

## **Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщение 3. Учет градиентов напряжений и деформаций\***

**П. А. Фомичев**

Харьковский авиационный институт, Харьков, Украина

*Предложен метод расчета долговечности тел с концентраторами напряжений до возникновения усталостной трещины, основанный на энергетическом критерии разрушения. В качестве определяющего параметра принята рассеянная в надрезе энергия. Метод позволяет прогнозировать долговечность тел с надрезами при регулярном симметричном нагружении по циклическим деформационным и усталостным характеристикам материала, полученным в результате испытаний гладких образцов. Рассмотрено влияние абсолютных размеров концентратора напряжений на долговечность, предложены зависимости для расчета градиентов рассеянной энергии и амплитуды остаточной деформации. Проведено сопоставление с результатами испытаний надрезанных образцов из стали 30ХГСА и алюминиевых сплавов Д16АТ и АМцМ.*

Важной задачей в методе расчета долговечности по локальному напряженно-деформированному состоянию является учет абсолютных размеров концентратора напряжений. Известно [3–5 и др.], что при равных локальных напряжениях большую долговечность имеют те образцы, у которых радиус концентратора меньше, т.е. долговечность возрастает с увеличением градиента напряжений в зоне концентрации. Значительная зависимость долговечности от абсолютных размеров имеет место при малых радиусах, по мере увеличения радиуса его влияние на долговечность падает.

Обсуждение причин масштабного эффекта было предметом дискуссии еще в 1944 г. [6], Р. Б. Хэйвуд отмечает предположение Питерсона, согласно которому долговечность до образования макротрещины определяется напряжениями не на поверхности концентратора, а на некотором расстоянии от нее. В работах [7–11], выполненных сотрудниками Физико-механического института НАН Украины, в результате наблюдения за зоной концентрации напряжений при циклическом нагружении установлено, что на поверхности надреза зарождается обычно несколько усталостных микротрещин, развивающихся независимо друг от друга. В зоне концентрации видны следы пластического деформирования металла. По достижении определенного числа циклов нагружения скачкообразно возникает макротрещина, которая характеризуется видимой зоной пластического деформирования в ее вершине. После возникновения макротрещины процесс усталостного разрушения переходит из стадии зарождения макротрещины в стадию ее развития. Уравнения механики разрушения справедливы на стадии развития макротрещины, а “для более коротких трещин необходимо использовать деформационные или энергетические критерии разрушения” [9]. Экспериментально установлено, что размер начальной макротрещины  $d$  не зависит от концентратора напряжений.

\* Данная статья является продолжением работ [1, 2].

С позиций механики разрушения, характерный для каждого материала размер  $d$  определяют как длину неразвивающейся трещины, соответствующей пороговому значению коэффициента интенсивности напряжений при пределе выносливости [12].

Важнейшей задачей при разработке метода прогнозирования долговечности до возникновения усталостной трещины является правильный выбор параметра, характеризующего долговечность тел с надрезами. Ранее [2] экспериментально показано, что таковым служит не локальное напряжение или полная деформация, а остаточная деформация или энергия неупругого деформирования в вершине надреза.

В дальнейшем расчет долговечности тел при неоднородном напряженном состоянии будем проводить по рассеянной энергии. Вследствие неравномерности распределения напряжений и деформаций предполагаем, что долговечность до образования микротрещин на поверхности надреза  $N$  определяется рассеянной энергией в зоне наибольшей концентрации, а число циклов до возникновения макротрещины  $N_f$  – величиной рассеянной энергии на расстоянии  $d$  от вершины надреза.

