

Дослідження залежності протяжності крайового ефекту в шаруватому композиті з трансверсально-ізотропним наповнювачем від механічних характеристик

Ю. В. Коханенко^а, В. В. Ясінський^б, І. М. Царипа^б

^а Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна

^б Національний технічний університет України, Київ, Україна

Досліджується залежність величин протяжності крайового ефекту в двокомпонентному композиті регулярної структури від модулів Юнга і коефіцієнтів Пуассона компонент композита. Шари наповнювача та зв'язуючого моделюються відповідно трансверсально-ізотропним та ізотропним лінійно-пружними тілами. Композит перебуває під дією кусково-постійного навантаження, яке прикладено до шару наповнювача. Для отримання наближених розв'язків задач теорії крайового ефекту використано сітковий підхід, що базується на концепції базової схеми. Виконано аналіз результатів.

Вступ. На даний час питання дослідження величини протяжності крайових ефектів (КЕ) у напружених тілах найбільш розглянуто з використанням однорідних (власних) розв'язків [1–4]. При цьому компоненти композита здебільшого моделюються у межах дво- або одновимірного підходів (прикладні моделі) [2, 3]. Для описання деформування композита також застосовуються тривимірні рівняння з використанням континуальної моделі композитного середовища [5]. Однак методи однорідних розв'язків, які застосовують до континуальної та прикладних моделей, не завжди приводять до результатів, що задовольняють потребам інженерної практики. Наприклад, КЕ для композитів, які знаходяться під дією локальних навантажень, тобто навантажень, що діють у межах параметра структури композита, а також композитів, що мають тріщини, порожнини та ділянки різної зміни геометрії або граничних умов, не цілком коректно розглядати з використанням наближених (прикладних або континуальної) теорій. Такі задачі доцільно розв'язувати без спрощень, що вносяться наближеними теоріями. Для методу однорідних розв'язків подібні задачі, а саме задачі у точній тривимірній постановці, є занадто важкими. Для таких випадків КЕ доцільно розглядати в межах кусково-однорідного середовища з використанням рівняння лінійної теорії пружності кусково-однорідних анізотропних середовищ (далі – теорії пружності). Аналітичні розв'язки задач теорії КЕ у межах такої моделі, як правило, не існують. Наближені розв'язки отримують чисельними методами, серед яких на даний момент найбільш ефективними є метод скінченних різниць та метод скінченних елементів.

Постановка задачі. Розглядається задача теорії КЕ для шаруватого двокомпонентного композита регулярної структури, що займає нижній напівпростір $x_2 \leq 0$ і складається з жорстко зв'язаних шарів наповнювача (трансверсально-ізотропний матеріал із площиною ізотропії x_1Ox_3) та зв'язуючого (ізотропний лінійно-пружний матеріал). Шари композита мають прямокутний переріз та розташовані паралельно площині x_2Ox_3 . При цьому всі шари

наповнювача і всі шари зв'язуючого мають відповідно однакові механічні та геометричні характеристики (двокомпонентний композит). Грані шарів композита паралельні основним площинам декартової системи координат. На площині $x_2 = 0$ композит знаходиться під дією розтягуючого навантаження постійної інтенсивності $P = \text{const} > 0$ у напрямку осі Ox_2 , яке прикладено до шару наповнювача (рис. 1). Таке навантаження забезпечує стан плоскої деформації у композиті. Локальний характер збурення поля напружень та необхідність врахування структури матеріалу визначають за доцільне використання для вивчення КЕ у шаруватому композиті моделі кусково-однорідного середовища і рівнянь лінійної теорії пружності. З урахуванням геометрії шаруватого середовища і способу його навантаження задача визначення КЕ зводиться до розв'язання плоскої задачі теорії пружності для розрахункової схеми, яка показана подвійною штриховкою на рис. 1. Розрахункова схема займає область $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}^{(1)} + \bar{\Omega}^{(2)}$, де $\bar{\Omega}^{(k)} = \{l_1^{(k-1)} \leq x_1 \leq l_1^{(k)} \wedge -l_2 \leq x_2 \leq 0\}$; $l_1^{(0)} = 0$; $k = 1$ відповідає матеріалу наповнювача. Величина l_2 вибирається з умови затухання збурень на лінії $x_2 = -l_2$. Після розв'язку задачі теорії пружності визначається величина $d_{ij}^{(k)}$ протяжності КЕ для напруження $\sigma_{ij}^{(k)}$ у k -й компоненті композита [6]. При цьому величина $d_{ij}^{(k)}$ визначається “виходом” на однорідний пружно-деформований стан у кожному шарі.

