

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІКРОХВИЛЬОВОЇ ТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ НАФТИ

Abstract: The mathematical model of heat exchange's process of a water-oil emulsion in channels of different traversal section under activity of microwave energy is gained. The physical and mathematical model is constructed on the basis of plastic material considering physical performances of an emulsion. The method of the solution of a nonsteady convective heat exchange's problem which is grounded on corresponding terminating integrated transformations is developed. Numerical embodying of the gained results of a problem is given and the comparative analysis with known results is lead. It is shown, that the explored physical and mathematical model can be applied to cases of heat exchange in channels where section is distinct from viewed and guesses application of the developed method.

Key words: water-oil emulsions, microwave heating, thermal processes, the mobile boundary.

Аннотація: Наведено математичну модель процесу теплообміну водонафтової емульсії у каналах різного поперечного перерізу під дією мікрохвильової енергії. Враховуючи фізичні характеристики емульсії, побудовано фізико-математичну модель на основі в'язкопластичного матеріалу. Розроблено метод розв'язування задачі нестационарного конвективного теплообміну, що ґрунтується на відповідних скінченних інтегральних перетвореннях. Наведено числову реалізацію отриманих розв'язків задачі та проведено порівняльний аналіз з відомими результатами. Показано, що досліджена фізико-математична модель може бути застосована для випадків теплообміну у каналах, переріз яких відмінний від розглянутих та припускає застосування розробленого методу.

Ключові слова: водонафтова емульсія, мікрохвильове нагрівання, теплові процеси, рухома межа.

Аннотация: Приведена математическая модель процесса теплообмена водонефтяной эмульсии в каналах разного поперечного сечения под действием микроволновой энергии. Учитывая физические характеристики эмульсии, построена физико-математическая модель на основе вязкопластичного материала. Разработан метод решения задачи нестационарного конвективного теплообмена, который основывается на соответствующих конечных интегральных преобразованиях. Приведена числовая реализация полученных результатов задачи и проведен сравнительный анализ с известными результатами. Показано, что исследованная физико-математическая модель может быть применена для случаев теплообмена в каналах, сечение которых отлочно от рассмотренных и предполагает применение разработанного метода.

Ключевые слова: водонефтяная эмульсия, микроволновое нагревание, тепловые процессы, подвижная граница.

1. Вступ

В останні роки проводяться дослідження щодо застосування мікрохвильового електромагнітного випромінювання при видобутку і транспортуванні нафти [1–3]. Експериментальні дослідження показали перспективність використання мікрохвильової енергії при сепарації водонафтової емульсії на товарну нафту, воду і домішки [3]. Як показують результати вимірів на нафтових промислах, процентний вміст води в видобутій нафті може складати від 10 до 90%, у той час як процентний вміст води в товарній нафті при її транспортуванні не повинний перевищувати 1%. Тому технологія сепарації нафти має велике значення для нафтовидобувних і переробних галузей промисловості. Поряд із традиційно використовуваними технологіями сепарації нафти, такими як гравітаційний поділ водонафтової емульсії на нафту і воду, поділ при центрифугуванні, нагрівання до температури випарювання з наступною конденсацією, в останні роки почали розроблятися технології на основі мікрохвильового нагрівання [4, 5].

Важливим при застосуванні таких технологій є визначення режимів нагрівання матеріалу у каналах [6]. Це дає можливість використовувати результати моделювання процесів теплообміну матеріалу для розробки модулів автоматичного визначення відсоткового співвідношення компонентів сирової нафти. Таким чином, визначення процесу теплообміну водонафтової емульсії у

каналах певного поперечного перерізу в умовах мікрохвильового нагрівання є актуальною задачею як у теоретичному, так і у практичному аспекті. Слід зазначити, що у відомих моделях такого процесу рівняння енергії для гомогенного матеріалу описує його рух за умови сталої швидкості. Це суттєво звужує спектр застосованості отриманих результатів, оскільки не враховується вплив фізичних параметрів матеріалу, та конвективну складову процесу теплообміну. Метою даної роботи є визначення нестационарного конвективного теплообміну водонафтової емульсії у каналах певного перерізу в умовах дії мікрохвильової енергії.

