

УДК 533.6.013.42

ПЛОСКА ЗАДАЧА УДАРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЦИЛІНДРИЧНОГО ТІЛА З ПОВЕРХНЕЮ КАВЕРНИ В СТИСЛИВІЙ РІДИНІ

В. Д. КУБЕНКО, О. В. ГАВРИЛЕНКО

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України**Отримано 10.03.2007*

В роботі досліджується процес ударної взаємодії твердого циліндричного тіла з поверхнею циліндричної порожнини. Сформульовано нестационарну змішану крайову задачу з відомою границею, розв'язок якої зводиться до спільного розв'язування нескінченної системи лінійних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду і диференціального рівняння руху тіла. У випадку спрощеної постановки розв'язок зводиться до послідовності рівнянь Вольтерра. Отримано гідродинамічні та кінематичні характеристики процесу.

В работе исследуется процесс ударного взаимодействия твердого цилиндрического тела с поверхностью цилиндрической полости. Сформулирована нестационарная смешанная краевая задача с известной границей, решение которой сводится к совместному решению бесконечной системы линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода и дифференциального уравнения движения тела. В случае упрощенной постановки решение сводится к последовательности уравнений Вольтерра. Для двух постановок получены гидродинамические и кинематические характеристики процесса.

The paper deals with the early stage of a solid cylindrical body impact on the surface of cylindrical cavity. The stated mixed non-stationary boundary-value problem with given boundary was formulated, its solution is reduced to joint resolving of infinite system of linear integral Volterra's equations of the second-degree and differential equation of body movement. In case simplified formulation the solution is reduced to infinite sequence of linear integral Volterra's equations. For both formulation the hydrodynamic and kinematic characteristics are obtained.

ВСТУП

У наш час експериментально доведена можливість створення підводних транспортних апаратів на основі нових фізичних принципів руху тіл під водою – суперкавітаційного руху [13-15, 19]. За такого руху тіло знаходиться всередині кавітаційної порожнини, що його оточує, – суперкаверни – і рухаючись в ній, може розвивати швидкість, порівняну зі швидкістю поширення звуку у воді. Слід зазначити, що суперкавітаційний рух викликає значний інтерес у фахівців. Останні результати досліджень можна знайти, наприклад, в публікаціях [16, 17].

Однією з проблем суперкавітаційного руху є забезпечення стійкості руху тіла в каверні [11, 13-15, 19]. За такого руху тіло контактує з поверхнею каверни лише своєю головною частиною. Гідродинамічна сила опору зануренню з боку рідини, прикладена до області контакту тіла з поверхнею каверни, створює перекидаючий момент щодо центру мас тіла, викликаючи нестійкість суперкавітаційного руху тіла в рідині. Цією нестійкістю обумовлюється виникнення поперечних ударів тіла по поверхні каверни, що можуть суттєво впливати на загальний характер руху тіла. Вищесказане свідчить про актуальність дослідження процесу удару тіла по поверхні каверни.

У більшості робіт задачі занурення циліндричних тіл в рідину через поверхню каверни досліджувались із використанням моделі нестисливої рідини. В монографії [10] наводиться розв'язання задачі про занурення твердого циліндра через горизонтальну вільну поверхню рідини, де визначається діюча на циліндр величина гідродинамічної сили за малої глибини занурення, що дозволяє апроксимувати коло параболою. В статті [11] наводяться результати розв'язання задач занурення циліндра в рідину через поверхню циліндричної порожнини для випадку малих зазорів. У публікаціях [4, 18] розв'язана задача занурення циліндра в рідину через поверхню порожнини для довільного співвідношення радіусів циліндра і порожнини. В [4] визначаються залежності ширини змоченої поверхні тіла від глибини занурення за різних значень зазору, а також наводиться аналітична формула для імпульсивної сили, а в [18] подані формули для визначення як імпульсивної, так і гідродинамічної сил.

