

Рассматривается параллельная реализация метода мултистарта для нахождения решений многоэкстремальных задач на вычислительном кластере в системе MPI. Приведены результаты применения для решения задач выбора непрерывных мощностей из заданного интервала для энергоблоков. Использовался кластер Института кибернетики имени В.М. Глушкова СКИТ-3 для проведения вычислительных экспериментов.

© А.П. Лиховид, 2010

УДК 519.8

А.П. ЛИХОВИД

О РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ¹

Введение. В данной работе рассматривается параллельная реализация метода мултистарта для нахождения решений многоэкстремальных задач на вычислительном кластере. Приведены результаты применения для решения задач выбора непрерывных мощностей из заданного интервала для энергоблоков [1]. Использовался кластер Института кибернетики имени В.М. Глушкова СКИТ-3 (суперкомпьютер для реализации информационных технологий) [2] для проведения вычислительных экспериментов.

Метод мултистарта для нахождения глобального оптимального решения многоэкстремальной задачи можно представить в виде следующей процедуры: с помощью алгоритмов локального поиска находятся оптимальные локальные решения с различных начальных точек, генерируемых случайным или детерминированным образом, и среди полученных решений выбирается наилучшее (минимальное или максимальное). При достаточном большом количестве запусков поиска локальных решений есть вероятность найти глобальное оптимальное решение. Очевидно, что этот метод является существенно трудоемким, но при этом его легко можно распараллелить и реализовать вычисления, например, на кластере.

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке совместного украинско-российского проекта ДФФД-Ф28.1/005 и РФФИ-09-01-90413-Укр_ф_а

Параллельная реализация метода мультистарта. Решение задачи проводится на p процессорах. Сгенерированная случайным образом в "ведущем" (Master) процессоре начальная точка передается на любой другой свободный (Slave) процессор с помощью операции пересылки системы MPI. Там происходит вычисление локального оптимального решения для этой начальной точки с помощью алгоритма выпуклой оптимизации. Затем найденное оптимальное решение передается в "ведущий" процессор, где происходит сравнение полученного оптимального решения с наилучшим из найденных до этого момента значением ("рекордом"). Если текущее решение меньше "рекорда", то оно становится "рекордом". По истечении заданного количества запусков поиска локального решения значение "рекорда" принимается за решение исходной задачи.

Приведенный параллельный метод мультистарта был реализован на языке программирования C++ в программной среде MPI [3]. Для нахождения локальных решений многоэкстремальной задачи использовался r -алгоритм [4]. Проведен ряд численных экспериментов на кластерном комплексе СКИТ-3 Института кибернетики для решения задач загрузки энергоблоков, результаты которых приводятся далее.

Нелинейная модель загрузки энергоблоков. Пусть энергоблок i может работать в режимах мощностей из заданного непрерывного диапазона $[P_i^{low}, P_i^{up}]$, где P_i^{low} – нижняя граница по его мощности, а P_i^{up} – верхняя граница. Пусть функция затрат условного топлива $f_i(x)$ является функцией от аргумента $x \in [P_i^{low}, P_i^{up}]$ и заданы потребности в электроэнергии для каждого периода E_t . Рассмотрим следующую оптимизационную задачу :

$$f_C^* = \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i(x_{i,t}) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^N x_{i,t} = E_t, \quad \forall t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

$$P_i^{low} \leq x_{i,t} \leq P_i^{up}, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad \forall t = 1, \dots, T. \quad (3)$$

Здесь $f_i(x_{i,t})$ – функция затрат условного топлива для i -го энергоблока, которая для тестового примера имеет следующий вид:

$$f_i(x_{i,t}) = a_i(x_{i,t} - \Delta_i)^3 + b_i(x_{i,t} - \Delta_i)^2 + c_i(x_{i,t} - \Delta_i) + d_i,$$

где $a_i, b_i, c_i, d_i, \Delta_i$ – заданные параметры.

