УДК 519.8

П.И. СТЕЦЮК, А.П. ЛИХОВИД, А.В. ПИЛИПОВСКИЙ

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ВЫБОРА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ

Рассмотрено семейство математических моделей для нахождения оптимальной (по суммарным затратам условного топлива) загрузки энергоблоков в энергосистеме на плановый период. В моделях учитываются ограничения на экологические факторы энергосистемы и возможность маневрирования режимами загрузки энергоблоков. Математические модели сформулированы в форме задач линейного и нелинейного программирования.

Введение. В работе [1] рассмотрено семейство математических моделей для определения электрических нагрузок параллельно работающих энергоблоков в энергосистеме с возможностью управления загрузкой (маневренностью) каждого из энергоблоков. Маневренность энергоблока моделируется неравенством, которое позволяет ограничить суммарное изменение его нагрузок для интервалов планового периода. Математические модели представлены специальными задачами нелинейного программирования.

Цель данной работы – расширение возможностей указанных математических моделей для управления электрическими нагрузками параллельно работающих энергоблоков в энергосистеме. Первая возможность связана с добавлением ограничений, которые характеризуют экологические факторы при функционировании энергосистемы. Вторая – с расширением маневренности режимами загрузки энергоблоков за счет управления изменениями электрических нагрузок энергоблоков в соседние интервалы планового периода. Вначале построим математические модели линейного программирования на примере линейных функций затрат условного топлива и линейных "экологических" ограничений. Затем адаптируем эти математические модели к нелинейным сепарабельным функциям затрат условного топлива и к нелинейным экологическим ограничениям, добавив в задачу нелинейного программирования ряд возможностей для управления процессом выбора нагрузок в энергосистеме.

Простейшая задача с "экологическими" ограничениями. Пусть энергосистема состоит из N параллельно работающих энергоблоков. Для каждого энергоблока i ($i = 1,\ldots,N$) заданы P_i^{low} и P_i^{up} – нижняя и верхняя границы его электрической нагрузки[1], c_i – затраты условного топлива на выработку единицы электрической нагрузки, a_{ik} – уровень загрязнения окружающей среды k-м фактором на выработку единицы электрической нагрузки, $k = 1,\ldots,K$. Пусть T – длительность планового периода в часах. Для каждого интервала t ($t = 1,\ldots,T$) задана плановая электрическая нагрузка энергосистемы E_t (в тех же единицах, что и электрические нагрузки энергоблоков). Требования на "экологичность" энергосистемы заданы параметрами A_k, $k = 1,\ldots,K$, которые характеризует максимально допустимый уровень загрязнения окружающей среды энергосистемой за плановый период.

Пусть $x_{i,t}$ – неизвестная электрическая нагрузка i-го энергоблока в интервале t планируемого периода. Тогда математическая модель задачи нахождения "экологически" оптимальной (по суммарным затратам условного топлива) загрузки энергоблоков на плановый период может быть сформулирована в виде следующей задачи оптимизации:

$$f^* = \min \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} c_i x_{i,t} \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} a_{ik} x_{i,t} \le A_k, \quad k = 1,\ldots,K, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,t} = E_t, \quad t = 1,\ldots,T, \tag{3}$$

$$P_i^{low} \le x_{i,t} \le P_i^{up}, \quad i = 1,\ldots,N, t = 1,\ldots,T. \tag{4}$$

Задача (1)–(4) имеет простой содержательный смысл. Минимизируемая функция (1) задает суммарные (за весь плановый период) затраты условного топлива на выработку электроэнергии, поставляемой в энергосистему всеми энергоблоками. Ограничения (2) означают выполнение требований на "экологичность" энергосистемы. Ограничения (3) гарантируют обязательное выполнение плана по электрической энергии в каждый из интервалов планируемого периода (запасать электрическую энергию нельзя). Ограничения

[1]Здесь под электрической нагрузкой понимается количество электрической энергии, которое энергоблок может поставлять в энергосистему. Реальная мощность энергоблока включает еще электрическую энергию, затрачиваемую на собственные нужды энергоблока, покрывающую потери в сети, и др.

(4) означают, что для каждого i-го энергоблока и каждого интервала t его электрическая нагрузка $x_{i,t}$ выбирается из непрерывного диапазона $[P_i^{low}, P_i^{up}]$ его электрических нагрузок (другими словами энергоблок i выключать нельзя и он обязательно должен работать).

Задача (1)–(4) является задачей линейного программирования с блочной структурой матрицы ограничений. Здесь "экологические" ограничения (2) связывают переменные задачи по независимым блокам, каждый из которых связан со своим интервалом t из планового периода. Эта структурная особенность задачи может быть использована при разработке эффективных алгоритмов ее решения на основе декомпозиции по связывающим ограничениям и использовании методов минимизации негладких выпуклых функций [2]. Учитывая простоту решения каждой независимой подзадачи линейного программирования для отдельного интервала t, сложность таких алгоритмов главным образом определяется количеством связывающих ограничений (количеством экологических факторов). Эти алгоритмы могут быть рассчитаны на эффективное решение задачи (1)–(4) при очень большом количестве интервалов планового периода.