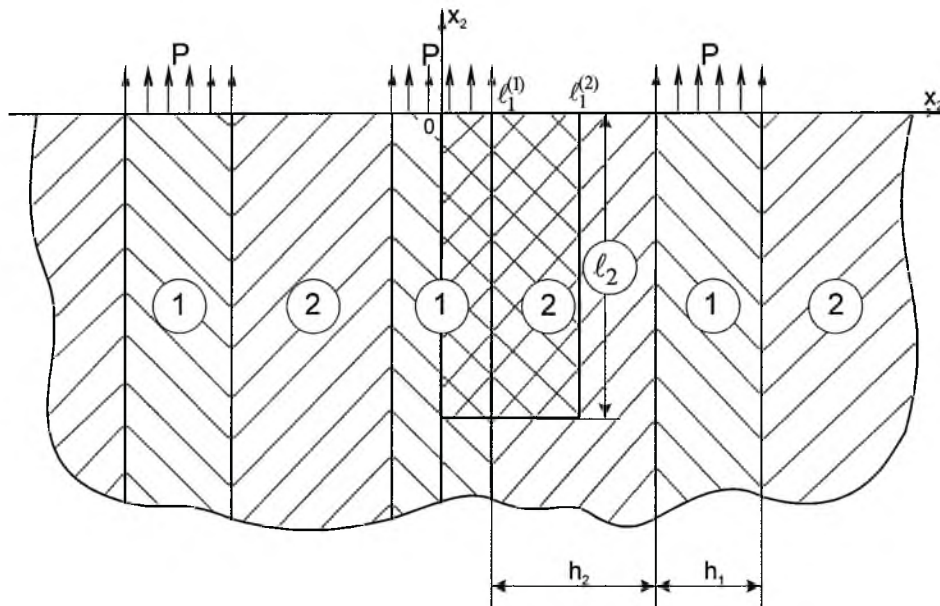


Рис. 1. Схема шаруватого двокомпонентного композита з трансверсально-ізоотропним наповнювачем під дією кусково-постійного навантаження P : 1 – трансверсально-ізоотропний наповнювач; 2 – ізоотропне зв'язуюче.

У даній роботі індекси змінюються від 1 до 2, надалі верхній індекс k , який вказує номер компоненти композита, з метою спрощення викладок буде опущено скрізь, де це не призведе до непорозуміння.

Сформулюємо задачу теорії пружності. В області $\bar{\Omega} = \{0 \leq x_1 \leq l_1^{(2)} \wedge \wedge -l_2 \leq x_2 \leq 0\}$ необхідно визначити векторну функцію пружних переміщень $\vec{u} = (u_1; u_2)$, яка задовольняє в межах компоненти композита рівнянням рівноваги [6, 7]:

$$\begin{aligned} A_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + G_{12} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + (A_{12} + G_{12}) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} &= 0; \\ (A_{21} + G_{12}) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + G_{12} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + A_{22} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

граничним умовам:

$$\begin{aligned} u_1^{(k)} = u_2^{(k)} = 0, \quad 0 \leq x_1 \leq l_1^{(2)} \wedge x_2 = -l_2; \\ u_1^{(k)} = 0, \sigma_{12}^{(k)} = 0, \quad x_1 = 0 \vee x_1 = l_1^{(2)} \wedge -l_2 \leq x_2 \leq 0; \\ \sigma_{21}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{22}^{(1)} = P_2, \quad 0 \leq x_1 \leq l_1^{(1)} \wedge x_2 = 0; \\ \sigma_{21}^{(2)} = 0, \quad \sigma_{22}^{(2)} = 0, \quad l_1^{(1)} \leq x_1 \leq l_1^{(2)} \wedge x_2 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

та умовам ідеального контакту на границі компонент композита:

$$u_i^{(1)} = u_i^{(2)}; \quad \sigma_{ij}^{(1)} = \sigma_{ij}^{(2)}; \quad x_1 = l_1^{(1)} \wedge -l_2 \leq x_2 \leq 0. \quad (3)$$

Закон Гука в межах компоненти має вигляд

$$\sigma_{ii} = A_{i1} \varepsilon_{11} + A_{i2} \varepsilon_{22}; \quad \sigma_{12} = 2G_{12} \varepsilon_{12}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

Модулі пружності A_{ij} виражаються через технічні сталі наступним чином.

