

О применимости одномерных моделей для оценки динамической прочности осесимметричных тел

П. П. Лепихин^а, В. А. Ромащенко^а, О. С. Бейнер^а, В. Ф. Деменко^б,
А. Г. Нарыжный^б, К. Б. Иващенко^а

^а Институт проблем прочности НАН Украины, Киев, Украина

^б Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков, Украина

Проведен сравнительный анализ характеристико-разностного метода и алгоритма Уилкинса применительно к задачам нестационарного деформирования одномерных цилиндрических толстостенных оболочек. На основе сопоставления одно- и двухмерных решений краевых задач динамической теории упругости, полученных методом Уилкинса, сделаны выводы о пределах применимости одномерных моделей для оценки прочности матриц для импульсной штамповки замкнутых обечаек цилиндрической и конической формы.

Ключевые слова: цилиндрические и конические толстостенные оболочки, матрица для импульсной штамповки, характеристико-разностный метод, алгоритм Уилкинса.

Толстостенные замкнутые осесимметричные обечайки находят широкое применение в технике. Для их изготовления наряду с известными методами получили распространение технологические процессы импульсного формообразования с использованием энергии взрыва бризантных взрывчатых веществ (БВВ) в воде, гидродинамической штамповки на пресс-пушках, электрогидравлической штамповки и т.д. [1–4].

Основным силовым, а зачастую и конструктивным элементом технологического оборудования для импульсного формообразования замкнутых осесимметричных обечаек является матрица, представляющая собой толстостенный однослойный (двухслойный) цилиндр или осесимметричную оболочку [2, 3]. Причем прочность матриц определяет не только качество получаемой детали, но и возможность проведения технологического процесса [4].

Заготовка в процессе штамповки испытывает импульсное механическое воздействие на внутренней поверхности. Параметры такого воздействия для наиболее широко распространенных технологических процессов импульсной штамповки приведены в [2, 3].

Учитывая, что обычно одна и та же матрица используется как на формующем, так и на калибровочном переходах, в качестве расчетной принимают калибрующие нагрузки, поскольку на последнем переходе матрица работает в наиболее трудных условиях. В этом случае вследствие небольшой массы заготовки по сравнению с массой матрицы пренебрегают наличием заготовки и считают, что импульс давления воздействует непосредственно на формующую поверхность матрицы [2, 4].

Исследованию напряженно-деформированного состояния (НДС) нагруженных по внутренней поверхности импульсным давлением осесимметрич-

ных толстостенных оболочек и расчету на прочность матриц для импульсной штамповки посвящены работы [2–7] и др. Получены приближенные аналитические решения одномерной динамической задачи теории упругости для бесконечно длинного толстостенного цилиндра с использованием условия несжимаемости материала [5, 7]. Сопоставление этих решений с данными численных расчетов характеристико-разностным методом (ХРМ) анализа одномерных волновых задач теории упругости [8] позволило установить область применимости приближенных зависимостей. Это, в свою очередь, дало возможность разработать аналитическую и численную методики проектировочного и проверочного расчетов достаточно длинных осесимметричных матриц как цилиндрической, так и близкой к ней формы [2–4]. Несмотря на разработанность в настоящее время численных методов решения двумерных динамических задач теории упругости, систематическая оценка точности моделирования одномерной моделью НДС и прочности отличных от длинной толстостенной цилиндрической оболочки осесимметричных матриц авторам неизвестна.

Цель настоящей работы заключалась в установлении области применимости численной методики [2] для расчета НДС и прочности однослойных толстостенных цилиндрических и конических оболочек конечной длины как со свободными, так и с одним свободным, а другим жестко защемленным торцом. Выполнено сопоставление результатов, полученных ХРМ [2, 8] и методом Уилкинса [9] на ряде одномерных упругих задач. Проведено сравнение по максимальной интенсивности напряжений данных расчетов двумерных упругих задач по методу Уилкинса с одномерными численными расчетами по методике [2]. Приведем согласно [7–10] краткую математическую формулировку задач исследования.

Уравнения движения в цилиндрических координатах r, φ, x с учетом осевой симметрии имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} &= \rho \frac{dv_r}{dt}; \\ \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\tau}{r} &= \rho \frac{dv_x}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

где t – время; ρ – плотность материала; v_r, v_x – компоненты вектора скорости; $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_x, \tau$ – компоненты тензора напряжений. Геометрические соотношения таковы:

$$e_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}; \quad e_\varphi = \frac{v_r}{r}; \quad e_x = \frac{\partial v_x}{\partial x}; \quad \gamma = \frac{\partial v_r}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial r}, \quad (2)$$

где $e_r, e_\varphi, e_x, \gamma$ – компоненты тензора скоростей деформаций.