Задача с учетом маневренности. Пусть неотрицательный параметр Δ_t задает максимальную величину допуска на управление такой характеристикой как суммарное изменение нагрузок всех энергоблоков при переходе из интервала t в интервал $(t+1)$. Заметим, что минимальным значением этой характеристики является $|E_{t+1} - E_t|$ и оно будет реализовываться при $\Delta_t = 0$. Добавим к задаче (1)–(4) следующее семейство выпуклых неравенств:

$$\sum_{i=1}^{N} | x_{i,t+1} - x_{i,t} | \le | E_{t+1} - E_t | + \Delta_t, \quad t = 1, \ldots, T-1. \tag{5}$$

Рассмотрим неравенства аналогичного типа для энергоблоков [1]. Пусть с каждым энергоблоком связан свой параметр Δ_i, который для i-го энергоблока ограничивает суммарные переходы из режима в режим за весь плановый период T. Добавим к задаче (1)–(5) следующее семейство выпуклых неравенств:

$$\sum_{t=1}^{T} | x_{i,t+1} - x_{i,t} | \le \Delta_i, \quad i = 1, \ldots, N. \tag{6}$$

В задаче (1)–(6) с помощью параметров $\Delta_t, t = \overline{1, T-1}$ и $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ можно обеспечить выбор электрических нагрузок энергоблоков, ориентированный либо на минимизацию изменений нагрузок энергоблоков между соседними интервалами, либо на минимизацию переходов по нагрузкам для отдельных энергоблоков за весь плановый период. Семейство неравенств (5) позволяет ограничивать количество нестандартных переходов для всех соседних интервалов планового периода. Так, например, одним из наилучших решений будет такое оптимальное решение, для которого f^* не изменяется по отношению к задаче (1)–(4), но оно достигается при минимальной сумме всех значений параметра Δ_t. Семейство ограничений (6) позволяет обеспечить сглаженными графики электрических нагрузок за плановый период для того семейства энергоблоков, для которого параметр Δ_i есть сравнительно небольшим.

Задача (1)–(6) является задачей выпуклого программирования, она содержит негладкие выпуклые ограничения (5) и (6). Однако ее можно свести к задаче линейного программирования (ЛП-задаче), введя новые неотрицательные переменные $y_{i,t} = | x_{i,t+1} - x_{i,t} |$. При этом по отношению к ЛП-задаче (1)–(4) количество переменных в ЛП-задаче для маневренности увеличится почти в два раза и каждому $y_{i,t}$ будет соответствовать два линейных неравенства: $x_{i,t+1} - x_{i,t} \le y_{i,t}$ и $-y_{i,t} \le x_{i,t+1} - x_{i,t}$.

Нелинейная модель с учетом маневренности. Пусть с выработкой x единиц электрической нагрузки для i-го энергоблока связана нелинейная функция затрат условного топлива $f_i(x)$ и нелинейные функции $a_{ik}(x)$ описывают влияние в энергосистеме каждого из экологических факторов $k = \overline{1, K}$.

В нелинейную модель включим ряд возможностей для управления режимами загрузки энергоблоков. Для этого введем дополнительные переменные: неотрицательная переменная f_x будет характеризовать суммарные затраты условного топлива в энергосистеме; неотрицательные переменные $y_t, t = \overline{1, T-1}$, будут связаны с величиной допуска на управление суммарным изменением нагрузок всех энергоблоков при переходе из интервала t в интервал $(t+1)$; неотрицательные переменные $z_i, i = \overline{1, N}$, будут связаны с суммарным изменением нагрузок по интервалам планового периода для каждого энергоблока. Управляющими параметрами для этих переменных сделаем верхние границы на их значения: f_{up} ограничивает сверху переменную f_x, Δ_t – переменную y_t, а Δ_i – переменную z_t.

Семейство ограничений (4) дополним нижними ($x_{i,t}^{low}$) и верхними ($x_{i,t}^{up}$) границами на электрические нагрузки для каждого i-го энергоблока и каждого t-го интервала планового периода. Управление ими позволяет локализовать тот или иной вариант решения и промоделировать как фиксированные стартовые нагрузки для первого интервала (могут определяться предисторией) $x_{i,1} = \bar{x}_{i,1}, i = \overline{1, N}$, так и выход энергосистемы на заданные нагрузки энергоблоков в конце планируемого периода – $x_{i,T} = \bar{x}_{i,T}, i = \overline{1, N}$.

