

## **Ефективність використання коефіцієнтів непропорційності циклу при визначенні деформаційного зміцнення**

**М. В. Бородій**

Інститут проблем міцності НАН України, Київ, Україна

*Проаналізовано ефективність прогнозування деформаційного зміцнення металевих матеріалів при малоцикловій втомі в умовах непропорційного двовісного деформування. Визначальним параметром може служити коефіцієнт непропорційності циклу, що характеризує геометрію циклу деформування. Проведено порівняльний аналіз ефективності застосування в розрахунковій практиці найбільш відомих коефіцієнтів непропорційності для визначення рівнів додаткового зміцнення матеріалу в стані стабілізації його циклічних властивостей.*

**Ключові слова:** деформаційне зміцнення, коефіцієнт непропорційності циклу.

**Вступ.** Експериментальні дослідження малоциклової втоми металевих матеріалів при навантаженні з контролем за деформаціями (жорсткий режим) свідчать про циклічну нестабільність механічних властивостей більшості матеріалів на перших 10...30 циклах [1–3]. Як правило, за такого режиму циклічна нестабільність проявляється через деформаційне зміцнення, що прогресує від циклу до циклу із затухаючою швидкістю, до стану повної стабілізації циклічних властивостей матеріалу. Вивчення кінетики напружено-деформованого стану при пропорційному (простому) та непропорційному (складному) циклічному навантаженні дозволяє зробити висновок, що складність траєкторії циклу значно впливає на швидкість затухання процесів деформаційного зміцнення. Найбільша швидкість виходу на стабілізований режим (до 10 циклів) спостерігається для пропорційних траєкторій. Непропорційні траєкторії характеризуються значно меншою швидкістю, яка може складати 20...40 циклів. Необхідно підкреслити певну тенденцію: чим довша траєкторія циклу, тим повільніше матеріал виходить на стабілізований режим. При розгляді мікроструктури матеріалу цей ефект пояснюється збільшенням ліній ковзання для циклів, що мають більшу видовженість. Чим більша траєкторія циклу, тим більше ліній ковзання залучено до процесу пластичного деформування, а отже, менш повільно будуть відбуватися стабілізаційні процеси.

Рівень деформаційного зміцнення характеризується максимальним значенням еквівалентних напружень у режимі стабілізації циклічних властивостей матеріалу. У залежності від складності траєкторії циклу за одного рівня максимальних еквівалентних деформацій один і той же матеріал буде мати різний рівень деформаційного зміцнення. Пропорційним траєкторіям відповідає найменший рівень зміцнення, в той час як непропорційній траєкторії (круговій) з постійним значенням еквівалентних деформацій за цикл – найбільший. Експерименти на малоциклову втому також свідчать про те, що рівень деформаційного зміцнення суттєво впливає на довговічність матеріалу: чим більший рівень напружень в стабілізованому стані, тим менша довговічність.

Проблема визначення рівнів деформаційного зміцнення щодо довільних замкнених траєкторій циклу стає нагальною при вивченні кінетики процесу пружно-пластичного деформування під час малоциклової втоми та подальшому прогнозуванні довговічності. Саме такі траєкторії мають місце в інженерній практиці. Очевидно, що дана проблема є занадто складною і досить тривалою у вирішенні, якщо намагатися розв'язувати її на основі аналізу мікроструктурних процесів, вивчення впливу кривизни чи процесів, що відбуваються при різкому зламі траєкторії циклу. В той же час практична необхідність завжди вимагає отримання швидких кількісних оцінок.

Застосування феноменологічного підходу дозволяє спростити розв'язання зазначеної задачі й отримати необхідні кількісні оцінки. Підхід передбачає на основі експериментального вивчення процесів деформаційного зміцнення отримання кореляційної залежності між параметром, що інтегрально характеризує форму циклу, і максимальним значенням напруження в стабілізованому стані. Необхідні константи такої залежності визначаються за даними базових експериментів, кількість яких залежить від кількості констант. Наприклад, для отримання лінійної залежності достатньо даних двох базових експериментів, які б характеризували граничні значення деформаційного зміцнення (мінімальне і максимальне). Всі інші проміжні значення можуть бути отримані в результаті інтерполяції в заданому діапазоні.

