

Дослідження руйнування крихких тіл внаслідок їх контактної взаємодії з жорсткими штампами

С. А. Дубецький, М. С. Когут, Я. В. Максимович

Державний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

Запропоновано теоретико-експериментальну методичку для визначення умов руйнування крихких тіл під дією тиску на них жорстких штампів різної в плані форми. За аналогією з механікою руйнування задано коефіцієнти інтенсивності напружень K_1 і K_2 біля контуру основи штампа, за якими встановлено умови зародження тріщин та кут їх нахилу до площини основи зразка. Встановлено, що після тиску штампів кут β нахилу поверхні руйнування до площини основи зразка є практично однаковим ($\beta \approx 70^\circ$), що узгоджується з отриманими теоретичними даними. Виявлено фрагменти тіл після вдавлювання штампів різних типів у тіло зразків: для круглого штампа – у формі, близькій до конуса; для квадратного штампа – до чотирикутної піраміди; для прямокутного штампа – до трикутної призми.

Ключові слова: крихке тіло, жорсткий штамп, контактні напруження, критерій руйнування, руйнівне зусилля.

Відомо [1], що в околі контуру, що обмежує основу штампа, який тисне на тіло, виникає висока концентрація напружень, в результаті чого в крихких тілах біля штампа можуть з'являтися та поширюватися тріщини. У роботі визначено деякі умови, за яких відбуваються ці процеси в крихких тілах, що контактують з жорсткими штампами.

1. **Умови зародження руйнування крихкого тіла, яке взаємодіє зі штампом.** Дослідимо контактну взаємодію крихкого тіла зі штампом. Розглянемо випадок, коли розміри штампа набагато менші за розміри тіла. У зв'язку з цим крихке тіло розглядається як пружний півпростір $z \leq 0$. Нехай на цей півпростір під дією сили P тисне штамп із плоскою основою довільної конфігурації. Прийmemo, що під штампом дотичні напруження відсутні і поверхня півпростору поза штампом є вільною від напружень (рис. 1).

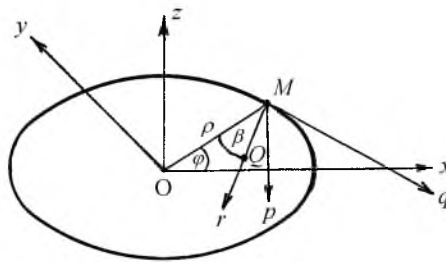


Рис. 1. Схема вибору системи координат для характеристики напруженого стану.

Для визначення напружень візьмемо деяку точку M на контурі L , який обмежує основу штампа. Проведемо через цю точку в площині $z = 0$ до-

тичну Mq , а через неї – площину, яка нахилена під кутом β до площини $z = 0$. Через точку M в цій площині проведемо перпендикуляр до прямої Mq . Відкладемо на цьому перпендикулярі точку Q , яка лежить на віддалі r від точки M . Дослідимо структуру напружень у півпросторі в околі штампа. Напружений стан в околі контуру основи штампа має кореневу особливість [2]. Відомо, що таку ж особливість мають напруження в околі вершини тріщини [3]. Отже, за результатами з теорії тріщин напружений стан у точці Q при малих значеннях r можна записати у вигляді

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[K_1 \left(5\cos\frac{\beta}{2} - \cos\frac{3\beta}{2} \right) + K_2 \left(-5\sin\frac{\beta}{2} + 3\sin\frac{3\beta}{2} \right) \right] + O(1); \\ \sigma_p = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[K_1 \left(3\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{3\beta}{2} \right) - 3K_2 \left(\sin\frac{\beta}{2} + \sin\frac{3\beta}{2} \right) \right] + O(1); \\ \tau_{pr} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[K_1 \left(\sin\frac{\beta}{2} + \sin\frac{3\beta}{2} \right) + K_2 \left(\cos\frac{\beta}{2} + 3\cos\frac{3\beta}{2} \right) \right] + O(1), \end{cases} \quad (1)$$

де σ_r – напруження на площадках з нормаллю MQ ; σ_p – напруження на площадках, паралельних до площини Mrq ; τ_{pr} – дотичні напруження. Згідно з теорією тріщин, величини K_1, K_2 будемо називати коефіцієнтами інтенсивності напружень, які залежать від орієнтації штампа, величини прикладеної сили P і розміщення точки M на контурі L .