2. Постановка задачі

Розглянемо фізико-математичну модель процесу нестационарного конвективного теплообміну водонафтової емульсії в умовах мікрохвильового нагрівання. Враховуючи фізичні властивості емульсії, застосуємо реологічну модель, основою якої є рівняння Шведова-Бінгама [7]. Вважаємо, що результатом дії мікрохвильового поля у матеріалі є джерело тепла певної потужності, яке відповідає багаторазовому перевідображенню хвилі у каналі. Матеріали типу водонафтових емульсій характеризуються межею текучості, нижче якої матеріал поводить себе як тверде недеформоване тіло (модель Сен-Венана) або як ідеально пружне тіло Гука (модель Прандтля). За межею текучості матеріал поводить себе як звичайна ньютонівська рідина [7].

Властивість матеріалу мати такі характеристики, як пластичність та в'язкість, визначається рівнянням реологічного стану в'язкопластичного матеріалу (модель Шведова-Бінгама):

$$\tau_1 = \tau_0 \pm \nu \frac{\partial V}{\partial n},$$

де ν – коефіцієнт в'язкості, n – нормаль до напрямку швидкості, τ_1 – напруження зсуву, τ_0 – динамічне напруження зсуву, яке характеризує пластичні властивості матеріалу, V – швидкість матеріалу.

В основу моделі Шведова-Бінгама покладено такий фізичний механізм, згідно з яким у матеріалі є достатньо жорстка просторова структура, яка чинить опір будь-якому напруженню, меншому τ_0 . За цією границею настає повне та миттєве зворотне руйнування структури і матеріал рухається як звичайна ньютонівська рідина з напруженням зсуву $\tau_1 - \tau_0$ [7].

За умови протікання такого матеріалу у каналах визначають дві області потоку: ядро потоку та пограничний шар. У ядрі потоку, де $\tau_1 \leq \tau_0$, матеріал поводить себе як пружне тіло, а примежовий шар характеризується складним розподілом швидкостей [8, 9].

В умовах нестационарного теплообміну профіль ядра потоку є невідомою функцією часу. Враховуючи те, що на поверхні ядра потоку $\tau_1 = \tau_0$, із рівняння реологічного стану отримуємо, що $\partial V / \partial n = 0$.

Швидкість руху ядра потоку визначається співвідношенням [9]

$$V_0(\tau) = V_0(0) + \frac{1}{\rho} \int_0^\tau \left[\frac{P(y) - 2^k \tau_0}{\xi(y)} \right] dy, \quad (1)$$

де $V_0(\tau)$ – швидкість ядра потоку, $V_0(0)$ – швидкість ядра потоку у початковий момент часу, ρ – густина матеріалу, P – заданий тиск, $\xi(\tau)$ – рухома границя розділу «ядро – примежовий шар».

Математична модель процесу теплообміну водонафтової емульсії у каналах під дією мікрохвильового нагрівання матиме вигляд

$$c_i \rho_i \left(\frac{\partial t_i}{\partial \tau} + V_i \frac{\partial t_i}{\partial x} \right) = \frac{\lambda_i}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^k \frac{\partial t_i}{\partial r} \right) + q(\tau, r), \quad (2)$$

$$t_i(0, x, r) = t_n, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial t_0}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad t_0(\tau, x, \xi(\tau)) = t_1(\tau, x, \xi(\tau)), \quad (4)$$

$$t_i(\tau, 0, r) = t_n, \quad \lambda_0 \left. \frac{\partial t_0}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)} = \lambda_1 \left. \frac{\partial t_1}{\partial r} \right|_{r=\xi(\tau)}, \quad (5)$$

$$t_1 = (\tau, x, r_c) = t_n, \quad V_1 = V_0 (r_c - r)^{k+1} / (r_c - \xi)^{k+1}, \quad (6)$$

де $i = 0$ – ядро потоку, $D_1 = \{\tau > 0, 0 < x < \infty, 0 < r < \xi(\tau)\}$, $i = 1$ – примежовий шар, $D_2 = \{\tau > 0, 0 < x < \infty, \xi(\tau) < r < r_c\}$ – радіус циліндричного каналу, $2r_c$ – ширина плоско-паралельного каналу, V_0 – швидкість ядра потоку, яка визначається за формулою (1).