За такого підходу стає важливим конструювання параметрів, які б могли однозначно характеризувати геометрію траєкторії циклу і дозволяли отримувати найпростіші (лінійні) функціональні залежності. Згідно з літературними джерелами, такі параметри отримали назву коефіцієнти, або фактори непропорційності. Вони застосовуються при розробці моделей пластичності стосовно непропорційного циклічного навантажування [3–7], а також в інженерних критеріях малоциклової втоми [8, 9]. Метою даної статті є проведення порівняльного аналізу ефективності прогнозування деформаційного зміцнення матеріалу при складному навантаженні з використанням найбільш відомих коефіцієнтів непропорційності циклу.

**Коефіцієнти непропорційності.** Однією з перших спроб інтегрально оцінити форму циклу з врахуванням напрямку навантажування при визначенні додаткового зміцнення (по відношенню до пропорційних циклів) можна вважати введення в роботі [10] коефіцієнта повороту. Коефіцієнт застосовувався для аналізу непропорційного деформування вздовж кругової траєкторії. Наступний розвиток досліджень у цьому напрямку пов'язаний з роботами Макдауелла [3] та Беналлала і Маркі [4], які майже одночасно запропонували свої параметри непропорційності при розробці моделей циклічної пластичності. Макдауелл ввів поняття ефекту непропорційності і запропонував неперервну міру непропорційності щодо тензора швидкостей деформації, а згодом стосовно тензора швидкостей пластичних деформацій. Згідно з [3], коефіцієнт непропорційності визначається так:

$$\Phi = \left\| 1 - \frac{\pi}{\pi - 2} \left| \lambda - \frac{2}{\pi} \right| \right\|, \quad (1)$$

а міра непропорційності  $\lambda$  –

$$\lambda = \int_{\xi_{II}}^{\xi_K} N \frac{d\mathbf{e}^P}{d\xi} d\xi \bigg/ \int_{\xi_{II}}^{\xi_K} \left\| \frac{d\mathbf{e}^P}{d\xi} \right\| d\xi, \quad (2)$$

де  $N$  – вектор у напрямку максимального розмаху пластичної деформації;  $\xi_{II}$  та  $\xi_K$  – накопичена пластична деформація на початку і в кінці циклу навантаження.

В роботі [11] відмічено деякі негативні сторони цього параметру, а саме: не для всіх траєкторій він дає задовільні результати. Там же показано, що для різних циклічних траєкторій може мати місце однакове значення цього коефіцієнта.

Автори роботи [4] на основі аналізу експериментальних даних запропонували визначати ступінь непропорційності циклу як величину, що пропорційна куту між векторами швидкості зміни напружень і швидкості зміни пластичної деформації:

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad (3)$$

де

$$\cos \theta = \frac{d\mathbf{e}^P \cdot d\mathbf{s}}{\|d\mathbf{e}^P\| \cdot \|d\mathbf{s}\|}. \quad (4)$$

Дещо пізніше порівняно складний вираз для визначення коефіцієнта непропорційності циклу запропонували Дунг і Сосі [6]:

$$\Phi = \frac{\oint_{\text{цикл}} F(\|\mathbf{e}^P\|) \cdot \left( 1 - \left[ \left( \frac{\mathbf{e}^P}{\|\mathbf{e}^P\|} \right) \cdot \left( \frac{d\mathbf{e}^P}{\|d\mathbf{e}^P\|} \right) \right]^2 \right)^2 dw^P}{\oint_{\text{цикл}} F(\|\mathbf{e}^P\|) \cdot \left( 1 - \left[ \left( \frac{\mathbf{e}^P}{\|\mathbf{e}^P\|} \right) \cdot \frac{d\mathbf{e}^P}{\|d\mathbf{e}^P\|} \right]^2 \right)^2 dw^P}, \quad (5)$$

де  $F$  – вагова функція;  $\|\mathbf{e}^P\| = (\mathbf{e}^P \cdot \mathbf{e}^P)$ ;  $\|d\mathbf{e}^P\| = (d\mathbf{e}^P \cdot d\mathbf{e}^P)$ ;  $dw^P = (\mathbf{s} \cdot d\mathbf{e}^P)$ .