Упругопластическое циклическое деформирование материала приводит к перераспределению напряжений в зоне концентрации, вследствие чего градиенты напряжений и деформаций отличаются от их значений при упругом деформировании. Методика расчета этих градиентов, основанная на использовании уравнения Нейбера, предложена в [13]. Получим аналогично и зависимости для расчета градиентов рассеянной энергии и остаточной деформации. Выберем начало координат на контуре надреза и направим ось  $z$  от контура перпендикулярно к максимальным главным напряжениям. Считаем, что уравнение для расчета остаточной деформации [2] справедливо и в окрестности точки с максимальной концентрацией напряжений

$$\varepsilon_{ar}(z) = \varepsilon_{at}(z) - \frac{\sigma_{aH} K_T(z)}{E}.$$

Продифференцировав это уравнение по  $z$ , получим

$$G_{er}(z) = G_{\sigma}(z) \varepsilon'_{\sigma} - \frac{\sigma_{aH} K_T(0)}{E} \bar{G}_y(z), \quad (1)$$

где  $G_{er}(z) = \frac{d\varepsilon_{ar}(z)}{dz}$  – градиент амплитуды остаточной деформации;  $\bar{G}_y(z)$  – относительный градиент упругих напряжений;  $\varepsilon'_{\sigma}$  – производная амплитуды полной деформации по амплитуде напряжений,

$$\varepsilon'_{\sigma} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m\sigma_a} \left( \frac{\sigma_a}{K} \right)^{1/m};$$

$G_{\sigma}(z) = \frac{d\sigma_a(z)}{dz}$  – градиент амплитуды локальных напряжений, в соответствии с [13]

$$G_{\sigma}(z) = \frac{2K_T(0)K_T(z)\Pi_H}{\Pi'_{\sigma}(z)} \bar{G}_y(z), \quad (2)$$

$$\Pi_H = \sigma_{aH} \varepsilon_{aH}, \quad \Pi'_{\sigma}(z) = \frac{2\sigma_a(z)}{E} + \frac{1+m}{m} \left( \frac{\sigma_a(z)}{K} \right)^{1/m},$$

$\sigma_{aH}, \varepsilon_{aH}$  – амплитуды номинальных напряжения и деформации.

Обычно представляют интерес значения градиентов в точке максимальной концентрации, т.е. при  $z=0$ . В дальнейшем не будем указывать координату  $z=0$  в скобках, понимая при этом под  $\sigma_a$  – наибольшее локальное напряжение в зоне концентрации;  $K_T$  – наибольшее значение теоретического коэффициента концентрации напряжений;  $\bar{G}_y$  – значение относительного градиента упругих напряжений при  $z=0$ . Тогда уравнения (1) и (2) примут вид

$$G_{\sigma} = \frac{2K_T^2 \Pi_H}{\Pi'_{\sigma}} \bar{G}_y; \quad (3)$$

$$G_{\varepsilon r} = G_{\sigma} \varepsilon'_{\sigma} - \frac{\sigma_{aH} K_T}{E} \bar{G}_y. \quad (4)$$

Зависимости и номограммы для расчетов относительных градиентов упругих напряжений и значений теоретических коэффициентов концентрации, входящих в соотношения (3), (4), для ряда концентраторов и условий нагружения приведены в работе [5]. Например, относительный градиент упругих напряжений в теле с центральным отверстием составляет

$$\bar{G}_y = \frac{2,3}{\rho},$$

где  $\rho$  – радиус отверстия.

Уравнения для расчета градиентов напряжений и остаточных деформаций позволяют определить градиент рассеянной энергии, которая при неоднородном напряженном состоянии [2] имеет вид

$$W'_r = K_{\phi} \sigma_a \varepsilon_{ar}. \quad (5)$$

После дифференцирования этой зависимости по  $z$  получаем

$$G_{wr} = K_{\phi} (\sigma_a G_{\varepsilon r} + \varepsilon_{ar} G_{\sigma}), \quad (6)$$

где  $G_{wr} = dW'_r / dz$  – градиент рассеянной энергии.

Поскольку при расчете  $W'_r$  в зоне концентрации напряжений представляет интерес достаточно малый объем материала, ограниченный величиной  $d$ , запишем

$$G_{wr} = \frac{W'_r - W'_{rd}}{\Delta z},$$

где  $W'_r$  – энергия, рассеянная за цикл нагружения в точке наибольшей концентрации напряжений;  $W'_{rd}$  – значение энергии при  $\Delta z = d$ .