Используя метод точных штрафных функций [4] сведем задачу (1)–(3) к задаче безусловной минимизации следующей негладкой функции:

$$F(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T f_i(x_{i,t}) + Q_1 \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^N x_{i,t} - E_t \right| + Q_2 \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \max\{0, x_{i,t} - P_i^{up}, P_i^{low} - x_{i,t}\}. \quad (4)$$

Здесь Q_1 и Q_2 – штрафные множители, соответствующие учету с помощью негладких штрафов ограничений (2) в форме равенств и ограничений (3) в форме неравенств.

Функция (4) является многоэкстремальной. Для нахождения ее глобального оптимального решения использовался вышеописанный параллельный метод мультистарта, в котором для поиска локальных решений был выбран r -алгоритм [4].

Вычислительный эксперимент. Для вышеописанной тестовой задачи проводился вычислительный эксперимент со следующими параметрами: количество энергоблоков равнялось 10, что, например, соответствует количеству энергоблоков для Криворожской ТЭС. Число интервалов в планируемом было равным 24. Значения потребностей в электрической энергии для 24 интервалов выбирались как соответствующие реальным пиковым потребностям в течении суток (рис. 1). Мощности энергоблоков были приняты в интервале 120–280. График функции затрат условного топлива для каждого энергоблока для тестового примера показан на рис. 2.

Количество генерируемых точек для метода мультистарта и, соответственно, запусков поиска локального решения равнялось 25. Эти точки генерировались случайным образом с помощью функции равномерного распределения.

Общее количество процессоров кластера варьировалось от 1 до 26.