Ними було також запропоновано рівняння еволюції коефіцієнта непропорційності:

$$\begin{aligned} d\Phi' &= (\Phi - \Phi') \frac{dw^P}{v_n} \quad \text{при } \Phi > \Phi'; \\ d\Phi' &= 0 \quad \text{при } \Phi \leq \Phi', \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\nu_n$  – константа, що визначає швидкість зміни коефіцієнта непропорційності. Рівняння (6) вводиться для відслідковування неперервності значення  $\Phi'$ , оскільки  $\Phi$  визначається при інтегруванні за один цикл і може змінюватися від циклу до циклу. Із використанням даного параметра було отримано задовільні результати прогнозування додаткового зміцнення матеріалу для широкого класу циклічних траєкторій. Однак, наприклад, при обчисленні досить складних замкнених циклічних траєкторій використання даного коефіцієнта може значно ускладнювати інженерні розрахунки. До того ж при обчисленні приросту роботи пластичної деформації  $dw^p$  передбачається використання компонентів вектора напружень, в той час як ці компоненти, по суті, є шуканими величинами, бо додаткове деформаційне зміцнення характеризується максимальним рівнем напружень.

Оскільки під час розгляду малоциклової втоми з контролем по деформаціях форма циклічної траєкторії деформування є наперед заданою, а рівень максимальних напружень (додаткове зміцнення) – шукана величина, зручно мати коефіцієнт непропорційності, який базується лише на деформаційних характеристиках, а в загальному випадку – на геометричних характеристиках циклу. На основі цього положення розроблено ряд нових коефіцієнтів непропорційності [5, 12, 13], які дають задовільні результати порівняно за простого способу визначення.

Запропонований в [5] принципово новий підхід при визначенні коефіцієнта непропорційності полягав у використанні величини площі, яку охоплює циклічна траєкторія, для характеристики форми циклу. Згідно з цим підходом параметр непропорційності визначається як

$$\Phi = S_{\text{cyc}} / S_0; \quad (7)$$

$$\Phi = \oint_{L_{\text{cyc}}} \mathbf{r} \times d\mathbf{r} / \oint_{L_0} \mathbf{r} \times d\mathbf{r}, \quad (7a)$$

де  $S_{\text{cyc}}$  і  $S_0$  – відповідно площі траєкторії циклу, що розглядається, та траєкторії циклу, що відповідає поверхні пам'яті (кругова траєкторія);  $L_{\text{cyc}}$  і  $L_0$  – довжина контурів відповідних траєкторій циклу;  $\mathbf{r}$  і  $d\mathbf{r}$  – радіус-вектор і приріст радіус-вектора траєкторії циклу. Вираз (7a) аналогічний (7), але записаний у векторній формі.

Отримані із застосуванням параметра (7) результати прогнозування додаткового зміцнення були дещо кращі за попередніми, але ще досить далекими до необхідної точності. Тому в роботі [12] в рамках даного підходу запропоновано більш досконалий параметр непропорційності, що враховував відмінність процесів навантаження та розвантаження в циклі, а також, як і попередній, не прив'язувався однозначно до пластичних або повних деформацій. Його загальний запис має наступний вигляд:

$$\Phi = \frac{S_{\text{cyc}}^1 + S_{\text{cyc}}^2}{S_0}, \quad (8)$$

де

$$S_0 = \frac{1}{2} \oint_{L_0} \mathbf{r} \times d\mathbf{r}, \quad S_{cyc}^1 = \frac{1}{2} \oint_{L_{cyc}} \mathbf{r} \times d\mathbf{r}, \quad S_{cyc}^2 = \frac{1}{2} \oint_{L_{cyc}} \mathbf{r} \times n d\mathbf{r} \quad (9)$$

– позначення такі ж, як і для виразу (7а). Вектор  $\mathbf{n}$  – одиничний вектор у напрямку найбільшого попереднього навантаження.