Модель стисливої рідини, як така, що більш адекватно описує процес взаємодії тіла з рідиною при відносно високих швидкостях [2], використовується в публікаціях [7, 8]. Зокрема, в статті [7] наведено постановку задачі і одержано її асимптотичний розв'язок для початкового етапу взаємодії у випадку нескінченно малого зазору, тобто у випадку, коли поперечні розміри тіла і порожнини збіга-

ються. В роботі [8] сформульована загальна постановка задачі для довільного зазору, яка є змішаною нестационарною початково-крайовою задачею з невідомою змінною в часі границею, і одержано розв'язуючі нескінченні системи інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду. Для малого зазору подано асимптотичний розв'язок задачі, для невеликого – чисельний розв'язок вказаних систем. У даній публікації задача співудару тіла з поверхнею каверни для нульового зазору розв'язана в двох постановках, що відрізняються між собою граничними умовами на вільній поверхні порожнини, і одержано її чисельні розв'язки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо таку механічну систему: в безмежній рідині знаходиться нескінченно-протяжна кругова циліндрична каверна радіусу R_c ; всередині порожнини міститься нескінченно-довге тверде циліндричне тіло радіусу R_b , вісь якого паралельна осі порожнини. Будемо вважати, що радіус каверни так мало відрізняється від радіусу тіла, що їх можна вважати рівними, $R_c = R_b$. Таким чином, величина зазору між порожниною каверни та тілом $d = R_c - R_b$ дорівнює нулю. Тіло під дією зовнішніх сил здійснює поперечні удари по поверхні каверни. Нехай у початковий момент часу $t = 0$ циліндр досягає поверхні порожнини і починає занурюватися крізь неї зі швидкістю $v_0(t)$, причому початкова швидкість занурення $v_0 = v_0(0)$ значно менша порівняно зі швидкістю звуку в рідині. Рідину вважатимемо ідеальною стисливою, а глибини занурення крізь поверхню каверни z^* – малими. Такі припущення дозволяють описувати рух рідини хвильовим рівнянням в акустичному наближенні і знести граничні умови на незбурену поверхню каверни.

Зв'яжемо поверхню каверни з прямокутною системою координат $Oxyz$ (рис.1): початок координат O розмістимо на осі порожнини, вісь Ox направимо горизонтально; вісь Oy – вздовж осі порожнини, вісь Oz – вертикально вниз. Оскільки гідродинамічна картина процесу занурення циліндра в рідину через поверхню порожнини в будь-якому поперечному перерізі не змінюватиметься, то можна обмежитися розгляданням руху в одному з перерізів – в площині xOz . Таким чином, розглядатиметься плоска симетрична задача.

Площину xOz зв'яжемо з полярною системою координат: центр перерізу O – полюс полярної системи, r – полярний радіус, θ – полярний кут, що відкладається від додатного напрямку осі Oz .

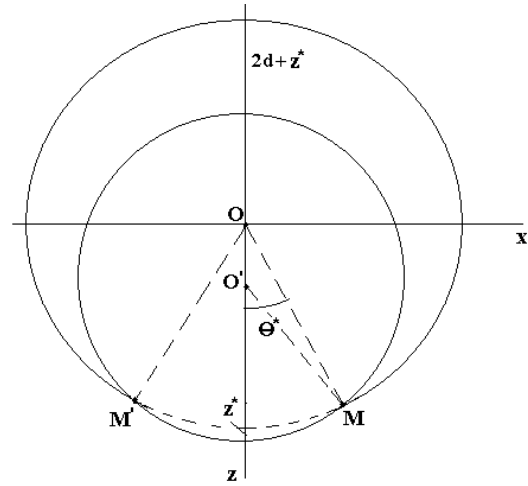


Рис. 1. Схема ударної взаємодії тіла з поверхнею каверни

Введемо безрозмірні змінні:

$$x = \frac{x}{R_b}, \quad z = \frac{z}{R_b}, \quad r = \frac{r}{R_b}, \quad t = \frac{Ct}{R_b},$$

$$\bar{p} = \frac{p}{\rho C^2}, \quad \bar{V} = \frac{V}{C}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\pi \rho R_b^2}, \quad \bar{F} = \frac{F}{\rho C^2 R_b},$$

де R_b – радіус тіла; ρ – густина рідини; p – гідродинамічний тиск; V – швидкість деформування поверхні каверни; F – гідродинамічна сила опору зануренню тіла з боку рідини; C – швидкість звуку в рідині; μ – погонна маса циліндра. Оскільки надалі використовуватимемо тільки безрозмірні змінні, то ризику над ними опустимо.

