соответствующем напряжениям различном расположении зон максимальных значений повреждаемости в трубах из разных материалов. Результаты, полученные по данной методике, совпадают с приведенными в [5] (рис. 3).

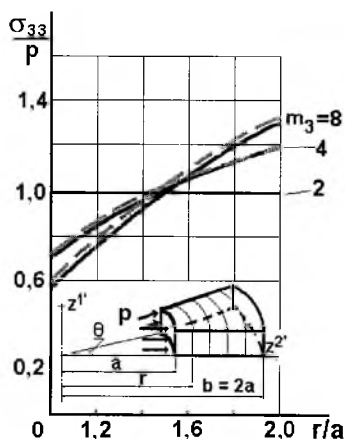


Рис. 3. Распределение окружных напряжений в толстостенной трубе на стадии установившейся ползучести: сплошные линии – данные [5]; штриховые – по разработанной методике.

В рассмотренном ранее примере о деформировании толстостенной трубы [2] напряженно-деформированное состояние и характер деформирования таковы, что образовавшаяся на ее внутренней стенке зона максимальных напряжений не изменяет свое расположение в течение всего процесса деформирования, что определяет местоположение зоны максимальных значений повреждаемости. Более сложным является случай, когда вследствие существенного перераспределения напряжений в условиях ползучести происходит перераспределение повреждаемости материала таким образом, что расположение зоны максимальных значений ω изменяется в процессе деформирования. Для изучения возможности применения методики к моделированию этого процесса на всех трех стадиях ползучести рассмотрим деформирование толстостенной трубы [4] (рис. 4,а).

Исследования сходимости результатов в зависимости от числа конечных элементов по радиусу трубы показали, что в данном случае с учетом необходимости моделирования изменения положения зоны максимальных

значений повреждаемости в стенке трубы сходимость по параметрам напряженно-деформированного состояния с погрешностью в пределах 5% на всех трех стадиях ползучести достигается при использовании 20 КЭ по толщине стенки трубы. Исследования же сходимости результатов в зависимости от величины шага по времени свидетельствуют, что при последовательном уменьшении Δt сходимость величины времени до разрушения происходит “сверху”, т.е. при больших Δt время до начала разрушения завышено, что подчеркивает необходимость такого исследования. Полученные зависимости окружных напряжений и параметра повреждаемости материала от времени (рис. 4) согласуются с результатами работы [4]. Погрешность определения времени до начала разрушения составила 2%, точность определения повреждаемости и напряжений – около 5%.

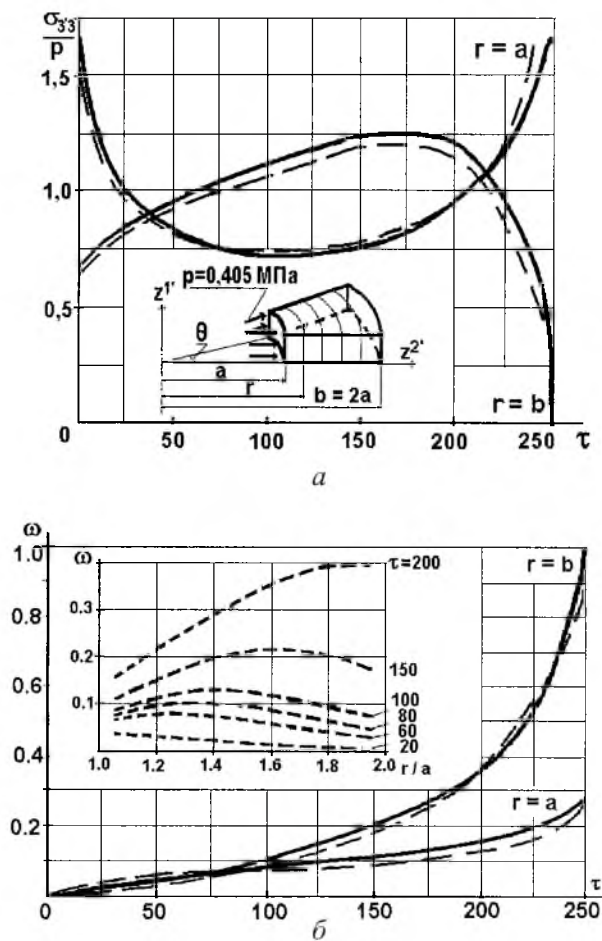


Рис. 4. Зависимость окружных напряжений (а) и параметра повреждаемости (б) в толсто-стенной трубе от времени: сплошные линии – данные [4]; штриховые – по разработанной методике.

В данном случае разрушение начиналось с внешней стороны трубы, что обусловлено существенным перераспределением окружных напряжений и повреждаемости по толщине стенки трубы. В начальный момент времени

под воздействием максимальных окружных напряжений на внутренней стенке трубы наблюдаются наибольшие значения повреждаемости ($\tau = 20$, рис. 4,б). С течением времени вследствие перераспределения напряжений абсолютные значения повреждаемости на внутренней стенке трубы становятся меньшими, чем в середине стенки ($\tau = 60 \dots 150$), а к окончанию II стадии ползучести ($\tau = 200$) зона максимальных значений повреждаемости локализуется на внешней стенке трубы. Соответствующие зависимости повреждаемости от времени на внешней и внутренней стенке трубы приведены на рис. 4,б.

Заключение. Результаты решений задач континуального разрушения при ползучести, полученные с помощью разработанной методики, совпадают с экспериментальными данными и численными решениями других авторов, принятыми за эталонные, что свидетельствует о достоверности методики. Сходимость ПМКЭ при использовании принятой системы базисных функций (5) [1] для неоднородных круговых незамкнутых тел не уступает МКЭ. Однако, как отмечалось ранее [7], в этом случае эффективность ПМКЭ на несколько порядков превышает эффективность традиционного варианта МКЭ.

Резюме

Проведено дослідження збіжності і достовірності результатів розв'язання задач континуального руйнування при повзучості та ефективності напіваналітичного методу скінченних елементів для неоднорідних кругових незамкнених тіл.

1. Баженов В. А., Гуляр А. И., Майборода Е. Е., Пискунов С. О. Полуаналитический метод конечных элементов в задачах континуальной механики разрушения при ползучести. Сообщ. 1. Разрешающие соотношения полуаналитического метода конечных элементов и алгоритмы решения задач континуального разрушения при ползучести // Пробл. прочности. – 2002. – № 5. – С. 5 – 15.
2. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под ред. С. А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 101 с.
3. Gadamirski L., Wojewodzki W. Metoda elementow skonczonech w analize przyspieszonego pelzania konstrukcji // Rozpr. Inz. – 1981. – 37, No. 2. – P. 299 – 354.
4. Boyle J. T. and Spence J. Stress Analysis for Creep. – London; Boston: Butterworths & Company (Publishers), 1983. – 360 p.
5. Качанов Л. М. Теория ползучести. – М.: Госиздат, 1960. – 456 с.
6. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
7. Баженов В. А., Гуляр А. И., Сахаров А. С., Топор А. Г. Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел. – Киев: НИИ строит. механики, 1993. – 376 с.

Поступила 25. 12. 2001