Незалежно від згаданих робіт автором [13] розроблено коефіцієнт непропорційності, що також базується на понятті ефективної площі, яку охоплює траєкторія циклу. Його аналітичний вираз має форму:

$$\Phi = (S'_{cyc} / S_0)^k, \quad (10)$$

де

$$S_0 = \frac{1}{2} \oint_{L_0} \mathbf{r} \times d\mathbf{r}; \quad S'_{cyc} = \frac{1}{2} \oint_{L'_{cyc}} \mathbf{r} \times d\mathbf{r}; \quad (11)$$

$L_0$  і  $L'_{cyc}$  – відповідно довжина контурів кругової траєкторії циклу й еквівалентної випуклої траєкторії циклу, що розглядається. Показник степеня  $k$  для кусково-ломаних траєкторій визначається з виразу

$$k = (1 - S_{cyc} / S_0) \frac{L_{cyc}}{4\Delta r_{\max}}, \quad (12)$$

де  $\Delta r_{\max}$  – максимальний розмах траєкторії циклу. Всі інші величини, що входять в рівняння (12), визначено раніше. Необхідно зазначити, що на відміну від попередніх коефіцієнтів (7) і (8) коефіцієнт (10) враховує не тільки ефективну площу, яку охоплює траєкторія циклу, але й її довжину.

Останнім серед коефіцієнтів непропорційності циклу розглянемо параметр, що розроблювався традиційно в рамках створення критерію малоциклової втоми. Автори роботи [14] пропонують визначати коефіцієнт непропорційності як

$$\Phi = \frac{\pi}{2T\varepsilon_{1\max}} \int_0^T (|\sin \xi(t)| \varepsilon_1(t)) dt, \quad (13)$$

де  $T$  – час, за який радіус-вектор відслідковує траєкторію циклу;  $\varepsilon_1(t)$  – абсолютне значення головної деформації в момент часу  $t$ ;  $\varepsilon_{1\max} = \max\{\varepsilon_1(t)\}$  – максимальне значення цієї деформації за цикл деформування;  $\xi(t)$  – кут між напрямками  $\varepsilon_{1\max}$  та  $\varepsilon_1(t)$ , який виражає зміну кута напрямку головної деформації.






Розглянуті вище коефіцієнти непропорційності з різним ступенем ефективності застосовувалися для прогнозування деформаційного зміцнення. Однак до цього часу залишається актуальною проблема визначення най-

більш ефективного коефіцієнта. Одним із шляхів її розв'язання є проведення порівняльного аналізу застосування зазначених параметрів при прогнозуванні деформаційного зміцнення.

**Експериментальні дані.** Для отримання більш достовірних оцінок будемо використовувати експериментальні дані для одного і того ж матеріалу (сталь 316), але взяті з різних літературних джерел, а також для сталі 304. У роботі [1] наведено дані щодо деформаційного зміцнення нержавіючої сталі 316 при деформуванні трубчастих зразків розтягом–стиском та знакозмінним крученням вздовж п'яти циклічних траєкторій (табл. 1). Контроль здійснювався за пластичними деформаціями. Для даного матеріалу спостерігається значне додаткове деформаційне зміцнення (максимум до 70%) при порівнянні пропорційних і непропорційних траєкторій за одного й того ж значення максимального розмаху пластичних деформацій ( $\Delta\varepsilon^p = 0,4\%$ ). У роботі [2] для цієї ж сталі при подібному способі навантажування отримано аналогічні результати. Зазначимо лише, що ці дані представлено для 13 циклічних траєкторій у просторі повних деформацій за трьох рівнів розмаху деформацій ( $\Delta\varepsilon = 1; 1,06; 1,17\%$ ). Ми будемо аналізувати лише 11 (табл. 2). Скористаємося також даними роботи [15], в якій досліджувалося деформаційне зміцнення і малоциклова втома сталі 316L при деформуванні вздовж п'яти циклічних траєкторій у просторі повних деформацій (табл. 3). Для цих експериментів рівень максимального розмаху деформацій становив  $\Delta\varepsilon = 0,94\%$ . Отримані в [15] експериментальні результати дещо відрізнялися від представлених вище. Для сталі 316L максимальне значення деформаційного зміцнення за непропорційного деформування в порівнянні з пропорційним не перевищує 40%.