Рух ідеальної стислої рідини описується хвильовим потенціалом φ , що задовольняє хвильовому рівнянню

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

представленому в циліндричних координатах [12].

Гідродинамічний тиск і швидкість деформування поверхні каверни визначаються із співвідношень:

$$p = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad V = \text{grad } \varphi. \quad (2)$$

Граничні умови представлятимуться у вигляді:

- на всій області контакту тіла з поверхнею каверни задана умова рівності нормальних складових швидкостей деформування поверхні каверни та занурення тіла,

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=1} = v_0(t) \cos \theta, \quad |\theta| < \theta^*, \quad (3)$$

де θ^* – границя області контакту;

• на вільній поверхні каверни задано гідродинамічний тиск

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{r=1} = 0, \quad |\theta| > \theta^*. \quad (4)$$

Акустичні збурення, викликані в рідині тілом, що занурюється, на нескінченності затухають

$$\varphi \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Оскільки до початку занурення рідина перебувала у незбуреному стані, то будемо мати нульові початкові умови для потенціалу

$$\varphi|_{t=0} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (6)$$

Поперечний рух тіла в порожнині описується диференціальним рівнянням

$$\mu \frac{d\nu_0(t)}{dt} = -\frac{F(t)}{\pi}, \quad \nu_0(0) = \nu_0, \quad (7)$$

де гідродинамічна сила $F(t)$ обчислюється за формулою

$$F(t) = 2 \int_0^{\theta^*} p(t, \theta) \cos \theta d\theta. \quad (8)$$

Полярний кут θ^* , що визначає границю області контакту, у випадку нульового зазору між тілом і порожниною каверни, дорівнює $\theta^* = \pi/2$.

Глибина занурення тіла в рідину крізь поверхню порожнини визначається за формулою

$$z^* = \int_0^t \nu_0(\tau) d\tau.$$

Таким чином, сформульована задача (1), (3) – (8) є нестационарною змішаною крайовою задачею з відомою сталою границею. Назвемо дану постановку “загальною”.

В роботі розглядається також спрощена модель процесу занурення тіла в рідину через поверхню каверни (модель “жорсткий екран”), постановка якої відрізняється від “загальної” постановки граничними умовами на вільній поверхні каверни. Отже, для постановки “жорсткий екран” замість динамічної умови на вільній поверхні каверни (4) використовується умова її недеформованості:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=1} = 0, \quad |\theta| > \theta^*. \quad (9)$$

Зазначимо, що дана задача (1), (3), (9), (5) – (8) є незмішаною.

Як буде показано нижче, постановка “жорсткий екран” полегшує виведення розв’язуючої системи задачі, що дозволяє суттєво спростити її чисельну реалізацію.

2. МЕТОД РОЗВ’ЯЗАННЯ

Задачі в запропонованих постановках розв’язувалися на основі чисельно-аналітичного підходу [6]. Розв’язуємо спочатку задачу в “загальній” постановці. Застосовуючи до рівняння (1) перетворення Лапласа за часом t із параметром [1], отримуємо хвильове рівняння в просторі зображень:

$$\frac{\partial^2 \varphi^L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi^L}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi^L}{\partial \theta^2} - s^2 \varphi^L = 0. \quad (10)$$

Величини в просторі зображень за Лапласом позначатимуться з індексом L .