Розглянемо випадок, коли під штампом (при $\beta = 0$) дотичні напруження відсутні. Тоді у формулах (1) приймемо $K_2 = 0$. Величину K_1 визначимо за умови, що при $\beta = 0$ $\sigma_p = \sigma_{zz}$, тобто

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_p = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{zz}, \quad (2)$$

де σ_{zz} – контактні напруження, які визначаються з розв'язку відповідної задачі.

Як видно з формул (1), напруження σ_r, σ_p в тілі є стискаючими в околі границі штампа і тому руйнування тут може відбуватися тільки за рахунок дотичних напружень. Знайдемо кут $\beta = \beta_*$ нахилу площадки, на якій може здійснюватися таке руйнування. На цій площадці дотичні напруження τ_{pr} будуть максимальними, якщо максимальною буде величина $\varphi(\beta) = \sin(\beta/2) + \sin(3\beta/2)$. Звідки знаходимо, що $\beta = \beta_* = 2\arccos\sqrt{2/3} \approx 70,5^\circ$. Підставимо це значення β у третє рівняння співвідношень (1) і отримаємо максимальне значення дотичних напружень в околі штампа:

$$\tau_{pr} = \sqrt{2/(27\pi r)} K_1. \quad (3)$$

З іншого боку [3], процес руйнування може початися при досягненні величиною K_1 критичного значення K_{1*} , яке можна виразити такою залежністю:

$$\sqrt{2 / (27\pi r)} K_{1*} = K_{2c} / \sqrt{2\pi r}, \quad (4)$$

де K_{2c} – критичне значення коефіцієнта інтенсивності дотичних напружень. Із рівності (4) випливає, що руйнування почнеться за умови

$$K_{1*} = 1,5\sqrt{3} K_{2c}. \quad (5)$$

Розглянемо детальніше задачу про вдавлювання кругового штампа. У циліндричній системі координат (ρ, φ, z) із початком у центрі круга напруження мають вигляд [1]

$$\sigma_{zz} = f(x, y) / \sqrt{a^2 - \rho^2},$$

де $x = a \cos \varphi$; $y = a \sin \varphi$; a – радіус основи штампа.

Тоді на основі (2) отримаємо

$$K_1 = \sqrt{\pi / a} f(a \cos \varphi, a \sin \varphi). \quad (6)$$

Зокрема, для плоского осесиметричного штампа $f = P / (2\pi a)$, де P – прикладена сила. У цьому випадку маємо

$$K_1 = \sqrt{\pi / a} P / (2\pi a). \quad (7)$$

Підставимо в рівняння (5) вираз (7) і отримаємо значення сили, при якій почнеться процес руйнування тіла:

$$P_* = 3a\sqrt{3\pi a} K_{2c}. \quad (8)$$

Оцінка міцності твердих тіл за критеріями руйнування потребує експериментальної перевірки та уточнень. Нижче подано результати експериментальних досліджень деформування та руйнування зразків штампами різної конфігурації основи: круг, квадрат та прямокутник.

2. Методика експериментальних досліджень. Випробування на стиск проводили на зразках, виготовлених з органічного скла марки СОЛ за такою технологією. Із плити товщиною 100 мм фрезеруванням вирізали заготовки у вигляді куба розміром $100 \times 100 \times 100$ мм. Для одержання прозорості зразків їх грані полірували. Допуски на площинність та паралельність граней куба знаходилися у межах 0,01...0,03 мм, тобто були достатніми, щоб забезпечити вимоги при випробуваннях на стиск.