Т а б л и ц я 1

Прогнозування деформаційного зміцнення сталі 316 за даними роботи [1]

Форма циклу	$\sigma_{\max}^{\text{експ}}$ , МПа	Формула (1)		Формула (8)		Формула (10)		Формула (13)	
		$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа
	290	0	290	0	290	0	290	0	290
	410	0,624	415	0,640	418	0,6376	417	0,340	358
	440	0,926	475	0,900	470	0,810	458	0,440	378
	465	0,850	460	0,710	432	0,890	467	0,829	456
	490	1,000	490	1,000	490	1,000	490	1,000	490
Квадратичне відхилення $S$		20,7		26,2		11,2		47,0	
Відносна похибка $\delta$ , %		3,4		5,3		2,0		9,6	

Т а б л и ц я 2

Прогнозування деформаційного зміцнення сталі 316 за даними роботи [2]






Форма циклу	$\sigma_{\max}^{\text{експ}}$ , МПа	Формула (1)		Формула (8)		Формула (10)		Формула (13)	
		$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа
	340 350 370	0	340 350 370	0	340 350 370	0	340 350 370	0	340 350 370
	390	0,806	533	0,139	373	0,248	399	0,572	477
	420	0,806	533	0,240	397	0,363	427	0,608	486
	490	0,806	533	0,330	419	0,576	478	0,870	549
	560	0,806	533	0,710	510	0,890	554	0,870	549
	500	0,624	490	0,640	494	0,637	493	0,340	422
	520	0,926	558	0,900	556	0,810	534	0,440	445
	375	0,126	380	0,187	395	0,130	381	0,266	414
	420	0,186	424	0,319	462	0,230	436	0,606	545
	545	0,860	556	0,710	510	0,823	547	0,579	489
	580 590 660	1,000	580 590 660	1,000	580 590 660	1,000	580 590 660	1,000	580 590 660
Квадратичне відхилення $S$		64,5		38,2		13,5		72,6	
Відносна похибка $\delta$ , %		10,1		7,0		2,2		14,7	

Проаналізуємо також експериментальні дані [16] по зміцненню нержавіючої сталі 304 при двовісному деформуванні вздовж 14 циклічних траєкторій із рівнем максимального розмаху еквівалентних деформацій  $\Delta\varepsilon = 0,8\%$ . Розглянемо серед них лише 10 траєкторій, які суттєво відрізняються між собою (табл. 4). Максимальний ступінь додаткового деформаційного зміцнення для цього матеріалу приблизно складає 60%. Сталі 316 і 304 є найбільш придатними для проведення порівняльного аналізу, оскільки вони дуже чутливі до зміни форми траєкторії циклу і характеризуються великими значеннями деформаційного зміцнення. Остання обставина об'єктивно зменшує похибки прогнозування.

**Прогнозування деформаційного зміцнення.** Для порівняльного аналізу скористаємося коефіцієнтами непропорційності (1), (8), (10) і (13).