Материал матрицы полагаем изотропным упругопластическим, подчиняющимся уравнениям теории течения без упрочнения. Уравнения состояния такого материала хорошо известны [9, 10]:

$$e_r = \frac{1}{E} \frac{d}{dt} [\sigma_r - \mu(\sigma_\varphi + \sigma_x)] + \frac{\xi_i^p}{2\sigma_T} (2\sigma_r - \sigma_\varphi - \sigma_x);$$

$$\gamma = \frac{2(1+\mu)}{E} \frac{d\tau}{dt} + \frac{3\xi_i^p \tau}{\sigma_T}, \quad (3)$$

где E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона; σ_T – предел текучести; ξ_i^p – интенсивность скоростей пластических деформаций. Выражения для e_φ и e_x получаются из (3) путем циклической перестановки индексов.

Система уравнений (1)–(3) замыкается начальными и граничными условиями. Начальные условия принимали нулевыми. Граничные условия могли быть кинематическими (на закрепленных поверхностях) или силовыми (на свободных либо нагруженных поверхностях) и стандартными по виду. Нагружение производилось осесимметричным импульсом давления. Использование нелинейных физических уравнений (3) позволяло контролировать возникновение пластических зон в ходе нестационарного деформирования, недопустимых с точки зрения прочности матрицы.

Решение задач в одномерной постановке (для бесконечно длинных толстостенных цилиндров) проводилось двумя методами: характеристико-разностным и интегро-интерполяционным алгоритмом Уилкинса, которые сравнивались между собой. В случае применения последнего для всех приведенных расчетов использовалась искусственная вязкость в виде суммы линейной и квадратичной [9]. Рассматривались четыре вида импульса нагрузки: функция Хевисайда, равнобедренный треугольник, полусинус

$$P(t) = \begin{cases} P_0 \sin(\lambda t), & t \leq \pi/\lambda; \\ 0, & t > \pi/\lambda \end{cases}$$

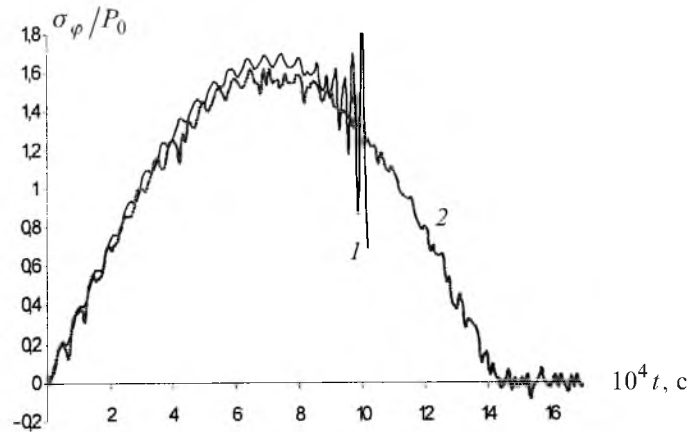
и экспонента

$$P(t) = P_0 \exp(-t/\theta),$$

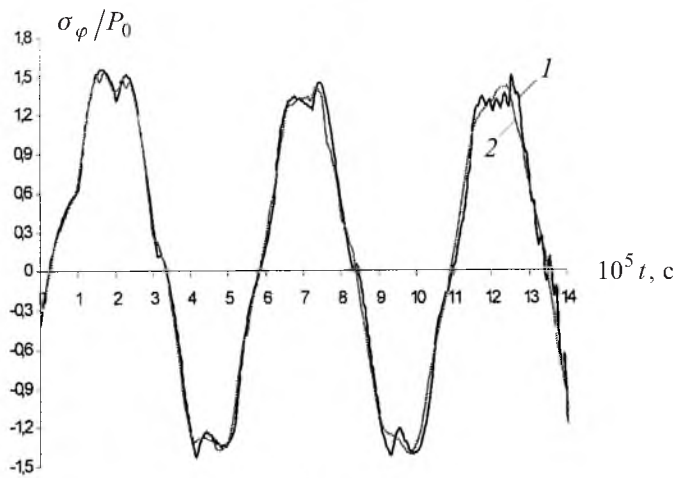
где P_0 – амплитудное давление; t – время; θ – характеристическое время; λ – характеристическая частота. Для всех видов функций нагружения амплитуда нагружения $P_0 = 50$ МПа. Цилиндры полагали стальными ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,3$; $\rho = 7850$ кг/м³; $\sigma_T = 360$ МПа), внутренний радиус $R_1 = 0,03$ м, отношение наружного радиуса к внутреннему составляло $K = 2$.