Для випробування на стиск зразків використовували штампи з плоскою основою трьох типів: кругові, квадратні, прямокутні. Діаметр основи кругових штампів: 10; 20; 30; 40; 50 мм. Розмір основи квадратних штампів: 20×20 і 30×30 мм, прямокутних – 100×20 і 100×30 мм. Такі розміри основ штампів, які в декілька разів менші за розміри основи зразка, дозволяли мінімізувати вплив країв останнього на напружений стан в околі

штампа. У зв'язку з цим при теоретичних дослідженнях напруженого стану зразка під штампом можна використати відповідні розв'язки контактної задачі для пружного півпростору.

Для одержання штампів із підвищеною твердістю та міцністю їх виготовляли з пружинної сталі 65Г. Технологія виготовлення та термічного зміцнення штампів полягала в наступному: із листового матеріалу товщиною 25 мм фрезеруванням вирізали заготовки прямокутної і квадратної форми. Для виготовлення кругових штампів використовували прутки діаметрами 12, 22, 32, 42, 52 мм, які розрізали на токарному верстаті. Усі заготовки піддавали термічному зміцненню (гартування при 870°C, витримка 20 хв, охолодження в оливі, далі низький відпуск при 150°C, витримка 2 г, охолодження разом із піччю), що забезпечувало для сталі 65Г твердість HRC 60...65 одиниць за шкалою Роквелла. Кінцевою операцією було шліфування зовнішніх поверхонь штампів, яке закінчувалося доведенням верхньої та нижньої основ до шорсткості поверхні за параметром $R_a = 0,32$ мкм. Слід відмітити, що контактуючі (верхні і нижні) основи штампів обробляли з підвищеними вимогами щодо паралельності (допуск на паралельність $T \leq 0,01$ мм). Це забезпечувало надійне змикання поверхонь зразка і штампа під час деформування стиском.

Контактну взаємодію зразків і штампів досліджували на розривній машині РМ-25, обладнаній необхідними пристроями та контрольно-вимірювальною технікою.

Блок-схема установки показана на рис. 2.

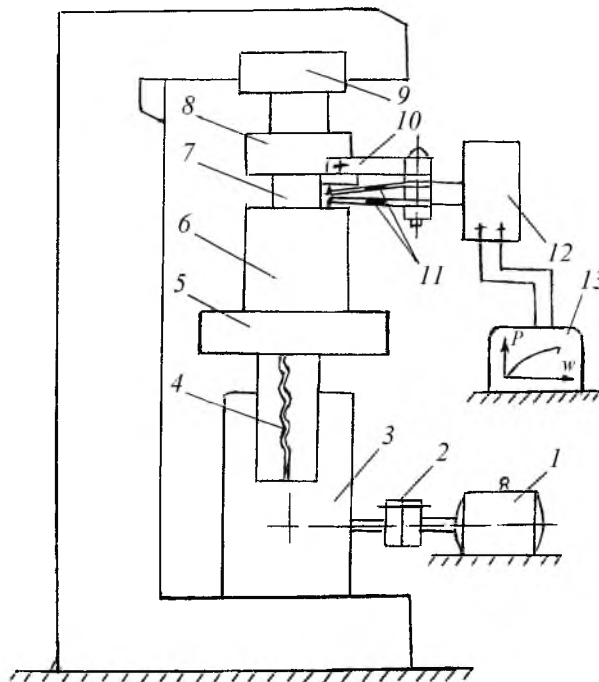


Рис. 2. Блок-схема установки для експериментальних досліджень зразків на стиск: 1 – електродвигун; 2 – муфта пальцева; 3 – силовий механізм; 4 – гвинт; 5 – нижня плита; 6 – дослідний зразок; 7 – штамп; 8 – верхня траверса; 9 – хобот; 10 – оправка; 11 – датчі; 12 – тензопідсилювач сигналів; 13 – двокоординатний самописець марки ПДС-021М.