Т а б л и ц я 3

## Прогнозування деформаційного зміцнення сталі 316L за даними роботи [15]

Форма циклу	$\sigma_{\max}^{\text{експ}}$ , МПа	Формула (1)		Формула (8)		Формула (10)		Формула (13)	
		$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа
	283	0	283	0	283	0	283	0	283
	361	0,624	339	0,625	356	0,500	342	0,706	366
	383	0,926	365	0,664	361	0,802	377	0,783	374
	391	0,850	377	0,710	366	0,890	387	0,870	385
	400	1,000	400	1,000	400	1,000	400	1,000	400
Квадратичне відхилення $S$		18,2		19,5		11,7		7,0	
Відносна похибка $\delta$ , %		4,8		4,5		2,6		1,7	

Максимальний рівень напружень в стані стабілізації визначатимемо з наступного виразу:

$$\sigma(\Phi)_{\max} = [\sigma(1) - \sigma(0)]\Phi + \sigma(0), \quad (14)$$

де  $\Phi$  – коефіцієнт непропорційності циклу;  $\sigma(0)$  і  $\sigma(1)$  – відповідно значення деформаційного зміцнення в стані стабілізації циклічних властивостей матеріалу для пропорційної траєкторії і непропорційної кругової траєкторії за одного й того ж значення розмаху еквівалентних деформацій.

Кількісну оцінку ефективності застосування того чи іншого коефіцієнта непропорційності при прогнозуванні деформаційного зміцнення будемо проводити при порівнянні середньоквадратичних відхилень прогнозованих даних від експериментальних. Середньоквадратичне відхилення визначатимемо як

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_{\max}^{\text{експ}} - \sigma_{\max}^{\text{розн}})^2 / N}. \quad (15)$$

В табл. 1–4 представлено дані прогнозування деформаційного зміцнення. На рисунку ці ж результати наведено у графічній формі. Необхідно зазначити, що експерименти з більшою кількістю траєкторій (табл. 2 і 4) є більш інформативними, оскільки охоплюють ширше коло різноманітних траєкторій. За рахунок більшого розкиду даних значення середньоквадратичних відхилень для них будуть більшими у порівнянні з малими серіями експериментів (табл. 1 і 3). Як бачимо, найкращі кількісні показники мають місце при використанні коефіцієнта непропорційності (10). Коефіцієнт (8) відповідає інженерній точності і може використовуватися в розрахунковій













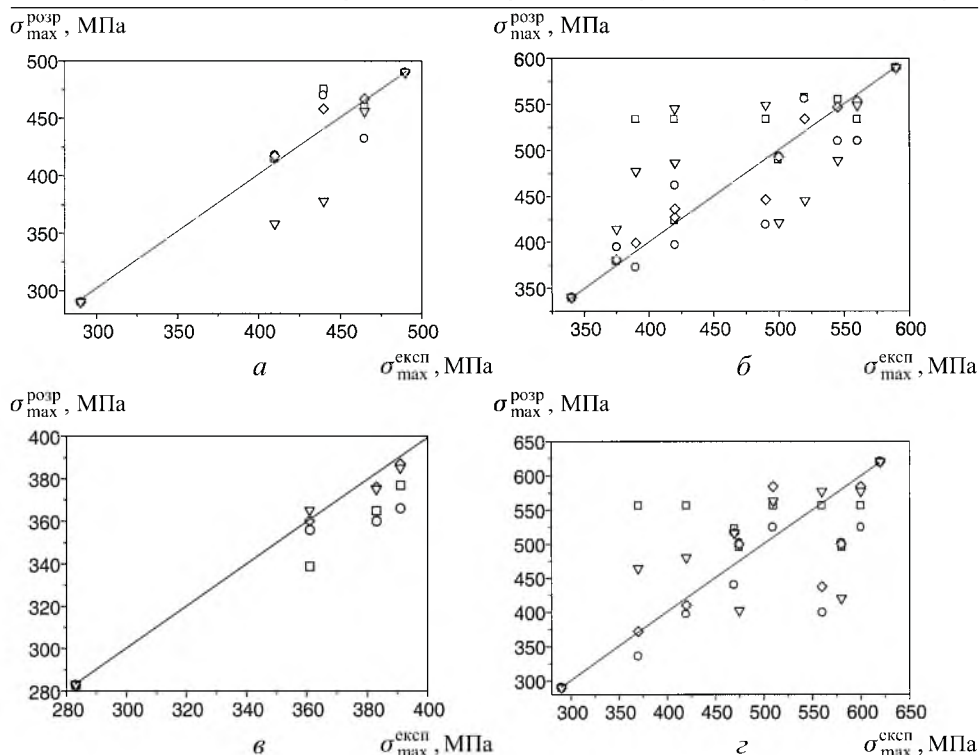
практиці. Стосовно коефіцієнта (13) можна відзначити наступне: хоча він має загальний досить високий ступінь середньоквадратичного відхилення, а отже, поступається іншим, однак лише він дозволяє якісно отримувати окремі результати, що спостерігаються в експерименті. Йдеться про відмінність деформаційного зміцнення для однотипних траєкторій, які по-різному зорієнтовані по відношенню до головних осей. Підтвердженням цього є експериментальні дані для двох квадратних і двох хрестоподібних траєкторій (табл. 4). Вони свідчать про майже 20%-ну різницю у рівнях зміцнення в залежності від орієнтації траєкторії.