Величину  $W'_{rd}$  можно найти таким образом:

$$W'_{rd} = W'_r - G_{wr}d. \quad (7)$$

В соответствии с энергетическим критерием усталостного разрушения [14], для тел с надрезами можно записать следующие дифференциальные уравнения накопления относительной опасной энергии:

$$\frac{d\bar{W}}{dn} = RW'^{\alpha}_{rd}; \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{W}}{dn} = R(W'^{\alpha}_{rd} - W'^{\alpha}_{-1}). \quad (9)$$

Параметры материала  $\alpha$ ,  $R$  и  $W'_{-1}$  следует определять по результатам испытаний гладких образцов.

Уравнение (9) целесообразно использовать для расчета предела выносливости тела с концентратором напряжений либо долговечности вблизи предела выносливости. В области ограниченной долговечности результаты расчета по уравнениям (8) и (9) практически совпадают. В дальнейшем для сокращения записи все преобразования проведены для уравнения (8).

Анализ результатов измерений амплитуды остаточной деформации в надрезах позволил установить, что при регулярном нагружении среднее значение рассеянной энергии, найденное с учетом кинетики  $\varepsilon_{ar}$  в концентраторе напряжений, хорошо согласуется со значением  $W_r^*$ , вычисленным с использованием диаграммы циклического деформирования. Это позволяет упростить задачу и не учитывать кинетику  $W'_r$ . Проинтегрировав уравнение (8), получим формулу для расчета долговечности при регулярном нагружении

$$N_f = \frac{1}{RW_{rd}^{*\alpha}}, \quad (10)$$

где  $N_f$  – число циклов нагружения до появления макротрещины длиной  $d$ ;  $W_{rd}^*$  – среднее значение рассеянной за цикл энергии на расстоянии  $d$  от вершины надреза,

$$W_{rd}^* = W_r^* - G_{wr}d;$$

$W_r^*$  – среднее значение рассеянной за цикл нагружения энергии в вершине надреза,

$$W_r^* = K_\phi \sigma_a \varepsilon_{ar}^* ;$$

$\varepsilon_{ar}^*$  – среднее значение амплитуды остаточной деформации,

$$\varepsilon_{ar}^* = \varepsilon_{at}^* - \frac{K_T \sigma_{aH}}{E} ;$$

$\varepsilon_{at}^*$  – амплитуда полной деформации в вершине надреза, которую можно найти, зная амплитуду локального напряжения, по уравнению диаграммы циклического деформирования,

$$\varepsilon_{at}^* = \frac{\sigma_a}{E} + \left( \frac{\sigma_a}{K} \right)^{1/m} .$$

Градиент рассеянной энергии необходимо вычислять по формуле (6) для средних значений амплитуд остаточных деформаций.

В уравнение (10) входит параметр  $d$ , который соответствует длине пороговой макротрещины. Этот параметр можно найти по величине порогового коэффициента интенсивности напряжений [12] или из сопоставления долговечности гладких и надрезанных образцов. При этом из долговечности образцов с концентраторами напряжений необходимо исключить число циклов, соответствующее стадии развития макротрещины до критических размеров. Обычно в экспериментах фиксируют долговечность до возникновения трещины длиной 0,2–0,5 мм. Рассмотрим второй вариант определения параметра  $d$ .

Зависимость для расчета числа циклов до возникновения микротрещин на поверхности надреза имеет вид

$$N = \frac{1}{PW_r^{*\alpha}} . \tag{11}$$

Продифференцировав уравнение (11) по координате  $z$ , определим градиент числа циклов нагружения

$$G_N = - \frac{\alpha G_{wr}}{RW_r^{*(1+\alpha)}} .$$

Поскольку представляет интерес долговечность в вершине надреза, представим градиент долговечности так:

$$G_N = \frac{N - N_f}{\Delta z} .$$

Если значение  $\Delta z$  принять равным  $d$ , то

$$N - N_f = G_N d,$$

откуда

$$d = \frac{W_r^*}{\alpha G_{wr}} (RW_r^{*\alpha} N_f - 1). \quad (12)$$

Формулы для расчета градиентов локальных напряжений, остаточной деформации и рассеянной энергии справедливы, если радиус надреза много больше, чем размер  $d$ . Численный анализ показал, что хорошее согласование с расчетами локальных напряжений на расстоянии  $d$  от вершины надреза может быть получено при использовании формулы Нейбера с учетом рассчитанного для этого расстояния значения теоретического коэффициента концентрации напряжений

$$K_{td} = K_T (1 - \bar{G}_y d).$$

По найденным таким образом локальным напряжениям можно, минуя расчет градиентов, определить остаточную деформацию и энергию в точке, соответствующей длине пороговой макротрещины, и далее по формуле (10) вычислить число циклов  $N_f$ . Такой подход требует проведения дополнительного итерационного расчета локальных напряжений, но может быть применен при определении долговечности концентраторов с малыми радиусами.