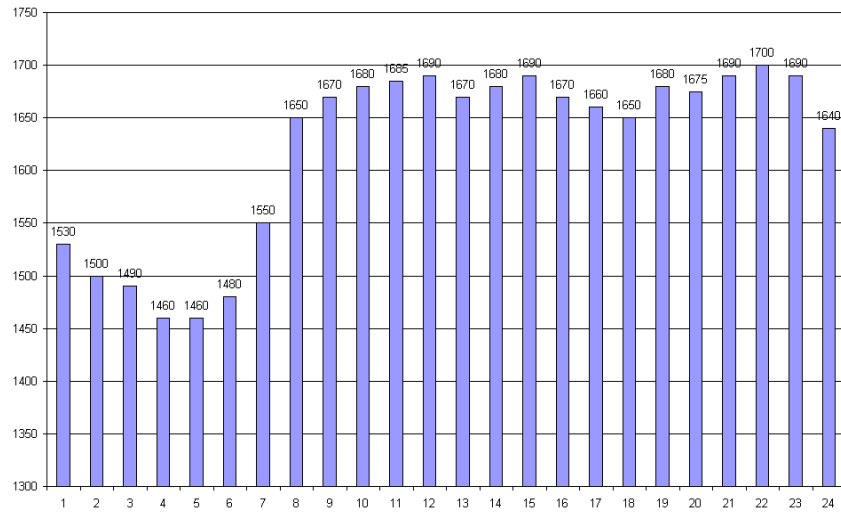


РИС. 1. Потребности в электрической энергии для тестового примера

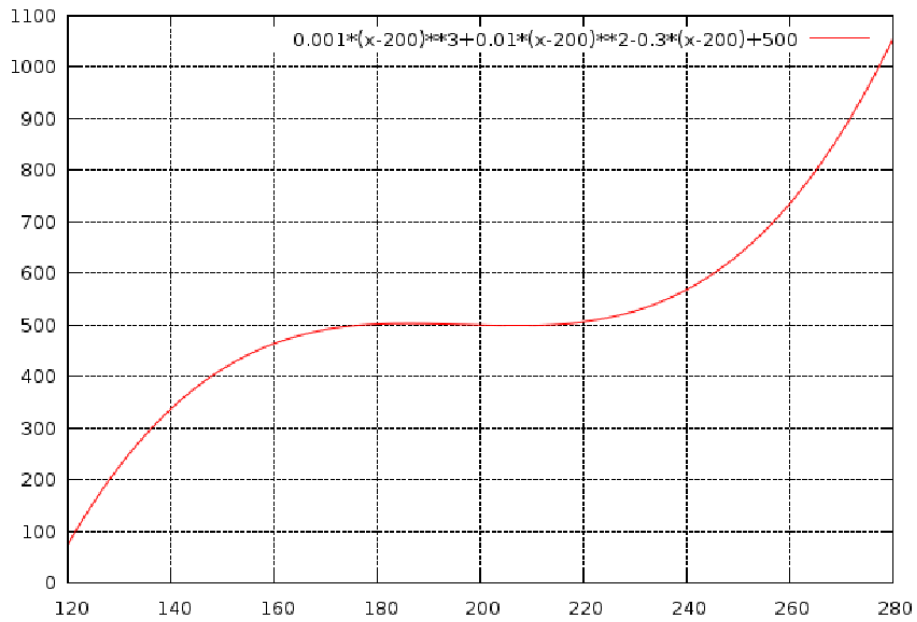


РИС. 2. График функции затрат для тестового примера

При реализации параллельных алгоритмов, проводится исследование уско-

рения и эффективности параллельного алгоритма. Ускорение вычисляется по формуле $S_i = t_0 / t_i, i = 1, \dots, n$, где t_0 – время работы последовательного алгоритма, а t_i – время решения задачи параллельным алгоритмом с использованием i процессоров. Говорят, что достигнуто линейное ускорение, если $t_0 / t_i = i, \forall i = 1, \dots, n$. Второй исследуемой величиной является эффективность параллельного алгоритма, которая вычисляется по формуле $E_i = S_i / i$.

Результаты вычислительных экспериментов для тестовой задачи приведены в таблице. Здесь n – общее число процессоров, t – время решения задачи в секундах, N_slave – число slave-процессоров, S_i – ускорение, E_i – эффективность параллельного алгоритма.

На рис. 3 показаны зависимости времени решения тестового примера от количества использованных процессоров, на рис. 4 – график ускорения в сравнении с «идеальным» линейным ускорением.

В процессе вычислений найдено несколько различных локальных оптимальных решений, среди которых выбрано решение с наименьшим значением функции затрат.

ТАБЛИЦА. Время решения, ускорение и эффективность

n	N_slave	t	S_i	E_i
1	0	68,47	1	1,00
2	1	87,99	0,78	0,39
3	2	35,24	1,94	0,65
4	3	24,54	2,79	0,70
8	7	14,25	4,80	0,60
11	10	10,43	6,56	0,60
16	15	7,26	9,43	0,59
21	20	5,6	12,23	0,58
26	25	3,32	20,62	0,79