Обнаружено, что в случае нагружения треугольным импульсом длительностью $2 \cdot 10^{-5}$ с и давлением в виде функции Хевисайда рассогласование результатов, полученных по двум подходам, для широтных напряжений не превышало 5%. Изменение отношения окружных напряжений на внутренней поверхности оболочки к амплитуде импульса во времени для полусинуса и экспоненты представлено на рис. 1. Видно, что для полусинусоидальной нагрузки длительностью $1,4 \cdot 10^{-3}$ с приблизительно с момента времени 10^{-3} с ХРМ теряет устойчивость, в то время как для алгоритма Уилкинса этого не наблюдается. В случае экспоненциальной

нагрузки с характеристическим временем $\theta = 10^{-5}$ с результаты близки, но более точным оказался ХРМ: на графиках видны изломы кривых, соответствующие переотражениям волн от свободных границ, а на кривых, соответствующих алгоритму Уилкинса, изломы сглажены. Это объясняется использованием искусственной вязкости и плавающего временного шага в методе Уилкинса, что позволяет проводить расчеты более устойчиво, но при этом несколько теряется точность.



a



b

Рис. 1. Сравнение ХРМ (1) и алгоритма Уилкинса (2) по σ_φ : а – полусинус, б – экспонента.

На рис. 2 приведено сравнение распределений радиальных напряжений вдоль толщины цилиндра при нагрузке в виде функции Хевисайда для характерных времен: $t = h/2c, 9h/2c$, рассчитанных двумя указанными методами (h – толщина цилиндра; c – скорость звука в его материале).

Видно, что ХРМ более точен: не происходит “завала” волнового фронта, который явно виден на полученной методом Уилкинса кривой и прогрессирует с ростом времени. Тем не менее алгоритм Уилкинса в отличие от

ХРМ является более устойчивым и позволяет учитывать геометрически и физически нелинейные эффекты. Расхождение результатов, полученных двумя отмеченными методами, по интенсивности напряжений на внутренней поверхности цилиндра, где она имеет наибольшее значение, не превышает 5%.

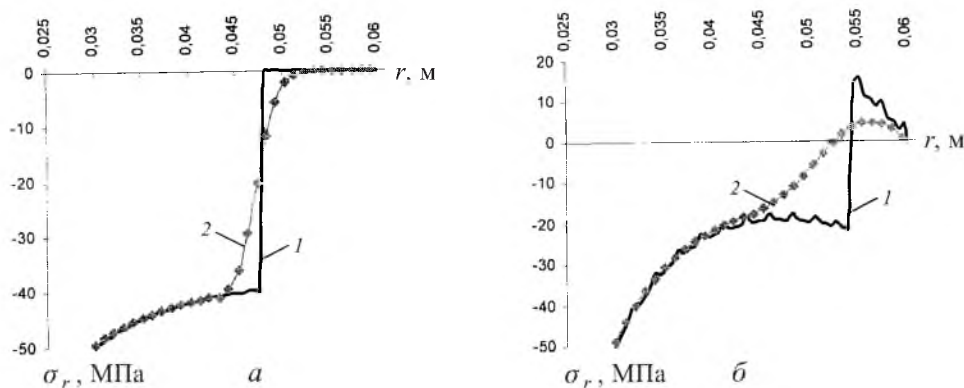


Рис. 2. Сравнение ХРМ (1) и алгоритма Уилкинса (2) по σ_r при нагрузке в виде функции Хевисайда: $a - t = 0,3 \cdot 10^{-5}$ с; $b - t = 2,7 \cdot 10^{-5}$ с.