Для наповнювача:

$$A_{11} = \frac{E(1 - \nu \nu'')}{(1 + \nu) \Delta'}; \quad A_{22} = \frac{E'(1 - \nu)}{\Delta'}; \quad A_{12} = \frac{E \nu''}{\Delta'} = \frac{E \nu'}{\Delta'}, \quad (5)$$

де $E = E_1 = E_3$; $E' = E_2$; $\nu = \nu_{13} = \nu_{31}$; $\nu' = \nu_{21} = \nu_{23}$; $\nu'' = \nu_{12} = \nu_{32}$;
 $\Delta' = 1 - \nu - \nu \nu''$;

для зв'язуючого:

$$A_{11} = A_{22} = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad A_{12} = \frac{E \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}. \quad (6)$$

Між технічними сталими трансверсально-ізоотропного тіла має місце залежність [3]

$$E_i \nu_{ij} = E_j \nu_{ji}. \quad (7)$$

У співвідношеннях (1)–(7) використано такі позначення: σ_{ij} , ε_{ij} – складові тензорів напружень та деформацій; E_i , G_{12} , ν_{ij} – модулі Юнга, зсуву та коефіцієнти Пуассона (для останнього другий індекс показує напрямок прикладення сили).

Після розв'язку задачі (1)–(7) величина $d_{ij}^{(k)} > 0$ протяжності КЕ для напружень $\sigma_{ij}^{(k)}$ у k -й компоненті композиту в напрямку координати x_2 визначається наступним чином [6]. Величина $d_{ij}^{(k)}$ є відстань між точками $X_1(x_1, 0)$ та $X_2(x_1, Y)$, де $0 \leq x_1 \leq l_1^{(2)}$, $-l_2 < Y < 0$ (рис. 1). Координата Y визначається з умови, що напруження $\sigma_{ij}^{(k)}(x_1, Y)$ задовольняють рівності

$$\sigma_{ij}^{(k)} = \delta_{2j} \tilde{\sigma}_{ij}^{(k)} + \tilde{\sigma}_{22}^{(k)} 0,01\rho, \quad \tilde{\sigma}_{22}^{(k)} = \text{const}^{(k)} > 0, \quad (8)$$

де δ_{2j} – символ Кронекера; ρ – величина відхилення (похибки) напруження $\sigma_{ij}^{(k)}$ від напруження (у порівнянні з напруженням) $\tilde{\sigma}_{ij}^{(k)}$ в процентах; $\tilde{\sigma}_{ij}^{(k)}$ – напруження, які відповідають розв'язку задачі (1)–(7) за відсутності КЕ. Зауважимо, що в (8) напруження

$$\tilde{\sigma}_{22}^{(k)} = \tilde{\sigma}_{22}^{(k)}(x_1, l_2) = \text{const}^{(k)} > 0, \quad 0 \leq x_1 \leq l_1^{(2)} \quad (9)$$

визначається після розв'язку задачі (1)–(7).

Співвідношення (9) має місце при належному значенні l_2 (рис. 1), яке вибирається таким, що на ділянці границі $0 \leq x_1 \leq l_1^{(2)} \wedge x_2 = -l_2$ розрахункової схеми відсутні збурення, зумовлені навантаженням P (рис. 1). У роботі КЕ досліджувалися з похибкою 5%, тобто $\rho = 5$.

Наближений розв'язок задачі (1)–(7) здійснюється з використанням сіткового підходу. Різницева схема отримана на основі базової схеми [6, 7], тобто різницевої схеми, побудованої на шаблоні комірки різницевої сітки. Оператор різницевої задачі зберігає властивості оператора диференціальної задачі (1)–(7) (самоспряженість та додатна визначеність), що дає змогу використовувати для розв'язку сіткових задач сучасні швидкозбіжні методи. Для розв'язку дискретних задач розроблено алгоритм та складено програму для ПК на C++. При цьому сіткові рівняння розв'язувалися методом квадратного кореня [8].

Числові результати. Розглядається композит із наступними характеристиками.

Технічні сталі. Технічні сталі, які задано рівностями, не варіюються, а для механічних характеристик, що варіюються, задано інтервали їх зміни. При цьому модулі Юнга та модулі зсуву нормовані величиною $E^{(2)}$.