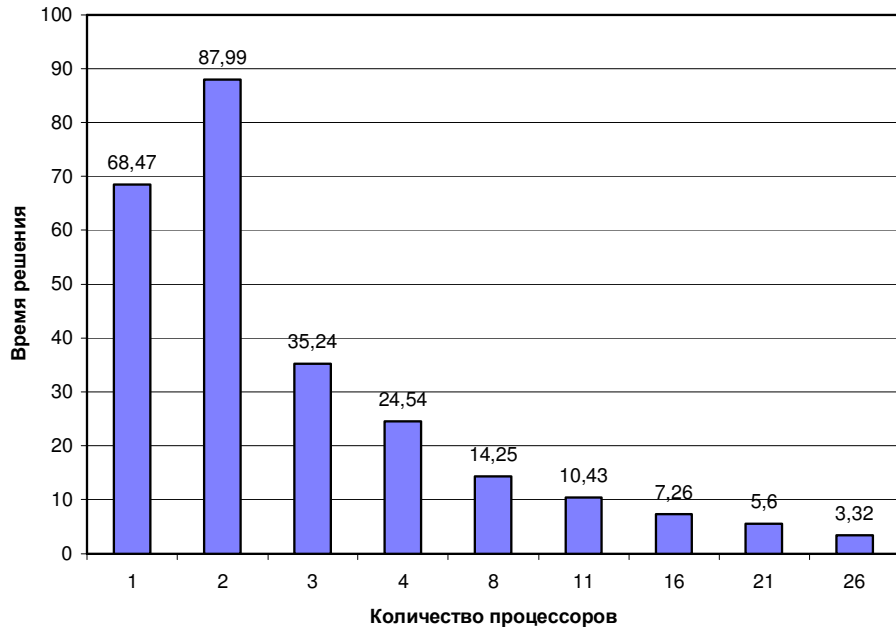


РИС. 3. Зависимость времени решения от количества процессоров

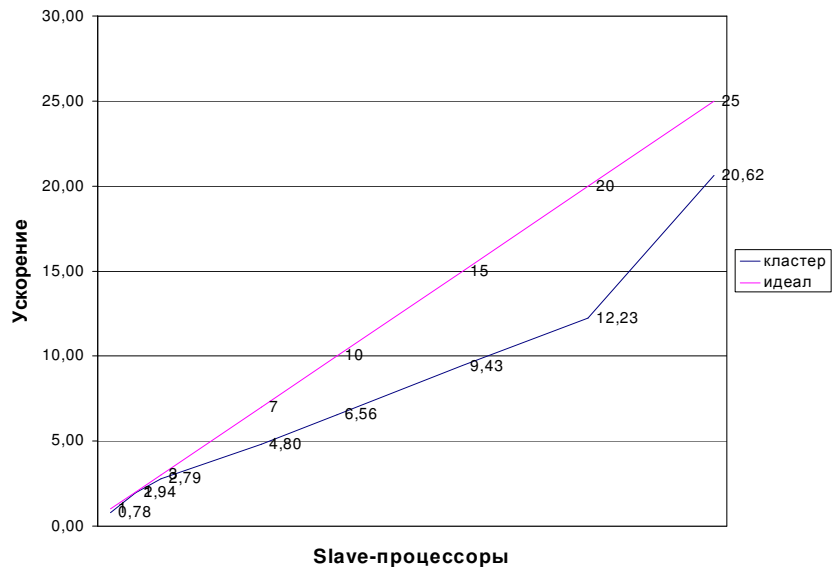


РИС. 4. Ускорение для тестового примера

Из таблицы и рис. 4 видно, что, например, для семи slave-процессоров время решения задачи уменьшается в 4,8 раза, для десяти – в 6,56 раза, двадцати – в 12,23 раза, а для двадцати пяти – в 20,62 раза.

Заключение. Результаты вычислительных экспериментов для задачи загрузки энергоблоков подтверждают возможность применения параллельной реализации метода мультистарта для решения различных практических невыпуклых экстремальных задач на кластере. Данный метод можно усовершенствовать, например, используя значение "рекорда" для принятия решения о прерывании процесса поиска локального оптимума.

О.П. Лиховид

ПРО РЕАЛИЗАЦІЮ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ БАГАТОЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Розглянуто паралельну реалізацію метода мультистарта для знаходження рішень багатоекстремальних задач на обчислювальному кластері в системі MPI. Наведено результати застосування для розв'язування задач вибору неперервних потужностей із заданого інтервалу для енергоблоків. Використовувався кластер Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова СКІТ-3 для проведення обчислювальних експериментів.

О.Р. Lykhovyd

ON IMPLEMENTATION OF PARALLEL ALGORITHM FOR SOLVING MULTIEXTREMAL PROBLEMS

A parallel implementation of multistart method for finding solutions of multiextremal problems on cluster computing complex with MPI system is considered. The results of applications for solving problems of choice of continuous loads from a given interval for power units are presented. For the computational experiments a cluster of the Institute of Cybernetics SCIT-3 was used.

1. *Стецюк П.И., Пилиповский А.В.* Математическая модель оптимальной загрузки мощностей энергосистемы с учетом их маневренности // *Праці IV міжнар. шк.-семінару "Теорія прийняття рішення"*. – Ужгород: УжНУ, 2008. – С. 159.
2. *Кластерный комплекс* Института кибернетики. Кластерный комплекс СКІТ. <https://icybcluster.org.ua/>.
3. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
4. *Шор Н.З.* Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наук. думка, 1979. – 199 с.

Получено 31.03.2010