Використовуючи метод Фур’є розподілу змінних і враховуючи умову затухання на нескінченності (5), одержимо загальний розв’язок рівняння (10) у вигляді

$$\varphi^L = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(s) K_n(sr) \cos n\theta, \quad (11)$$

де A_n – невідомі коефіцієнти, $K_n(sr)$ – функції Макдональда [3].

Розкладемо в ряди Фур’є швидкість деформування поверхні каверни $V(t, 0)$ і гідродинамічний тиск $p(t, \theta)$ на ній:

$$p(t, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) \cos n\theta, \quad (12)$$

$$V(t, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(t) \cos n\theta. \quad (13)$$

Застосовуючи перетворення Лапласа за t до виразів (2) для тиску $p(t, \theta)$ і швидкості $V(t, \theta)$ та до розкладань (12), (13), а також враховуючи розв’язок (11), матимемо співвідношення між коефіцієнтами рядів Фур’є для тиску і швидкості в просторі зображень

$$V_n^L(t) = p_n^L(s) + R_n^L(s) \cdot p_n^L(s), \quad (14)$$

де $R_n^L(s)$ матиме вигляд $R_n^L(s) = -1 - K_n'(s)/K_n(s)$.

Тоді за теоремою про згортку оригіналів двох функцій, враховуючи рекурентну формулу $K_n'(s) = -n/s K_n(s) - K_{n-1}(s)$ [1], а також наступні табличні співвідношення між зображенням і оригіналом [6]:

$$e^s K_n(s) \rightarrow \frac{z_1^n + z_2^n}{2\sqrt{(t+1)^2 - 1}}; \quad \frac{e^s}{s} K_n(s) \rightarrow \frac{z_1^n - z_2^n}{2n};$$

$$\frac{e^s}{s} K_0(s) \rightarrow \ln z_1;$$

$$z_1(t) = t + 1 + \sqrt{(t+2) \cdot t}; \quad z_2(t) = t + 1 - \sqrt{(t+2) \cdot t},$$

одержуємо співвідношення між коефіцієнтами Фур'є $V_n(t)$ і $p_n(t)$:

$$V_n(t) = p_n(t) + \int_0^t p_n(\tau) R_n(t - \tau) d\tau. \quad (15)$$

Функція $R_n(t)$ знаходиться з інтегрального рівняння Вольтера 1-го роду зі слабкою особливістю:

$$\int_0^t R_n(\tau) G_n(t - \tau) d\tau = g_n(t), \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad (16)$$

$$G_n(t) = \frac{z_1^n(t) + z_2^n(t)}{2\sqrt{t(t+2)}}; \quad g_n(t) = \frac{z_1^n(t) + z_2^n(t)}{2\sqrt{t+2}} \sqrt{t}.$$

З урахуванням розкладань (12), (13) і співвідношень (15) отримаємо залежність між швидкістю $V(t, \theta)$ і тиском $p(t, \theta)$ на поверхні порожнини:

$$V(t, \theta) = p(t, \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\int_0^t p_n(\tau) R_n(t - \tau) d\tau \right) \cos n\theta. \quad (17)$$

Задовольняючи за допомогою останнього співвідношення граничні умови (3), (4), отримаємо

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) \cos n\theta = \left\{ \nu_0(t) \cos \theta - \sum_{n=0}^{\infty} \left(\int_0^t p_n(\tau) R_n(t - \tau) d\tau \right) \cos n\theta \right\} H(\theta^* - |\theta|), \quad (18)$$

де $H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ – функція Хевісайда.