Предложенный метод реализован при расчетах долговечности образцов из стали 30ХГСА, сплавов Д16АТ и АМцМ. Циклические деформационные характеристики материалов приведены в [1], параметры критерия усталостного разрушения найдены по результатам испытаний гладких образцов, представленных в [2]. Значения этих параметров указаны в таблице.

**Значения параметров энергетического критерия усталостного разрушения**

Материал	$\alpha$	$R \cdot 10^5$
Сталь 30ХГСА	1,20	10,4
Сплав Д16АТ	1,12	201
Сплав АМцМ	1,18	24,6

Экспериментальные исследования долговечности проводили на плоских образцах при симметричном цикле нагружения. Испытано по пять типоразмеров образцов из стали 30ХГСА и сплава АМцМ и шесть типоразмеров из сплава Д16АТ. Один тип образцов из каждого материала имел боковые выкружки, остальные – центральные круговые отверстия, которые сверлили в 2-3 перехода. Образцы из алюминиевых сплавов подвергали естественному старению в течение четырех месяцев. Испытания проведены старшим научным сотрудником, канд. техн. наук В. В. Звягинцевым.

Типовые результаты сопоставления экспериментальных и рассчитанных по формуле (10) значений долговечности образцов из указанных материалов приведены на рис. 1–3. Значения параметра  $d$  вычислены по формуле (12). Теоретические коэффициенты концентрации и радиусы отверстий приведены в подрисуночных надписях.

Результаты экспериментов и расчетов долговечности образцов из стали 30ХГСА показаны на рис. 1, сплошные кривые соответствуют расчетам по формуле (10), штриховые – по (11). Среднее значение  $d$  для этой стали составило 0,05 мм. Видно, что для больших радиусов числа циклов  $N$  и  $N_f$  практически совпадают.

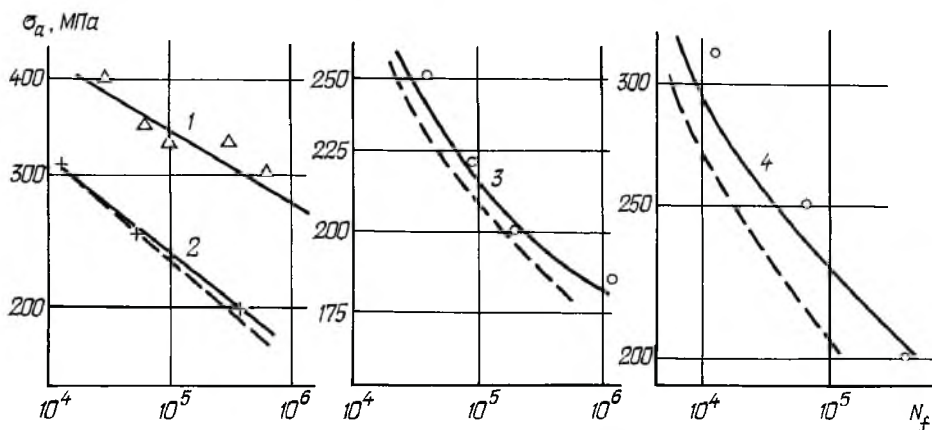


Рис. 1. Кривые усталости образцов из стали 30ХГСА с концентраторами напряжений: 1 –  $K_T = 1,23$ ,  $\rho = 12,5$  мм; 2 –  $K_T = 2,05$ ,  $\rho = 12$  мм; 3 –  $K_T = 2,27$ ,  $\rho = 5,5$  мм; 4 –  $K_T = 2,4$ ,  $\rho = 2$  мм.