Ізотропний матеріал зв'язуючого: $E^{(2)} = 5$ ГПа; $\nu^{(2)} = 0,3$; трансверсально-ізотропний матеріал наповнювача (див. (5)): $E^{(1)} = E^{(2)}$; $E^{(2)} \leq E^{(1)} \leq 50E^{(2)}$; $\nu^{(1)} = 0,25$; $\nu^{(1)} \in [0; 0,5]$; $G^{(1)} = 0,75E^{(2)}$.

Геометричні характеристики. Розглядається композит із 50%-ним вмістом наповнювача: $h_1 = h_2 = h$ (рис. 1). У цьому випадку розміри розрахункової області композита наступні: $l_1^{(1)} = h/2$; $l_1^{(2)} = h$; $l_2 = 28h$. Величина l_2 визначена з обчислювального експерименту за умови, що збурення шуканих факторів, зумовлених навантаженням P , не досягають нижньої границі розрахункової області (рис. 1).

Метою дослідження є визначення залежності величини $d_{ij}^{(k)}$ протяжності КЕ для напруження $\sigma_{ij}^{(k)}$ у напрямку осі Ox_2 від $E = E^{(1)} / E^{(2)}$ та $\nu^{(1)} = \nu$. Величина $\tilde{\sigma}_{ii}^{(k)}$ для (8) визначається з розв'язку різницевої задачі; величину $d_{ij}^{(k)}$ віднесено до ширини наповнювача h , тобто введено безрозмірну величину $\tilde{d}_{ij}^{(k)} = d_{ij}^{(k)} / h$.

Розрахунки $\tilde{d}_{ij}^{(k)}$ проводилися при $E \in [1; 50]$. Наведемо результати розрахунків для значень $E = \{1; 5; 10; 20; 50\}$. При розрахунках для кожного значення E величина ν з інтервалу $\nu \in [0; 0,5]$ змінювалася з кроком 0,05. Приводимо результати розрахунків для наступних ліній x_1 компонент композита: $x_1 = \{0; l_1^{(1)} / 2; 3l_1^{(1)} / 2; l_1^{(2)}\}$.

Лінія $x_1 = 0$ (середня лінія наповнювача): для $E = 1$ величина $\tilde{d}_{22}^{(1)}$ спадає на відрізьку $\nu \in [0; 0,25]$, практично не змінюється на відрізьку $\nu \in [0,25; 0,35]$ та зростає на відрізьку $\nu \in [0,35; 0,49]$. При цьому вказана величина набуває найбільшого та найменшого значень: $\tilde{d}_{22 \max} = \tilde{d}_{22} \Big|_{\nu=0} = \tilde{d}_{22} \Big|_{\nu=0,49} = 1,79$; $\tilde{d}_{22 \min} = \tilde{d}_{22} \Big|_{\nu \in [0,25; 0,35]} = 1,73$.

На відрізьку $E \in (1; 5)$ для $\nu \in (0,35; 0,5)$ зі збільшенням ν сповільнюється ріст правої частини епюри $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$, а для $E \geq 5$ величина $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$ монотонно спадає на всьому інтервалі $\nu \in [0; 0,5]$. При цьому зі збільшенням E зменшується різниця між найбільшим і найменшим значеннями $\tilde{d}_{22}^{(1)}$. Так, для $E = 5$ маємо $\Delta d_{22}^{(1)} = \tilde{d}_{22 \max}^{(1)} - \tilde{d}_{22 \min}^{(1)} = 0,02$, для $E = 10 - \Delta d_{22}^{(1)} = 0,01$ і вже для $E \geq 20 - \Delta d_{22}^{(1)} = 0$.

Наведені результати свідчать, що зі збільшенням відношення модулів Юнга компонент композита зменшується вплив на величину протяжності КЕ зміни коефіцієнта Пуассона, а при $E \geq 20$ зміна коефіцієнта Пуассона взагалі не впливає на величину протяжності $\tilde{d}_{22}^{(1)}$.

Розглянуто питання про залежність величини $\tilde{d}_{22}^{(1)}$ від E . При $E = \{1; 5; 10; 20; 50\}$ отримано наступні значення для $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$: $\tilde{d}_{22}^{(1)}(0) = \{1,79; 2,14; 2,32; 2,82; 3,5\}$, $\tilde{d}_{22}^{(1)}(0,25) = \{1,73; 2,12; 2,31; 2,82; 3,5\}$, $\tilde{d}_{22}^{(1)}(0,49) = \{1,79; 2,12; 2,31; 2,82; 3,5\}$. Видно, що зі збільшенням E зростає величина протяжності КЕ на

лінії $x_1 = 0$ у шарі наповнювача. Дослідження залежності $\tilde{d}_{22}(E)$ для шаруватих композитів з ізотропними наповнювачами показало [9], що зі збільшенням відношення модулів Юнга компонент композита вона зменшується. Тобто для композитних матеріалів із трансверсально-ізотропними шарами отримано якісно новий результат: на відміну від шаруватих композитів з ізотропними наповнювачами в композитних матеріалах, що мають трансверсально-ізотропні шари наповнювача, зі збільшенням відношення модулів Юнга компонент композита на інтервалі $E \in [1; 50]$ величина протяжності КЕ зростає.