Коефіцієнти (1), (8), (10) побудовано таким чином, що вони характеризують лише геометрію траєкторії і не є чутливими до її повороту по відношенню до координатних осей. Таким чином, вони є інваріантними до виду напружено-деформованого стану. У свою чергу, параметр (13) базується на використанні головних деформацій, а вони, як відомо, характеризують вид деформованого стану, а отже, дозволяють врахувати в певній мірі ефект повороту.

Т а б л и ц я 4

Прогнозування деформаційного зміцнення сталі 304 за даними роботи [16]

Форма циклу	$\sigma_{\max}^{\text{експ}}$ , МПа	Формула (1)		Формула (8)		Формула (10)		Формула (13)	
		$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа	$\Phi$	$\sigma_{\max}$ , МПа
	290	0	290	0	290	0	290	0	290
	370	0,806	557	0,139	336	0,248	372	0,529	464
	420	0,806	557	0,240	398	0,363	410	0,576	480
	560	0,806	557	0,330	399	0,576	480	0,870	577
	600	0,806	557	0,710	525	0,890	585	0,870	577
	510	0,806	557	0,710	525	0,890	585	0,829	563
	470	0,624	496	0,640	502	0,637	500	0,340	402
	580	0,624	496	0,640	502	0,637	500	0,393	420
	470	0,701	522	0,455	440	0,683	516	0,686	516
	620	1,000	620	1,000	620	1,000	620	1,000	620
Квадратичне відхилення $S$			81,1		79,6		62,3		84,3
Відносна похибка $\delta$ , %			13,3		11,3		9,2		13,7



Порівняння прогнозованих показників деформаційного зміцнення за чотирма моделями (□, ○, ◇, ▽ – відповідно за формулами (1), (8), (10), (13)) з відомими експериментальними даними (лінії): а – [1]; б – [2]; в – [15]; г – [16].

Результати прогнозування деформаційного зміцнення можуть бути покращені, якщо удосконалити коефіцієнт (10) для тих випадків, коли необхідно враховувати вищезгаданий ефект. Це можна зробити шляхом введення в коефіцієнт (10) параметрів, які б відслідковували орієнтацію траєкторії циклу і корелювали з деформаційним зміцненням.

**Висновки.** Порівняльний аналіз використання чотирьох коефіцієнтів непропорційності циклу для прогнозування деформаційного зміцнення при непропорційному деформуванні показав, що найбільш перспективним коефіцієнтом є параметр, запропонований в роботі [13].

При побудові коефіцієнта непропорційності для врахування специфічних ефектів зміцнення, що пов'язані з орієнтацією траєкторії циклу по відношенню до головних осей, необхідно враховувати не лише геометрію циклу, але й напружений стан, який за цієї геометрії реалізується.