При анализе двухмерных задач использовали двухмерный метод Уилкинса. Цилиндры длиной $L = 3R_1$ полагали свободными с обоих торцов либо неподвижно заземленными на одном из них. Параметры нагрузки, внутренний и внешний радиусы цилиндра те же, что и в предыдущих расчетах. Установлено, что максимальная интенсивность напряжений возникает на внутренней поверхности цилиндра. Причем в случае двух свободных торцов – по середине, а при заземлении одного торца – вблизи свободного края. Проведено сравнение полученных методом Уилкинса результатов по максимальной интенсивности напряжений $\sigma_{i\max}$ с одномерными расчетами ХРМ. При нагружении давлением в виде экспоненты результаты по $\sigma_{i\max}$ превышали данные одномерного расчета, полученные для бесконечно длинного тела, на 18% для цилиндра со свободными краями и на 32% при заземлении одного торца, при нагружении функцией Хевисайда – на 1 и 18%, при нагружении треугольным импульсом – на 26 и 43% соответственно. При нагружении импульсом давления в виде полусинуса расхождение имело обратный знак и составило соответственно – 6 и 3%.

При расчетах конических оболочек с углом раствора конуса 2α один из торцов (с минимальными радиусами) считался закрепленным, так как в противном случае конус получил бы ненулевую составляющую импульса в продольном направлении и начал бы двигаться вдоль своей оси как жесткое тело. Для штамповки на пресс-пушке (полусинус) и газодетонационной штамповки (функция Хевисайда) согласно методике [2], а также для модельного треугольного импульса нагрузка принималась равномерно распределенной по образующей матрицы. В случае штамповки на пресс-пушке масса снаряда принималась равной 0,5 кг, радиус снаряда – 0,025 м, высота столба жидкости в переходнике – 0,06 м, высота обечайки – 0,09 м. Расчет

параметров внешней нагрузки для полусинуса осуществлялся по методике [2]. Амплитуды давлений в виде равнобедренного треугольника и функции Хевисайда приняты 80 МПа. Для каждого из трех значений постоянных вдоль длины матрицы толщины h и тангенса половины угла раствора конуса ($\text{tg } \alpha$) вычислялось максимальное значение интенсивности напряжений $\sigma_{i \max 2}$ в конической оболочке. Также для каждой конической оболочки методом Уилкинса проводили одномерные расчеты эквивалентных бесконечно длинных цилиндров, геометрические размеры которых и параметры нагружения определяли по методике [2]. Для каждого эквивалентного цилиндра находили значение максимальных эквивалентных напряжений $\sigma_{i \max}$. Из полученных значений $\sigma_{i \max}$ выбирали наибольшее $\sigma_{i \max 1}$. Для всех исследуемых случаев определяли значение отношения $M = \sigma_{i \max 2} / \sigma_{i \max 1}$.

На рис. 3 показано изменение величины M в зависимости от $\text{tg } \alpha$ для разных значений h . Видно, что в случае треугольной нагрузки численная методика [2] не может быть рекомендована для проведения прочностных расчетов во всех рассмотренных случаях.