Розкладаючи в ряди Фур'є по праву частину виразу (18) і прирівнюючи відповідні коефіцієнти в лівій і правій частині, отримуємо нескінченну систему лінійних інтегральних рівнянь Вольтера 2-го роду відносно коефіцієнтів $p_n(t)$:

$$p_n(t) = \nu_{0n}(t) - \sum_{m=0}^{\infty} \beta_{mn} \int_0^t p_m(\tau) R_m(t - \tau) d\tau, \quad (19)$$

$$(n = \overline{0, \infty}),$$

де коефіцієнти $\nu_{0n}(t)$ і $\beta_{mn}(\theta^*)$ матимуть вигляд:

$$\nu_{0n}(t) = \begin{cases} \nu_0(t), & n = 0; \\ \frac{\pi}{2} \nu_0(t), & n = 1; \\ \frac{\nu_0(t)}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{(n+1)\pi}{2}}{n+1} + \frac{\sin \frac{(n-1)\pi}{2}}{n-1} \right), & n > 1. \end{cases} \quad (20)$$

$$\beta_{0n}(\theta^*) = \begin{cases} \frac{(-1)^m}{\pi m}, & m \neq 0; n = 0; \\ \frac{1}{2}, & n = m; \\ \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{(m+n)\pi}{2}}{m+n} + \frac{\sin \frac{(m-n)\pi}{2}}{m-n} \right), & n \neq m, n \neq 0. \end{cases} \quad (21)$$

Коефіцієнти $V_n(t)$ за відомих коефіцієнтів $p_n(t)$ визначатимуться за формулою (15), а швидкість деформування поверхні каверни $V(t, \theta)$ і гідродинамічний тиск $p(t, \theta)$ – за формулами (12), (13) відповідно.

Використовуючи співвідношення (8) і (12), отримаємо гідродинамічну силу опору зануренню тіла крізь поверхню порожнини каверни з боку рідини:

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) b_n(\theta^*), \quad (22)$$

де коефіцієнти визначатимуться за формулою

$$b_n(\theta^*) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ \frac{\pi}{2}, & n = 1; \\ \frac{\sin \frac{(n+1)\pi}{2}}{n+1} + \frac{\sin \frac{(n-1)\pi}{2}}{n-1}, & n > 1. \end{cases}$$

Тоді диференціальне рівняння (7) набуде вигляду

$$\mu \frac{d\nu_0(t)}{dt} = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) b_n(\theta^*), \quad \nu_0(0) = \nu_0. \quad (23)$$

Отже, розв'язуюча система задачі складається з нескінченної системи інтегральних рівнянь (19) і рівняння руху (23).

У результаті розв'язування задачі в постановці “жорсткий екран” (див. формулу (9)) за допомогою запропонованого підходу отримано нескінченну послідовність лінійних інтегральних рівнянь

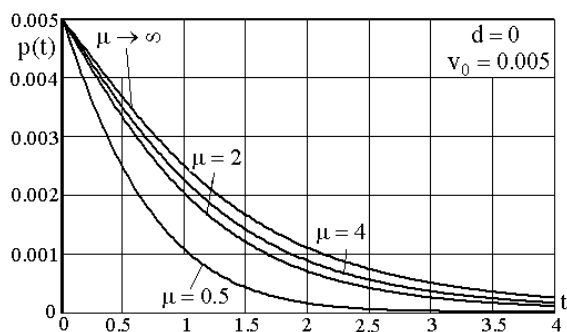


Рис. 2. Залежність гідродинамічного тиску в лобовій точці від часу за різних значень погонної маси

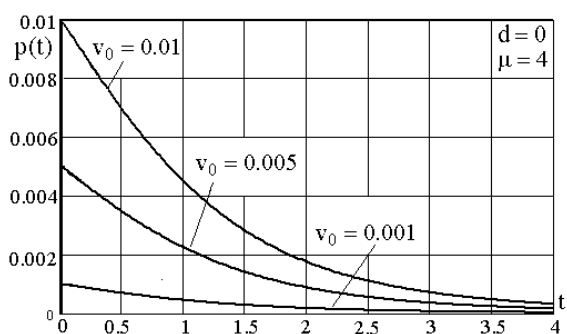


Рис. 3. Залежність від часу гідродинамічного тиску в лобовій точці за різних значень початкової швидкості

Вольєрра 2-го роду відносно коефіцієнтів розкладу $p_n(t)$:

$$p_n(t) = \nu_{0n}(t) - \int_0^t p_n(\tau) R_n(t-\tau) d\tau, \quad (n = \overline{0, \infty}), \quad (24)$$

де ядро $R_n(t)$ обчислюватиметься з рівняння (16), коефіцієнти $\nu_{0n}(t)$ визначатимуться із (20).