Функцію питомої потужності джерела мікрохвильової енергії запишемо у вигляді [6]

$$q(\tau, r) = A e^{-2\alpha r} + B e^{2\alpha r} + C \cos 2\beta(r - \xi(\tau)), \quad (7)$$

де $A = \frac{\delta |S_{21}|^2}{|1 + \Gamma_n S_{11} e^{-2z\xi}|^2}$, $B = A \Gamma_n^2 e^{-4\alpha\xi}$, $C = 2A \Gamma_n e^{-2\alpha\xi}$, $z = \alpha + j\beta$, $j = \sqrt{-1}$, α –

коефіцієнт згасання, β – фазовий коефіцієнт, $S_{11} = \Gamma$ – коефіцієнт відбиття на межі повітря з матеріалом, $S_{21} = \sqrt{1 - \Gamma^2}$, $\Gamma = (W_1 - W_2) / (W_1 + W_2)$, W_1 , W_2 – характеристичний опір відповідно до повітря та діелектрика, Γ_n – коефіцієнт відбиття ($\Gamma_n = -1$ – для металевої межі, $\Gamma_n = 1$ – для межі у вигляді решітки з граничних хвилеводів).

Розв'язок задачі. Для випадку плоско-паралельного каналу при $k = 0$ отримаємо визначення розподілу температур у каналі або областях D_1 і D_2 з застосуванням комп'ютерного моделювання, основою якого є відповідне скінченне інтегральне перетворення [10, 11].

Лише за умови узагальнення моделі можна припустити, що крайові умови (4) є однорідними.

Тоді поле температур в області D_1 має вигляд

$$t_0 = \frac{2(x - V_0\tau)}{\xi(\tau)} \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n^{(1)}(\tau) \cos \frac{\pi(2n+1)}{2\xi(\tau)} r, \quad (8)$$

де $x \geq V_0\tau$, $\gamma_n^{(1)}(\tau)$ – коефіцієнти функціонального ряду, які визначаються з розв'язку задачі

Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\frac{d\gamma_n^{(1)}}{d\tau} + \left(\frac{\varepsilon_n a_0}{\xi} \right)^2 \gamma_n^{(1)} = G_n^{(1)}(\tau) + \frac{\xi}{2\xi} \sum_{m=0}^{\infty} w_{nm}^{(1)} \gamma_m^{(1)}, \quad (9)$$

$$\gamma_n^{(1)}(0) = \frac{(-1)^n 2\xi t_n}{\pi(2n+1)}, \quad (10)$$

де

$$G_n^{(1)}(\tau) = \frac{(A+B)[2\alpha\xi^2 + (-1)^n \varepsilon_n \xi e^{-2\alpha\xi}]}{4\alpha^2 \xi^2 + \varepsilon_n^2} + \frac{c\xi}{2} \left[\frac{\sin(2\beta\xi - \varepsilon_n - 2\beta) + \sin 2\beta}{2\beta\xi - \varepsilon_n} + \frac{\sin(2\beta\xi + \varepsilon_n - 2\beta) + \sin 2\beta}{2\beta\xi + \varepsilon_n} \right],$$

$$w_{nm}^{(1)} = 1, \quad n = m, \quad w_{nm}^{(1)} = \frac{4(-1)^{n+m+1} \varepsilon_n \varepsilon_m}{\pi^2 (n-m)(n+m-1)}, \quad n \neq m, \quad \varepsilon_n = \frac{\pi(2n+1)}{2}.$$