Установка працює наступним чином. Пуском електродвигуна 1 через муфту пальцеву 2 та силовий механізм 3 завдяки обертанню гвинта 4 переміщується вгору нижня плита 5 з встановленим на ній зразком 6 і штампом 7 до змикання з верхньою траверсою 8, яка знаходиться в хоботі 9 верхньої частини розривної машини. Оскільки до траверси закріплено оправку 10 разом з давачами 11, то з моменту контакту поверхонь штампів і траверси давачі подають сигнали на тензопідсилювач 12, з якого вони передаються на двокоординатний самописець 13. Пружні пелюстки-пластини з наклеєними тензометричними давачами вмонтовувалися між зразком і штампом за мостовою схемою. Після встановлення давачів проводилося їх тарування в координатах $P \sim w$, де w – переміщення пелюсток-пластин. Перед початком експерименту на двокоординатному самописці фіксували нульову координатну точку.

Таким чином, описана установка, з одного боку, може успішно використовуватися для запису діаграми руйнування зразка в умовах стиску, з іншого – дозволяє слідкувати за процесами, які відбуваються при зміні навантаження та руйнуванні дослідного зразка.

3. Результати експериментальних досліджень. Запис діаграм руйнування на установці здійснювали при швидкості підйому активної нижньої плити $v = 0,5$ мм/хв. Як показали результати експериментів, вигляд діаграм руйнування спочатку (до моменту появи першої мікротріщини) був практично прямолінійним, при подальшому збільшенні навантаження їх характер був стрибкоподібний (виступи-впадини) аж до повного руйнування зразка (рис. 3,а). Оскільки поверхні граней дослідного зразка з органічного скла були відполірованими і прозорими, проводили також спостереження за розвитком тріщин.

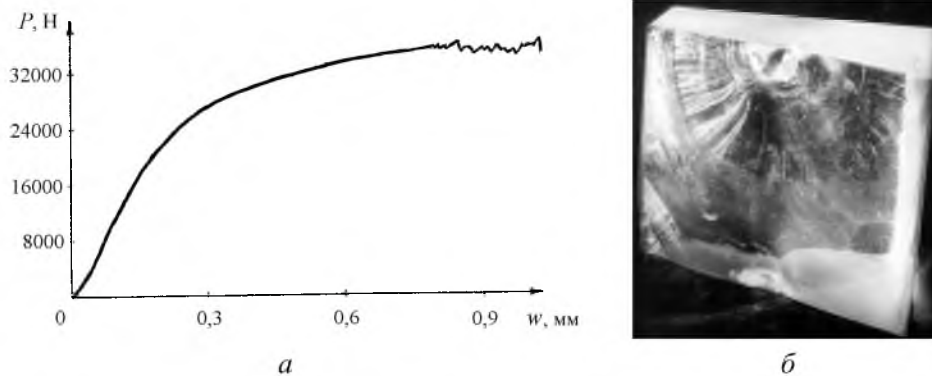


Рис. 3. Повна діаграма руйнування зразка (а) і рельєф поверхні злому після стиску штампом із круговою основою діаметром 10 мм (б).

Особливо цікавою виявилася кінетика процесу руйнування зразків. При стисканні зразка і штампів, з моменту появи першого “стрибка” на діаграмі, всередині матеріалу зразка з’являлася матова поверхня, яка поступово “розпливалася” донизу в міру зростання стискних зусиль. Форма цієї поверхні залежить від форми і розмірів основи штампів, який вдавлюється у зразок. При цьому в околі основи під штампом зароджується пучок мікротріщин,

які повільно зливаються в макротріщину. Підростання останньої до критичної величини завершується лавинним її поширенням, що призводить до повного руйнування зразка на декілька безформних частин.

Характерний злом рельєфу поверхні руйнування зразка під дією кругового штампа діаметром 10 мм проілюстровано на рис. 3,б. Видно явно виражені характерні сегментні зони: зона передруйнування; зони повільного та спонтанного поширення тріщини (долом), які адекватно відображають розміри “стрибків” на повній діаграмі руйнування.