Лінія $x_1 = l_1^{(1)} / 2$ (наповнювач): графіки залежності величини $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$ протяжності КЕ при $E \in [1; 50]$ на лінії $x_1 = l_1^{(2)}$ ілюструє рис. 2. Як видно, графіки залежності спадають і вже при $E = 50$ $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu) = \text{const}$. При цьому встановлено що при наближенні до лінії контакту компонент композита величина \tilde{d}_{22} протяжності КЕ у шарі наповнювача зменшується. Окрім того, при наближенні до лінії контакту компонент композита для $E = 1$ змінюється характер залежності \tilde{d}_{22} від коефіцієнта Пуассона ν . На відміну від величини \tilde{d}_{22} на лінії $x_1 = 0$ графік залежності $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$ монотонно спадає. При цьому $\tilde{d}_{22 \max} = 1,4$, $\tilde{d}_{22 \min} = 1,35$. Тобто виявлено, що зміна лінії x_1 , на якій проводилися дослідження, впливає не тільки на кількісне значення \tilde{d}_{22} , але й на характер залежності $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$ при $E = 1$. Зі збільшенням E зменшується різниця між найбільшим та найменшим значеннями $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$.

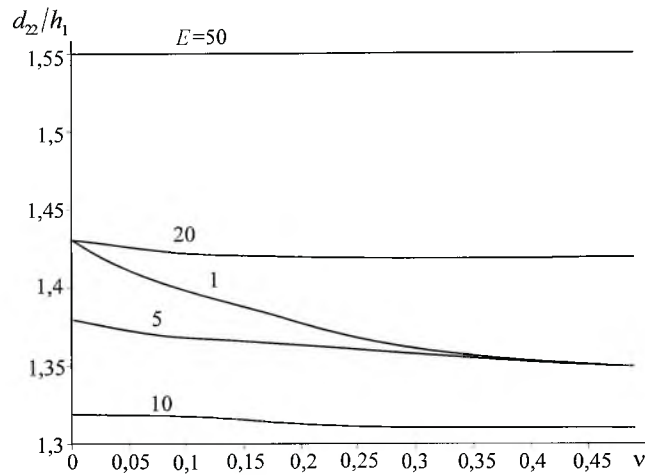


Рис. 2. Залежність величини протяжності d_{22} / h_1 від коефіцієнта Пуассона ν в наповнювачі на лінії $x_1 = l_1^{(1)} / 2$ при різних значеннях E .

Отримано, що при $E \in [1; 5]$ графік залежності $\tilde{d}_{22}^{(1)}(\nu)$ монотонно спадає на всьому інтервалі $\nu \in [0; 0,5)$. При $E \in [10; 20]$ графік вказаної залежності монотонно спадає до певного значення ν , після якого зростання коефіцієнта Пуассона не призводить до зміни величини протяжності КЕ.

Так, для $E = 10$ – це становить $\nu = 0,25$, для $E = 20$ – $\nu = 0,15$. При наближенні до лінії контакту компонент композита в шарі наповнювача збільшується E , для якої зміна коефіцієнта Пуассона не впливає на величину протяжності КЕ, та змінюється характер залежності величини \tilde{d}_{22} від зміни E . Так, при зростанні E на відрізку $E \in [1; 10]$ величина $\tilde{d}_{22}(E)$ протяжності КЕ зменшується, при подальшому зростанні E від 10 до 50 вона збільшується. Такий характер залежності $\tilde{d}_{22}(E)$ для шаруватих композитів із трансверсально-ізотропними шарами наповнювача якісно відрізняється від композитів з ізотропними шарами наповнювача, для яких графік залежності $\tilde{d}_{22}(E)$ монотонно спадає при зростанні величини E [9].