Розподіл температур в області D_2 буде мати такий вигляд:

$$t_1 = \frac{t_n(r - \xi)}{r_c - \xi} + \frac{2(x - V_1\tau)}{r_c - \xi(\tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^{(2)}(\tau) \sin \frac{n\pi(r - \xi)}{r_c - \xi(\tau)}, \quad (11)$$

де $\gamma_n^{(2)}(\tau)$ – розв'язок такої задачі Коші:

$$\frac{d\gamma_n^{(2)}}{d\tau} + \left(\frac{n\pi a_0}{r_c - \xi} \right)^2 \gamma_n^{(2)} = G_n^{(2)}(\tau) + \frac{\xi}{2(r_c - \xi)} \sum_{m=0}^{\infty} w_{nm}^{(2)} \gamma_m^{(2)}, \quad (12)$$

$$\gamma_n^{(2)}(0) = 0, \quad (13)$$

$$w_{nm}^{(2)} = \frac{4(-1)^{n+m} mn}{m^2 - n^2}, \quad n \neq m; \quad w_{nm}^{(2)} = -1, \quad n = m,$$

$$G_n^{(2)}(\tau) = \frac{(r_c - \xi)n\pi[1 - (-1)^n]}{4\alpha^2(r_c - \xi)^2 + n^2\pi^2} (Ae^{-2\alpha r_c} + Be^{2\alpha r_c}) - \frac{C(r_c - \xi)}{2} \times \\ \times \left[\frac{\cos(2\beta(r_c - \xi)) + n\pi - 1}{2\beta(r_c - \xi) + n\pi} + \frac{\cos(2\beta(r_c - \xi)) - n\pi - 1}{2\beta(r_c - \xi) - n\pi} \right].$$

Для визначення профілю ядра потоку вважатимемо, що поблизу межі між областями D_1 та D_2 маємо $V_0/V_1=1$. Тоді запишемо крайову умову (5) у вигляді такого алгебраїчного рівняння відносно функції $r = \xi(\tau)$:

$$\frac{\xi^2}{(r_c - \xi)^2} = \frac{\lambda_1 \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \gamma_n^{(1)}}{2\lambda_2 \sum_{n=1}^{\infty} n \gamma_n^{(2)}}. \quad (14)$$

Для розв'язку задач Коші відносно функцій $\gamma_n^{(i)}(\tau)$, ($i=1,2$) та рівняння (14) відносно $\xi(\tau)$ можна застосувати чисельний метод, наприклад, метод Рунге-Кутта.

Розв'язок задачі для випадку циліндричного каналу при $k=1$ отримаємо діючи аналогічним чином, як і для випадку плоско-паралельного каналу при $k=0$. Тоді розподіл температур в області D_1 запишемо у такому вигляді:

$$t_0 = \frac{2(x - V_0 \tau)}{\xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(3)}(\tau)}{J_1^2(\eta_n)} J_0(r \eta_n / \xi), \quad (15)$$

де $x \geq V_0 \tau$, η_n — додатні корені характеристичного рівняння $J_0(\eta_n) = 0$.

Коефіцієнти $\gamma_n^{(3)}(\tau)$ визначаються із задачі Коші для такої системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\gamma_n^{(3)}}{d\tau} + \left(\frac{\eta_n}{\xi}\right)^2 \gamma_n^{(3)} = G_n^{(3)}(\tau) + \frac{\xi}{\xi} \sum_{m=0}^{\infty} w_{nm}^{(3)} \gamma_m^{(3)}, \quad (16)$$

$$\gamma_n^{(3)}(0) = \frac{t_n \xi^2(0) J_1(\eta_n)}{\eta_n}, \quad (17)$$

$$w_{nm}^{(3)} = \frac{2\mu_n \mu_m J_1(\mu_n)}{J(\mu_m)(\mu_m^2 - \mu_n^2)}, \quad n \neq m; \quad w_{nm}^{(3)} = 1, \quad n = m,$$

$$G_n^{(3)}(\tau) = \int_0^{\xi(\tau)} q(r, \tau) r J_0(\mu_n r / \xi) dr.$$

Температурне поле у приміжевому шарі визначається співвідношенням

$$t_1 = \frac{t_n(r - \xi)}{r_c - \xi} + \frac{\pi^2(x - V_1 \tau)}{2\xi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(4)} J_0(\mu_n) \mu_n^2}{J_0^2(\mu_n) - J_0^2(\mu_n/\xi)} u_0(\mu_n r / \xi), \quad (18)$$