## Резюме

Проанализирована эффективность прогнозирования деформационного упрочнения металлических материалов при малоциклового усталости в условиях непропорционального двухосного деформирования. В качестве определяющего параметра используется коэффициент непропорциональности цикла, характеризующий геометрию цикла деформирования. Проведен срав-

нительный анализ эффективности использования в расчетной практике наиболее известных коэффициентов непропорциональности для определения уровней дополнительного упрочнения материала в состоянии стабилизации его циклических свойств.

1. *Tanaka E., Murakami S., and Ooka M.* Effects of strain path shapes on non-proportional cyclic plasticity // *J. Mech. Phys. Sol.* – 1985. – **33**, No. 6. – P. 559 – 575.
2. *Benallal A. and Marquis D.* An experimental investigation of cyclic hardening of 316 stainless steel under complex multi-axial loadings // *Transaction 9th SMIRT.* – 1987. – **L.** – P. 385 – 393.
3. *McDowell D. L.* Simple experimentally motivated cyclic plasticity model // *J. Engng. Mech.* – 1987. – **113**, No. 3. – P. 387 – 397.
4. *Беналлал А., Марки Д.* Определяющие уравнения упруговязкопластичности для непропорционального циклического нагружения // *Теорет. основы инж. расчетов.* – 1988. – № 3. – С. 68 – 76.
5. *Ellyin F. and Xia Z.* A rate-independing constitutive model for transient non-proportional loading // *J. Mech. Phys. Sol.* – 1989. – **37**, No. 1. – P. 71 – 91.
6. *Дунг С., Соси Д. Ф.* Разработка определяющей модели для описания поведения металлов в условиях непропорционального циклического нагружения // *Совр. машиностроение. Сер. Б.* – 1991. – № 5. – С. 17 – 27.
7. *Borodii M. V., Kucher N. K., and Strizhalo V. A.* Development of a constitutive model for biaxial low-cycle fatigue // *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* – 1996. – **19**, No. 10. – P. 1169 – 1179.
8. *Borodii M. V. and Strizhalo V. A.* Analysis of the experimental data on a low cycle fatigue under nonproportional straining // *Int. J. Fatigue.* – 2000. – **22.** – P. 275 – 282.
9. *Iton T., Nakata T., Sakane M., and Ohnami M.* Nonproportional low cycle fatigue of 6061 aluminium alloy under 14 strain paths // *5th Int. Conf. Biaxial/Multi-axial Fatigue Fracture (Cracow, 8–12 September 1997).* – 1997. – **I.** – P. 173 – 187.
10. *Brown M. W. and Miller K. J.* Cyclic deformation of 1%Cr–Mo–V steel under out-of-phase load // *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* – 1979. – **2.** – P. 217 – 228.
11. *Brocks M. and Olschewski J.* Application of time and internal variable theories to complex load histories // *Arch. Mech.* – 1988. – **40.** – P. 133 – 155.
12. *Trampezynski W. and Mroz Z.* Anisotropic hardening model and its application to cyclic loading // *Int. J. Plasticity.* – 1992. – **8.** – P. 925 – 946.
13. *Бородий М. В.* К вопросу об определении коэффициента непропорциональности цикла // *Пробл. прочности.* – 1995. – № 5-6. – С. 29 – 38.

14. *Jaio F., Osterle W., Portella P. D., and Ziebs J.* Biaxial path dependence of low-cycle fatigue behavior and microstructure of alloy 800H at room temperature // *Mater. Sci. Engng.* – 1995. – **A196**. – P. 19 – 24.
15. *He G. O., Chen Ch. Shu., and Gao Q.* Non-proportional low-cycle fatigue under multi-axial loading for 316L stainless steel // *Fatigue 99. Proc. 7th Int. Fatigue Congress.* – China. – 1999. – **VI**. – P. 917 – 922.
16. *Sakane M., Itoh T., Ohnami M., and Socie D. F.* Dislocation structure and nonproportional hardening of type 304 stainless steel // *5th Int. Conf. Biaxial/Multi-axial Fatigue Fracture (Cracow, 8–12 September 1997).* – 1997. – **I**. – P. 189 – 206.

Поступила 30. 01. 2001