На рис. 3 показана залежність величини $\tilde{d}_{22}^{(2)}(\nu)$ для ізотропної матриці на лініях $x_1 = 3l_1^{(1)}/2$ і $x_1 = l_1^{(2)}$. Видно, що величина $\tilde{d}_{22}^{(2)}(\nu)$ монотонно спадає при $E \in [1; 5]$ і вже при $E = 10$ зміна коефіцієнта Пуассона не впливає на величину протяжності КЕ. Виявлено також, що зі збільшенням E величина протяжності КЕ у шарі зв'язуючого зменшується. Причому вже при $E = 20$ крайові ефекти відсутні. Із наближенням до лінії контакту компонент композита величина протяжності КЕ збільшується.

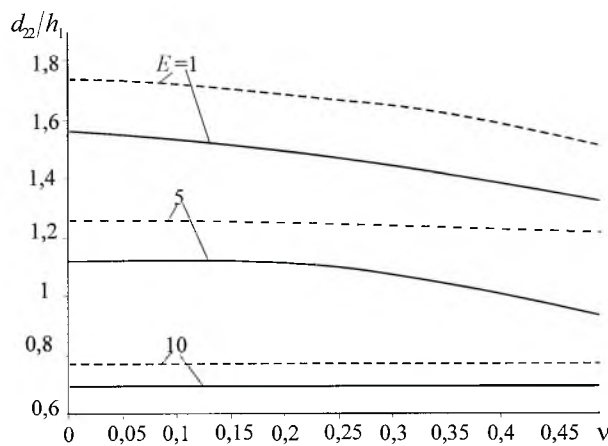


Рис. 3. Залежність величини протяжності d_{22}/h_1 від коефіцієнта Пуассона ν в зв'язуючому на лініях $x_1 = 3l_1^{(1)}/2$ (суцільні лінії) і $x_1 = l_1^{(2)}$ (штрихові лінії) при різних значеннях E .

Залежність $\tilde{d}_{11}^{(1)}(\nu)$ на лініях $x_1 = 0$ і $x_1 = l_1^{(1)}/2$ ілюструє рис. 4. Як видно, величини $\tilde{d}_{11}^{(1)}(\nu)$ монотонно зростають при $E \in [1; 5]$ і вже при $E = 10$ зміна коефіцієнта Пуассона не впливає на величину протяжності КЕ.

На рис. 5 подано залежність $\tilde{d}_{11}^{(2)}(\nu)$ на лініях $x_1 = 3l_1^{(1)}/2$ і $x_1 = l_1^{(2)}$. Встановлено, що величини $\tilde{d}_{11}^{(2)}(\nu)$ монотонно зростають на інтервалі $E \in [1; 5]$. Причому для проміжку $\nu \in [0; 0,4]$ величина $\tilde{d}_{11}(E)$ більша при $E = 1$, на проміжку $\nu \in [0,4; 0,5]$ – при $E = 5$. Також виявлено, що при $E = 10$ зміна коефіцієнта Пуассона не впливає на величину $\tilde{d}_{11}^{(2)}(\nu)$ протяжності КЕ.

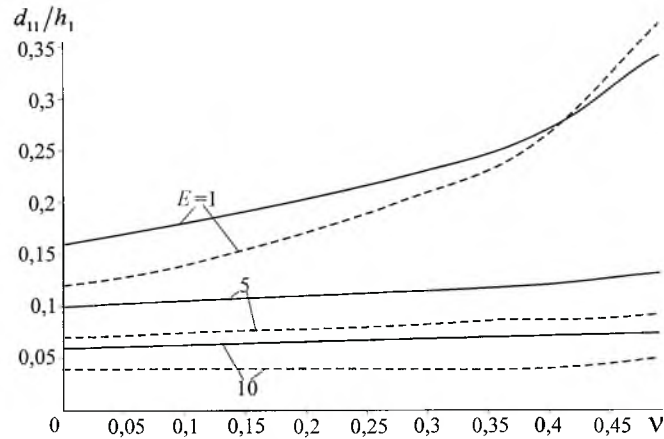


Рис. 4. Залежність величини протяжності d_{11}/h_1 від коефіцієнта Пуассона ν в наповнювачі на лініях $x_1 = 0$ (суцільні лінії) і $x_1 = l_1^{(1)}/2$ (штрихові лінії) при різних значеннях E .