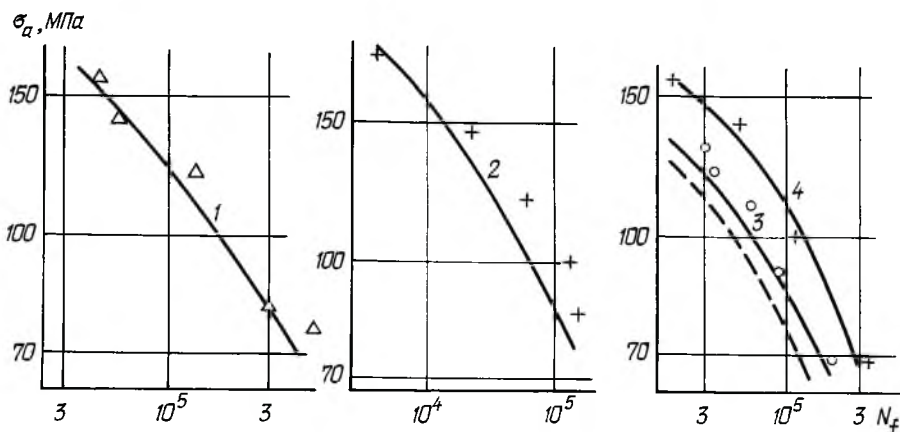


Рис. 2. Кривые усталости образцов из сплава Д16АГ с концентраторами напряжений: 1 –  $K_T = 1,535$ ,  $\rho = 12,5$  мм; 2 –  $K_T = 2,15$ ,  $\rho = 12$  мм; 3 –  $K_T = 2,45$ ,  $\rho = 5,5$  мм; 4 –  $K_T = 2,5$ ,  $\rho = 1,5$  мм.

Аналогичные кривые усталости образцов из сплава Д16АГ до возникновения трещины приведены на рис. 2. Среднее значение параметра  $d = 0,12$  мм. В работе [15] для близких по характеристикам алюминиевых

сплавов 2024Т и 2618АТ из анализа порогового коэффициента интенсивности напряжений установлен размер  $d = 0,15$  мм. Здесь представлены результаты испытаний образцов с близкими значениями  $K_T$ , но отличающимися диаметрами отверстий – кривые 3 и 4. Видно, что при диаметре отверстия 3 мм влияние градиентов на долговечность значительно.

Кривые усталости образцов из сплава АМцМ с концентраторами напряжений представлены на рис. 3. Среднее значение параметра  $d$  составило 0,1 мм.

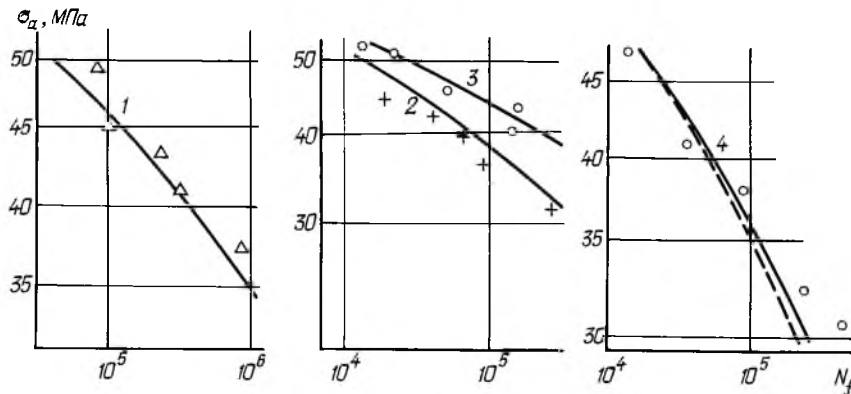


Рис. 3. Кривые усталости образцов из сплава АМцМ с концентраторами напряжений: 1 –  $K_T = 1,52$ ,  $\rho = 12,5$  мм; 2 –  $K_T = 2,15$ ,  $\rho = 12$  мм; 3 –  $K_T = 2,15$ ,  $\rho = 1,25$  мм; 4 –  $K_T = 2,45$ ,  $\rho = 5,5$  мм.