Послідовність (24) повинна розв'язуватися сукупно з рівнянням руху (23).

3. ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Розв'язування задачі здійснювалося чисельно на скінченному часовому відрізку $[0, T]$, який розбивався на рівні частини довжиною Δt , і в отриманих вузлах інтервалу часу обчислювалися всі шукані величини.

Нескінченна система (послідовність) інтегральних рівнянь (19), (24) і права частина диференціального рівняння (23) піддавалися редукції. Обґрунтування такої редукції зроблено, зокрема, в [5]. Порядок редукції N вибирався з міркувань

практичної збіжності розв'язку. В системі (послідовності) (19), (24) всі інтеграли обчислювалися за квадратурною формулою лівих прямокутників. У результаті дана система (послідовність) зводилася до системи алгебраїчних рівнянь. Диференціальне рівняння (23) замінювалося різницеvim. Для поліпшення збіжності рядів Фур'є застосовувалися σ -множники Гібса [9]:

$$\sigma_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ \left\{ \sin \frac{\pi n}{N} \right\} / \left\{ \frac{\pi n}{N} \right\}, & n = 1, N. \end{cases} \quad (25)$$

Ядро нескінченної системи (послідовності) інтегральних рівнянь Вольєрра 2-го роду (19), (24) задовольняє рівнянню Вольєрра 1-го роду (16), яке обчислювалося за допомогою наступного підходу:

- інтервал інтегрування розбивався на рівні малі відрізки $[t_j; t_{j+2}]$, $j = 0, 2, \dots, M-2$;
- кожен інтеграл замінювався сумою інтегралів по відрізку розбиття $[t_j; t_{j+2}]$;
- значення $R_n(t)$ на кожному інтервалі $[t_j; t_{j+2}]$ вважалися сталими і виносилися за знак інтегралу зі значенням $R_n(t_{j+1})$;

- інтеграли $\int_{t_j}^{t_{j+2}} G_n(t-\tau) d\tau$ обчислювалися аналітично;

- в результаті такої процедури рівняння (16) зводилося до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $R_n(t_k)$ із трикутною матрицею, де $k \in (0; M/2)$.

В обчисленнях на проміжку часу $[0; 4]$ варіювалися наступні параметри: безрозмірна погонна маса тіла $\mu = 0.25 \div \infty$, початкова швидкість занурення тіла $\nu_0 = 0.001 \div 0.01$.

На рис. 2 показана залежність гідродинамічного тиску $p(t)$ у лобовій точці від часу за різних значень погонної маси циліндричного тіла $\mu = 0.5; 2; 4; \infty$, для початкової швидкості $\nu_0 = 0.005$. Можна помітити, що гідродинамічний тиск у лобовій точці тіла в початковий момент часу, відповідно до гіпотези плоскої хвилі, дорівнює своєму максимальному значенню $p = \rho C \nu_0$, в розмірних позначеннях. Далі на початковому етапі розглянутого часового інтервалу тиск різко падає, причому тим швидше, чим легше тіло.

На рис. 3 показана залежність від часу гідродинамічного тиску в лобовій точці за різних значень початкової швидкості $\nu_0 = 0.001; 0.005; 0.01$, для маси тіла $\mu = 4$. Із рисунка можна помітити, що більшому значенню початкової швидкості відповідає більше значення гідродинамічного тиску в лобовій точці.