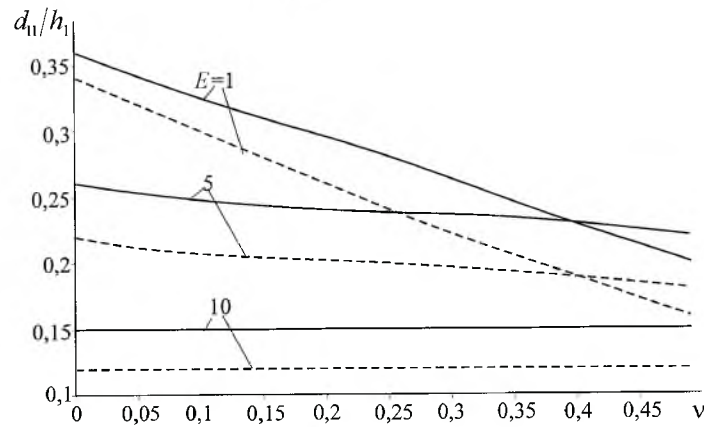


Рис. 5. Залежність величини протяжності d_{11}/h_1 від коефіцієнта Пуассона ν в матриці на лініях $x_1 = 3l_1^{(1)}/2$ (штрихові лінії) і $x_1 = l_1^{(2)}$ (суцільні лінії) при різних значеннях E .

Порівняння графіків залежності $\tilde{d}_{11}^{(1)}(\nu)$ в шарі наповнювача (рис. 4) і $\tilde{d}_{11}^{(2)}(\nu)$ в шарі зв'язуючого (рис. 5) показує, що вони мають різний характер: для трансверсально-ізотропного шару наповнювача, який знаходиться під розтягуючою дією сили постійної інтенсивності, зі збільшенням значення ν величина протяжності $\tilde{d}_{11}^{(1)}$ зростає, а для ізотропного шару зв'язуючого величина $\tilde{d}_{11}^{(2)}$ спадає. При наближенні до лінії контакту компонент композита величина протяжності КЕ зменшується (крім випадку в шарі наповнювача при $E = 1$ в інтервалі $\nu \in [0,4; 0,5)$).

Із рис. 2–5 видно, що зміна коефіцієнта Пуассона найбільше впливає на протяжність КЕ при $E = 1$. При подальшому зростанні відношення модулів Юнга компонент композита залежність $\tilde{d}_{ii}(\nu)$ прямує до константи. Так, у шарі зв'язуючого зміна ν не впливає на \tilde{d}_{ii} вже при $E = 10$, а в шарі наповнювача – при $E = 50$.

Т а б л и ц я 1

Залежність d_{12}/h від ν при $E = 1$ і 5

ν	E	
	1	5
0	1,31	0,89
0,05	1,30	0,89
0,10	1,29	0,89
0,15	1,28	0,89
0,20	1,27	0,89
0,25	1,26	0,89
0,30	1,25	0,89
0,35	1,24	0,89
0,40	1,23	0,89
0,49	1,21	0,89

Т а б л и ц я 2

Значення $\Delta d_{ii}^{(k)}$ на лініях $0 \leq x_1 \leq l_1^{(2)}$

$\Delta d_{ii}^{(k)}$	x_1			
	0	$l_1^{(1)}/2$	$3l_1^{(1)}/2$	$l_1^{(2)}$
$\Delta d_{11}^{(k)}$	$0,18h$	$0,25h$	$0,18h$	$0,16h$
$\Delta d_{22}^{(k)}$	$0,06h$	$0,08h$	$0,24h$	$0,23h$

В табл. 1 наведено числові значення залежності $\tilde{d}_{12}^{(1)}(\nu) = \tilde{d}_{12}^{(2)}(\nu) = \tilde{d}_{12}(\nu)$ для деяких величин E із інтервалу $E \in [1; 50]$ на лінії $x_1 = l_1^{(1)}$ контакту компонент композита. Видно, що зі збільшенням ν у випадку $E = 1$ величина протяжності \tilde{d}_{12} спадає, та вже при $E = 5$ величина $\tilde{d}_{12}(\nu) = \text{const}$. Окрім того, отримано, що як і для шаруватих композитів з ізотропними шарами наповнювача [10], величина \tilde{d}_{12} для композитів із трансверсально-ізотропними шарами наповнювача зі збільшенням E спадає. Наявність анізотропії в шарі наповнювача впливає лише на числові значення \tilde{d}_{12} і швидкість спадання графіка залежності $\tilde{d}_{12}(E)$: для композитів із трансверсально-ізотропними шарами наповнювача величина \tilde{d}_{12} менша, ніж для композитів тільки з ізотропними шарами, а швидкість спадання графіка $\tilde{d}_{12}(E)$ – вища.