Найбільш цікавим результатом проведених експериментів виявилось підтвердження теоретичних досліджень щодо форми фрагмента тіла, яке з’являється під штампом внаслідок руйнування зразка. У всіх випадках після вдавлювання кругових штампів маємо практично прямий круговий конус, твірна якого нахилена під кутом $\beta \approx 70^\circ$ до основи конуса (рис. 4,а). Після вдавлювання квадратних штампів отримуємо майже правильну чотирикутну піраміду (рис. 4,б), а після вдавлювання прямокутних штампів – трикутну призму (рис. 4,в), грані яких також утворювали з площиною основи кут $\beta \approx 70^\circ$. Отже, незалежно від форми штампа значення кута β нахилу поверхні руйнування до основи тіла стабільне і повністю узгоджується з результатами теоретичних досліджень. За характером діаграм руйнування зразків можна фіксувати значення мінімальної руйнівної сили, при якій з’явилася перша мікротріщина, і порівнювати його з розрахунковим, обчисленим за формулою (8).

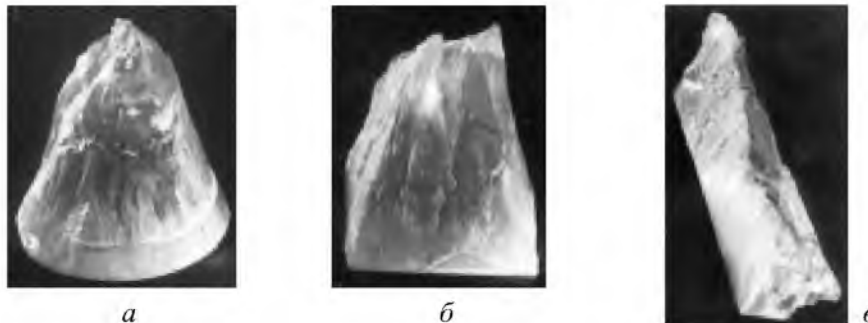


Рис. 4. Фрагменти утворених внаслідок руйнування тіл: а – конус; б – чотирикутна піраміда; в – трикутна призма.

Силкові параметри, встановлені в процесі експерименту, наведено в таблиці.

Результати експериментальних досліджень

Тип штампа	Розмір основи штампа, мм	Руйнівне зусилля, Н
Круговий	Ø 10	35000
	Ø 20	102000
	Ø 30	231000
	Ø 40	358000
	Ø 50	518000
Квадратний	20×20	132000
	30×30	271000
Прямокутний	100×20	419000

Висновки

1. Розроблено теоретико-експериментальну методику для визначення умов руйнування крихких тіл під час вдавлювання жорстких штампів різної в плані форми, а також виявлено кінетику росту тріщин.

2. Встановлено, що при навантаженні зразка з крихкого матеріалу штампом із плоскою основою його руйнування починається в околі границі контактної області. Причиною цього є дотичні напруження (зсуву чи сколу).

3. Розвиток тріщини від вдавлювання штампа завжди проходить під кутом $\beta \approx 70^\circ$ до площини основи зразка, незалежно від геометричної форми штампа.

4. В результаті руйнування зразка після вдавлювання кругового штампа утворюється фрагмент тіла у формі, близькій до кругового конуса; після вдавлювання квадратного штампа – у формі, близькій до чотирикутної піраміди; після вдавлювання прямокутного штампа – у формі, близькій до трикутної призми.

Резюме

Предложено теоретико-экспериментальную методику определения условий разрушения хрупких тел при воздействии на них жестких штампов различной в плане формы. По аналогии с механикой разрушения заданы коэффициенты интенсивности напряжений K_1 и K_2 в окрестности основы штампа, по которым установлены условия зарождения трещин и угол их наклона к плоскости основы образца. Показано, что после сжатия штампов угол β наклона поверхности разрушения к плоскости основы образца практически не изменяется ($\beta = 70^\circ$), что согласуется с полученными теоретическими данными. Выявлены фрагменты тел после вдавливания штампов различных типов в тело образцов: для круглого штампа – в форме, близкой к круговому конусу; для квадратного штампа – в форме, близкой к четырехугольной пирамиде; для прямоугольного штампа – в форме, близкой к треугольной призме.

1. *Галин Л. А.* Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. – М.: Наука, 1980. – 304 с.
2. *Развитие* теории контактных задач в СССР. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
3. *Андрейкив А. Е.* Пространственные задачи теории трещин. – Киев: Наук. думка, 1982. – 348 с.

Поступила 15. 02. 2000