На рис. 4 показана залежність гідродинамічної

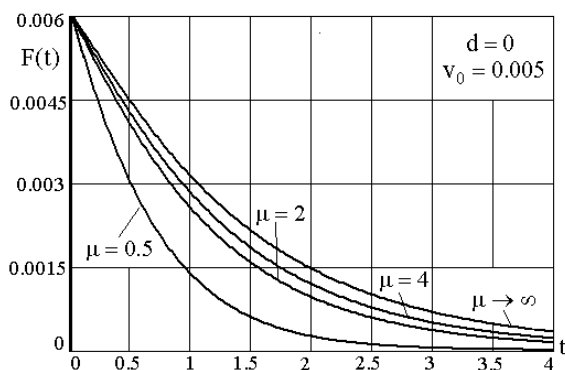


Рис. 4. Залежність гідродинамічної сили від часу за різних значень маси

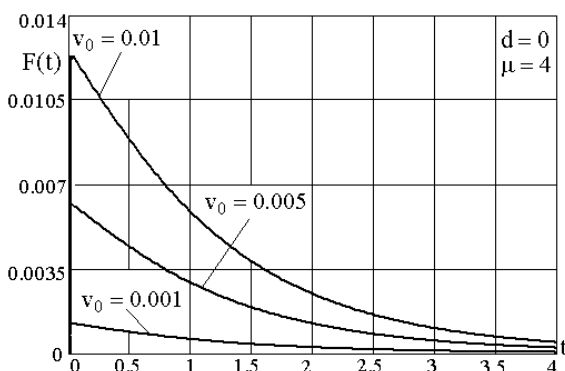


Рис. 5. Залежність гідродинамічної сили від часу за різних значень початкової швидкості

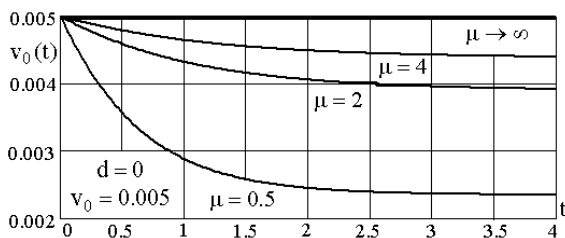


Рис. 6. Залежність швидкості руху тіла за різних значень маси тіла

сили $F(t)$ від часу для початкової швидкості $v_0 = 0.005$ за різних значень маси $\mu = 0.5; 2; 4; \infty$. Із рисунка можна помітити, що гідродинамічна сила істотно залежить від маси тіла: чим масивніше тіло, тим більша сила.

На рис. 5 показана залежність гідродинамічної сили $F(t)$ від часу для маси $\mu = 4$, за різних значень початкової швидкості $v_0 = 0.001; 0.005; 0.01$. Із рисунка можна помітити, що більшому значенню швидкості в довільний момент часу відповідає більше значення гідродинамічної сили.

На рис. 6 показана залежність швидкості руху

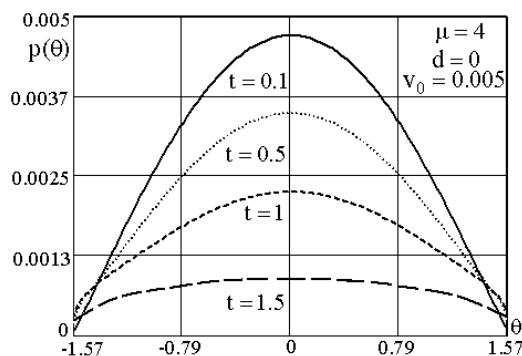


Рис. 7. Розподіл гідродинамічного тиску по поверхні порожнини в різні моменти часу

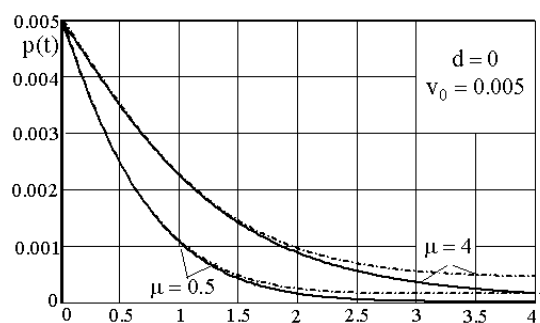


Рис. 8. Порівняння результатів для гідродинамічного тиску, одержаних з використанням різних постановок