В табл. 2 представлено значення $\Delta d_{ii}^{(k)} = \tilde{d}_{ii \max}^{(k)} - \tilde{d}_{ii \min}^{(k)}$ для розглянутого інтервалу ν і $E = 1$. Видно, що величина $\Delta d_{ii}^{(k)}$ зростає при наближенні лінії, на якій досліджується $\tilde{d}_{ii}^{(k)}$, до лінії контакту шарів, тобто при $|x_1| \rightarrow l_1^{(1)}$. При цьому величина $\Delta d_{11}^{(1)} > \Delta d_{11}^{(2)}$. Для $\Delta d_{22}^{(k)}$ залежність від шару, для якого проводяться розрахунки, якісно інша, тобто $\Delta d_{22}^{(2)} > \Delta d_{22}^{(1)}$.

Висновки. Розглянуто плоску задачу дослідження КЕ у напрямку осі Ox_2 у шаруватому двокомпонентному композиті регулярної структури під дією кусково-постійного навантаження для значень модулів Юнга і коефіцієнта Пуассона, які змінюються в інтервалах: $E = E^{(1)} / E^{(2)} \in [1; 50]$, $\nu = \nu^{(1)} \in [0; 0,5)$. Наближені розв'язки задач теорії КЕ здійснено з використанням сіткового підходу. Отримано наступні результати:

функція $d_{22}^{(1)}(\nu)$ протяжності КЕ трансверсально-ізотропного наповнювача при $E \in (1; 50)$ спадає. При подальшому збільшенні співвідношення E зміна коефіцієнта Пуассона не впливає на протяжність КЕ;

величина $d_{11}^{(1)}(\nu)$ протяжності КЕ зростає зі збільшенням величин ν та E з інтервалу $E \in [1; 10)$. При $E \rightarrow 10$ величина $d_{11}^{(1)}(\nu) \rightarrow \text{const}$;

величина $d_{ii}^{(2)}$ ізотропного зв'язуючого спадає зі зростанням ν для $E < 10$. При $E \rightarrow 10$ величина $d_{ii}^{(2)}(\nu) \rightarrow \text{const}$;

величина d_{12} на лінії контакту шарів композита спадає зі зростанням ν та $E < 5$. При $E \rightarrow 5$ величина $d_{12}(\nu) \rightarrow \text{const}$.

Таким чином, наявність слабкої анізотропії в шарі наповнювача збільшує величину співвідношення E в наповнювачі по відношенню до шару зв'язуючого, при якій залежність величини протяжності КЕ $d_{22}^{(k)}(\nu) \rightarrow \text{const}$.

Різний характер залежності $d_{ii}^{(k)}$ від коефіцієнтів Пуассона та модулів Юнга в шарах наповнювача і зв'язуючого може бути зумовлений наявністю слабкої анізотропії в шарі наповнювача, а різниця в числових даних одного шару на різних лініях – характером навантаження.

Резюме

Исследуется зависимость величины протяженности краевого эффекта в двухкомпонентном композите регулярной структуры с трансверсально-изотропными слоями наполнителя и изотропными слоями связующего под действием кусочно-постоянной нагрузки, которая приложена к слою наполнителя, от механических характеристик модуля Юнга и коэффициента Пуассона. Для получения приближенных решений задач теории краевых эффектов использован сеточный подход, базирующийся на концепции базовых схем. Полученные результаты анализируются.

1. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
3. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин (прочность, устойчивость и колебания). – М.: Наука, 1967. – 268 с.
4. Лурье А. И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.

5. *Тарнопольский Ю. М., Розе А. В.* Особенности расчета деталей из армированных пластиков. – Рига: Зинатне, 1969. – 274 с.
6. *Статика материалов / Под ред. В. Т. Головача.* – Киев: Наук. думка, 1993. – 455 с.
7. *Kokhanenko Yu. V.* Finite-element solution of plane problems of the linear elasticity theory of composites // *Int. Appl. Mech.* – 1998. – **34**, No. 10. – P. 987 – 997.
8. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 598 с.
9. *Быстров В. М.* Определение краевых эффектов в композиционных материалах: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Киев, 1988.
10. *Гузь А. Н., Коханенко Ю. В., Быстров В. М.* Численное исследование краевого эффекта в слоистых композитах // *Механика композитных материалов.* – 1986. – № 2. – С. 216 – 220.

Поступила 18. 05. 2000