Согласование результатов расчетов долговечности с экспериментами вполне удовлетворительное. Следует отметить, что учет абсолютных размеров надреза необходим при малых радиусах концентратора напряжений, в частности для алюминиевых сплавов, не превышающих 4-5 мм. При больших радиусах отличие в числах циклов до зарождения микротрещины на поверхности надреза и макротрещины становится несущественным.

Предложенный метод, основанный на энергетическом критерии разрушения, позволяет проводить расчет долговечности тел с надрезами при регулярном симметричном нагружении по циклическим деформационным и усталостным характеристикам материала, полученным в результате испытаний гладких образцов.

Расчет величины рассеянной за цикл нагружения энергии следует проводить по амплитуде остаточной деформации в вершине надреза.

## Резюме

Запропоновано метод розрахунку довговічності тіл із концентраторами напружень до виникнення тріщини втоми, що базується на енергетичному критерії руйнування. В якості визначального параметра прийнято розсіювання в надрізі енергії. Метод дозволяє прогнозувати довговічність тіл із надрізами при регулярному симетричному навантаженні за циклічними деформаційними і утомлювальними характеристиками матеріалу, одержаними



при дослідженні гладких зразків. Розглянуто вплив абсолютних розмірів концентратора напружень на довговічність, запропоновано залежності для розрахунку градієнтів розсіяної енергії та амплітуди залишкової деформації. Зроблено співставлення з результатами досліджень надрізаних зразків зі сталі 30ХГСА та алюмінієвих сплавів Д16АТ і АМцМ.

1. Фомичев П. А., Звягинцев В. В. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщ. 1. Определение напряжений и деформаций в надрезе при циклическом упругопластическом деформировании // Пробл. прочности. – 2000. – № 3. – С. 38 – 46.
2. Фомичев П. А. Прогнозирование долговечности тел с надрезами по локальному напряженно-деформированному состоянию. Сообщ. 2. Определение параметра, характеризующего долговечность тел с концентраторами напряжений // Там же. – С. 47 – 56.
3. Hertel H. Ermüdungsfestigkeit der Konstruktionen. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1969. – 660 s.
4. Трощенко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 344 с.
5. Козаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
6. Heywood R. B. Designing against fatigue. – London: Chapman and Hall Ltd., 1962. – 504 p.
7. Андрейкив А. Е. Расчетная модель для определения периода зарождения усталостной макротрещины // Физ.-хим. механика материалов. – 1976. – № 6. – С. 27 – 30.
8. Панасюк В. В., Иваницкая Г. С., Зборонирский А. И. и др. Определение напряженно-деформированного состояния и условий зарождения усталостных трещин в прямоугольной пластине с отверстием // Там же. – 1988. – № 5. – С. 70 – 74.
9. Панасюк В. В., Остап О. П., Костык Е. М. Зарождение усталостных трещин у концентраторов напряжений // Там же. – 1985. – № 6. – С. 3 – 10.
10. Панасюк В. В. О современных проблемах механики разрушения // Там же. – 1982. – № 2. – С. 7 – 27.
11. Панасюк В. В., Остап О. П., Костык Е. М. О связи характеристик циклической трещиностойкости материалов на стадиях зарождения и роста трещины // Там же. – 1986. – № 6. – С. 46 – 52.
12. Циклические деформации и усталость металлов. В 2-х т. Малоцикловая и многоцикловая усталость металлов / Под ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Наук. думка, 1985. – Т. 1. – 216 с.
13. Фомичев П. А. Расчет градиентов действительных напряжений и деформаций в зоне концентрации напряжений при упругопластическом циклическом деформировании. Сообщ. 1 // Пробл. прочности. – 1989. – № 9. – С. 98 – 100.

14. Троценко В. Т., Фомичев П. А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Пробл. прочности. – 1993. – № 1. – С. 3 – 10.
15. Gabra M., Bathias C. Fatigue crack initiation in aluminium alloys under programmed block loading // Fatigue Eng. Mater. and Struct. – 1984. – 7, N 1. – P. 13 – 27.

Поступила 22. 01. 98