Нелинейную модель с учетом маневренности представим в виде следующей задачи математического программирования:

$$f^*(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z) = \min \lambda_x f_x + \lambda_y \sum_{t \in T_\Delta} y_t + \lambda_z \sum_{i \in I_\Delta} z_i \tag{7}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} f_i(x_{i,t}) \le f_x, \quad 0 \le f_x \le f_{up}, \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} a_{ik}(x_{i,t}) \le A_k, \quad k = 1, \ldots, K, \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,t} = E_t, \quad t = 1, \ldots, T, \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{N} | x_{i,t+1} - x_{i,t} | \le | E_{t+1} - E_t | + y_t, \quad t = 1, \ldots, T-1, \tag{11}$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} | x_{i,t+1} - x_{i,t} | \le z_i, \quad i = 1, \ldots, N, \tag{12}$$

$$P_i^{low} \le x_{i,t}^{low} \le x_{i,t} \le x_{i,t}^{up} \le P_i^{up}, \quad i = 1, \ldots, N, t = 1, \ldots, T, \tag{13}$$

$$0 \le y_t \le \Delta_t, t = 1, \ldots, T-1, \quad 0 \le z_i \le \Delta_i, i = 1, \ldots, N. \tag{14}$$

Здесь параметры λ_x, λ_y и λ_z позволяют формировать различного рода целевые функции, которые могут быть линейными комбинациями суммарных затрат условного топлива и критериев для управления изменением электрических нагрузок по интервалам и энергоблокам. При $\lambda_x = 1$, $\lambda_y = 0$ и $\lambda_z = 0$ целевая функция соответствует суммарным затратам условного топлива; при $\lambda_x = 0$, $\lambda_y = 1$ и $\lambda_z = 0$ – суммарным изменениям электрических нагрузок по всем соседним интервалам из множества T_Δ; при $\lambda_x = 0$, $\lambda_y = 0$ и $\lambda_z = 1$ – суммарным изменениям электрических нагрузок за плановый период для энергоблоков из множества I_Δ. При $\lambda_x = 0$, $\lambda_y = 0$ и $\lambda_z = 0$ решение задачи (8)–(14) равносильно выяснению совместности системы ограничений (9)–(14).

Задача (8)–(14) является задачей нелинейного программирования с непрерывными переменными и той особенностью, что все нелинейные функции $f_i(\cdot)$ и $a_{ik}(\cdot)$ сепарабельные (зависят только от неизвестной электрической нагрузки энергоблока). Самым важным есть случай, когда какие-либо из нелинейных функций невыпуклы, и задача может быть многоэкстремальной. Более простым есть случай, когда все нелинейные функции являются выпуклыми. Тогда задача (8)–(14) является задачей выпуклого программирования и для ее решения существует много оптимизационных программ. Самым простым есть случай, когда функции $f_i(\cdot)$ и $a_{ik}(\cdot)$ являются линейными. Тогда задачу (8)–(14) можно свести к задаче линейного программирования, точно так же, как и задачу (1)–(6).

Заключение. Задачу (8)–(14) и оптимизационные алгоритмы ее решения планируется использовать для анализа задач суточной почасовой загрузки энергосистемы с параллельно работающими энергоблоками, количество которых не превышает 25. Это количество энергоблоков есть максимальным, если в качестве энергосистемы рассматривать отдельные энергокомпании Украины. В этом случае задача (8)–(14) содержит до 649 переменных и ее решение можно обеспечить с помощью r-алгоритма (одного из эффективных методов минимизации негладких функций с овражными особенностями) [2]. В качестве альтернативного варианта решения задач (8)–(14) можно использовать известные программы KNITRO, LOQO, MINOS, SNOPT. Они входят в набор программ, для которых оптимизационный сервер NEOS http://www-neos.mcs.anl.gov/ предоставляет услуги по решению задач нелинейного программирования, описанных на языке моделирования AMPL [3]. Математическую модель задачи (8)–(14) легко описать с помощью языка AMPL, ориентируясь на представление нелинейных функций $f_i(\cdot)$ и $a_{ik}(\cdot)$ в виде кусочно-линейных функций.

П.І. Стецюк, О.П. Лиховид, О.В. Пилиповський

ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ ВИБОРУ ЕЛЕКТРИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ
В ЕНЕРГОСИСТЕМІ

Розглянуто сімейство математичних моделей для знаходження оптимального (за загальними витратами умовного палива) навантаження енергоблоків в енергосистемі на плановий період. В моделях враховано обмеження на екологічні фактори та можливість маневрування режимами навантаження енергоблоків. Математичні моделі сформульовано у вигляді задач лінійного та нелінійного програмування.

P.I. Stetsyuk, O.P. Lykhovyd, O.V. Pylypovskiy

OPTIMIZATION PROBLEMS FOR CHOICE OF ELECTRIC LOADS IN A POWER SYSTEM

A family of mathematical models for finding optimal (for total costs) load of power units in a power system for planning period is considered. Constraints for ecological factors and a possibility of manoeuvring for load levels of power units are taken into account in these models. The mathematical models are formulated in the form of linear and nonlinear programming problems.

1. *Стецюк П.И., Пилиповский А.В.* Математическая модель оптимальной загрузки мощностей энергосистемы с учетом их маневренности // Праці IV міжнар. шк.-семінару "Теорія прийняття рішення". – Ужгород: УжНУ, 2008. – С. 159.
2. *Шор Н.З.* Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наук. думка, 1979. – 199 с.
3. *Foure R., Gay D., Kernighan B.* A Modeling Language for Mathematical Programming // Management Science. – 1990. – **36**. – P. 519–554.

Получено 31.03.2009