де $u_0(\mu_n r / \xi) = J_0(\mu_n r / \xi) Y_0(\mu_n / \xi) - J_0(\mu_n / \xi) Y_0(\mu_n r / \xi)$ — власні функції відповідної задачі Штурма-Ліувілля, μ_n — додатні корені характеристичного рівняння

$J_0(\mu)Y_0(\mu/\xi) - J_0(\mu/\xi)Y_0(\mu) = 0$, J_0 , Y_0 – функції Бесселя першого та другого роду нульового порядку.

Для визначення коефіцієнтів $\gamma_n^{(4)}$ ряду Фур'є-Бесселя маємо таку задачу:

$$\frac{d\gamma_n^{(4)}}{d\tau} + \left(\frac{\mu_n}{\xi}\right)^2 \gamma_n^{(4)} = \frac{\xi}{\xi} \sum_{m=1}^{\infty} w_{nm}^{(4)} \gamma_m^{(4)} + G_n^{(4)}(\tau), \quad (19)$$

$$\gamma_n^{(4)}(0) = 0, \quad (20)$$

$$w_{nm}^{(4)} = \frac{\pi^2 \mu_m^2 \mu_n J_0^2(\mu_m)}{2\xi^3 [J_0^2(\mu_m) - J_0^2(\mu_m/\xi)]} \int_{\xi}^1 r^2 u_1(\mu_n r/\xi) u_0(\mu_m r/\xi) dr, \quad n \neq m,$$

$$w_{nm}^{(4)} = 1, \quad n = m, \quad G_n^{(4)}(\tau) = \int_{\xi}^{r_c} r u_0(\mu_n r/\xi) q(r, \tau) dr.$$

Профіль ядра потоку з урахуванням виразів (5), (15), (18) визначається таким співвідношенням:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(3)} \eta_n}{J_1(\eta_n)} = \frac{\pi^2 \lambda_2}{4\lambda_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^{(4)} J_0(\mu_n) \mu_n^3 u_1(\mu_n)}{J_0^{(2)}(\mu_n) - J_0^{(2)}(\mu_n/\xi)}. \quad (21)$$

Враховуючи, що розподіли температур в областях D_1 та D_2 описуються рівномірно збіжними у цих областях функціональними рядами, то обмежимося чотирма першими членами ряду із похибкою 10^{-3} .

Чисельна реалізація систем рівнянь відносно коефіцієнтів функціональних рядів спільно з рівнянням на рухомій межі областей D_1 та D_2 (9), (10), (12), (13), (14), за умови $k = 0$, та (16), (17), (19), (20), (21), за умови $k = 1$, не викликає принципових труднощів, наприклад, у системі MatLab. На рис. 1 наведено графіки, які відповідають закону зміни розподілу температури від часу за умови $k = 0$, $r_c = 0,25$ м та початкових даних роботи [12], де наведені експериментальні результати. Це дозволяє порівняти експериментальні результати роботи [12] з частковим випадком наведеної у даній роботі моделі.