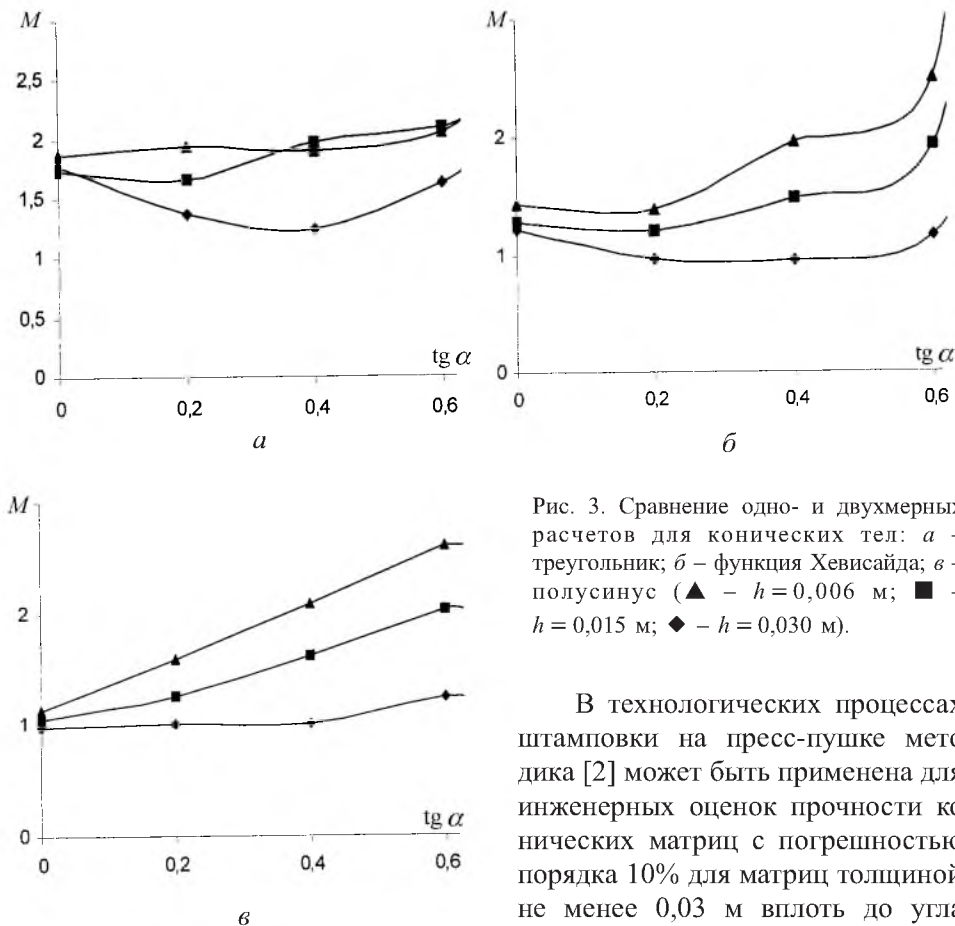


Рис. 3. Сравнение одно- и двухмерных расчетов для конических тел: а – треугольник; б – функция Хевисайда; в – полусинус (\blacktriangle – $h = 0,006$ м; \blacksquare – $h = 0,015$ м; \blacklozenge – $h = 0,030$ м).

В технологических процессах штамповки на пресс-пушке методика [2] может быть применена для инженерных оценок прочности конических матриц с погрешностью порядка 10% для матриц толщиной не менее 0,03 м вплоть до угла раствора конуса 25° , в то время как

при газодетонационной штамповке – для расчета конических матриц при $h \geq 0,03$ м вплоть до угла раствора 30° .

Резюме

Проведено порівняльний аналіз характеристико-різницевого методу й алгоритму Уїлкінса стосовно задач нестационарного деформування одновимірних циліндричних товстостінних оболонок. На основі зіставлення одно- і двовимірних розв'язків крайових задач динамічної теорії пружності за методом Уїлкінса встановлено межі застосування одновимірних моделей для оцінки міцності матриць для імпульсної штамповки замкнених об'єктів циліндричної і конічної форми.

1. Пихтовников Р. В., Завьялова В. И. Штамповка листового металла взрывом. – М.: Машиностроение, 1964. – 175 с.
2. ОСТ 1.41177-78. Расчет на прочность матриц для штамповки импульсными нагрузками листовых замкнутых осесимметричных обечаек / В. И. Завьялова, Г. Л. Корнилов, П. П. Лепихин, В. С. Сотников. – М.: НИАТ, 1978. – 58 с.
3. ОСТ 1.52766-86. Матрицы для штамповки импульсными нагрузками листовых полусферических оболочек и замкнутых осесимметричных обечаек. Расчет на прочность / В. И. Завьялова, Г. Л. Корнилов, Ш. У. Галиев и др. – М.: НИИД, 1986. – 54 с.
4. Завьялова В. И., Корнилов Г. Л., Лепихин П. П. Расчет на прочность силовых элементов технологического оборудования для импульсного формообразования замкнутых осесимметричных обечаек // Импульсная обработка металлов давлением. – 1981. – Вып. 9. – С. 10 – 19.
5. Лепихин П. П., Рубан А. П., Максимук Б. Я. Расчет на прочность рабочих камер газодетонационных прессов // Вопросы механики деформируемого твердого тела. – 1979. – Вып. 2. – С. 107 – 111.
6. Сапрыкин В. Н. Напряженно-деформированное состояние толстостенного цилиндра при импульсном нагружении по боковым поверхностям // Там же. – Вып. 1. – С. 3 – 35.
7. Лепихин П. П. Напряженно-деформированное состояние двухслойной цилиндрической оснастки при нагружении импульсным нормальным давлением синусоидальной формы // Там же. – С. 35 – 40.
8. Shun-Chin Chou and Greif R. Numerical solution of stress waves in layered media // AIAA Journal. – 1966. – No. 1. – P. 144.
9. Уилкинс М. Л. Расчет упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212 – 263.
10. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

Поступила 14. 11. 2001