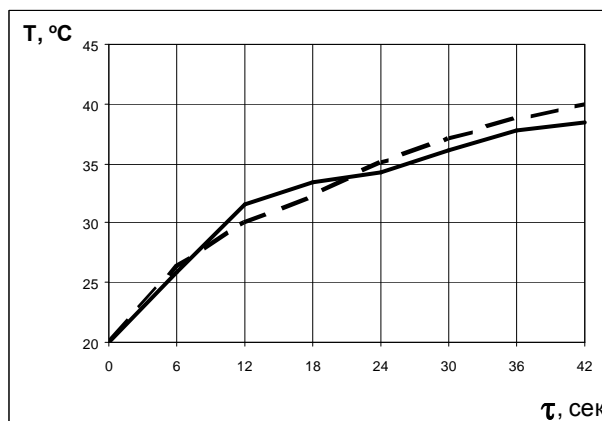


Рис. 1. Залежність температури водонафтової емульсії від часу мікрохвильового впливу:
 — експеримент [12], ----- розрахунок згідно з математичною моделлю

3. Висновки

Побудована у роботі математична модель нестационарного конвективного теплообміну в областях з рухомою межею під дією енергії мікрохвильового електромагнітного поля є узагальненням відповідної моделі [6, 12] для області зі сталою межею. Визначені поля температур у ядрі потоку і примежевому шарі, закон руху межі розділу «ядро – примежевий шар». Наведена у роботі модель процесу теплообміну водонафтової емульсії у каналах під дією мікрохвильової енергії надає можливість забезпечити рівномірне нагрівання на певній глибині об'єму матеріалу за рахунок вибору швидкості його руху та потужності джерела мікрохвильової енергії.

Зазначимо, що запропонована математична модель може бути застосована для випадків, коли переріз каналу буде відмінним від розглянутих і його геометрія відповідатиме вимогам розробленого методу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кислицын А.А. Численное моделирование высокочастотного электромагнитного прогрева диэлектрической пробки, заполняющей трубу // ПМТФ. – 1996. – Т. 37, № 3. – С. 75 – 81.
2. Саяхов Ф.Л. и др. Тепломассоперенос в системе скважина-пласт при электромагнитном воздействии на массивные нефтяные залежи / Ф.Л. Саяхов, Л.А. Ковалева, К.М. Насыров // ИФЖ. – 2002. – Т. 75, № 1. – С. 21 – 30.
3. Морозов Г.А., Седельников Ю.Е. Низкоинтенсивные СВЧ-технологии (проблемы и реализации). – М.: Радиотехника, 2003. – 112 с.
4. Joo-Hee Hong, Byoung-Sik Kim, Dok-Chan Kim Demulsification of Oil-Water Emulsions by Microwave Irradiation // Korean Chem. Eng. Res. – 2004. – Vol. 42, N 6. – P. 662 – 668.
5. Математическое моделирование микроволновой сепарации водонефтяной эмульсии / В.И. Анфиногентов, М.Р. Галимов, Г.А. Морозов и др. // Труды Междунар. науч. конф. «Математические методы в технике и технологиях». – Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2005. – Т. 3. – С. 159 – 162.
6. Анфиногентов В.И. Математическое моделирование СВЧ нагрева диэлектриков. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2006. – 137 с.
7. Шульман З.П. Конвективный тепломассоперенос реологически сложных жидкостей. – М.: Энергия, 1975. – 352 с.
8. Сафрончик А.И. Неустановившиеся течения вязкопластичного материала между параллельными стенками // Прикладная математика и механика. – 1959. – Т. 23, Вып. 5. – С. 71 – 76.
9. Сафрончик А.И. Неустановившиеся течения вязкопластичного материала в круглой трубе // Прикладная математика и механика. – 1960. – Т. 24, Вып. 1. – С. 53 – 59.
10. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твёрдых тел. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
11. Коряшкина Л.С., Яковенко В.А. О решении одной задачи теплотеноса с фазовым превращением // Питання прикладної математики і математичного моделювання. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2003. – С. 100 – 113.
12. Evdokimov I.N. et al. Excess density in oilfield water – crude oil dispersions / I.N. Evdokimov, N.Yu. Eliseev, V.A. Iktisanov // Journal of Colloid and Interface Science. – 2005. – Vol. 285, Is. 2. – P. 795 – 803.

Стаття надійшла до редакції 25.03.2008