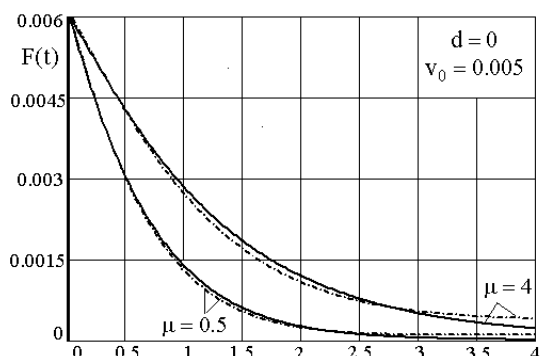


Рис. 9. Порівняння результатів для гідродинамічної сили, одержаних з використанням різних постановок

тіла $v_0(t)$ від часу для початкової швидкості $v_0 = 0.005$, за різних значень маси тіла $\mu = 0.5; 2; 4; \infty$. Із рисунка видно, що в довільний момент часу чим масивніше тіло, тим більше значення швидкості.

На рис. 7 наведено розподіл гідродинамічного тиску $p(t)$ по поверхні порожнини в моменти часу $t = 0.5; 1; 1.5$ для наступних значень швидкості $v_0 = 0.005$ і маси $\mu = 4$. З цього рисунка випливає:

- гідродинамічний тиск на недеформованій поверхні каверни дорівнює нулю, що відповідає гра-

ничним умовам моделі задачі;

- з часом відбувається розширення області контакту та відповідний перерозподіл по ній тиску.

Для моделі “жорсткий екран” одержано аналогічні результати, тому доцільно зупинитися на деяких з них.

На рис. 8 наведено порівняння результатів для гідродинамічного тиску $p(t)$, одержаних на проміжку часу $[0; 4]$ з використанням різних постановок: модель “жорсткий екран” і “загальна” постановка з природними граничними умовами на вільній поверхні каверни. У розрахунках використовувалися такі значення параметрів: початкова швидкість $\nu_0 = 0.005$, погонна маса $\mu = 4$. Криві, позначені на малюнку пунктиром і суцільною лінією, відповідають моделі “жорсткий екран” і “загальній” постановці.

На рис. 9 наведено порівняння результатів, що були одержані для гідродинамічної сили $F(t)$ для обох постановок: модель “жорсткий екран” і “загальна” постановка. У розрахунках використовувалися такі значення параметрів: погонна маса $\mu = 4$, початкова швидкість $\nu_0 = 0.005$. Криві, позначені на малюнку суцільною лінією та пунктиром, відповідатимуть “загальній” постановці та моделі “жорсткий екран”.

Із рис. 8–9 видно, що більш “жорсткі” умови на вільній поверхні порожнини завищують значення гідродинамічних навантажень, але оскільки ця різниця в значеннях характеристик незначна, то для одержання інженерних оцінок розвитку процесу можна рекомендувати дану спрощену методику, що суттєво скоротить затрати комп’ютерного часу.

Слід зазначити, що для випадку нестисливої рідини згідно формули (2.12) публікації [18] гідродинамічна сила для нульового зазору дорівнюватиме нулю.

ВИСНОВКИ

У роботі одержано розв’язок плоскої задачі занурення твердого циліндричного тіла в ідеальну стисливу рідину через поверхню циліндричної порожнини для нульового зазору в двох постановках, що відрізняються між собою граничними умовами на вільній поверхні каверни. Обчислено гідродинамічні та кінематичні характеристики досліджуваного процесу. Проведено оцінку ступеня впливу на шукані характеристики різних граничних умов на вільній поверхні каверни.

1. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами.– М.: Наука, 1979.– 832 с.

2. *Баженов В.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В.* Анализ нелинейных эффектов при проникании тел в сжимаемую жидкость // Прикладная механика.– 1986.– 22, № 2.– С. 125–127.
3. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции: Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены.– М.: Наука, 1966.– 296 с.
4. *Васин А.Д., Парышев Э.В.* Погружение цилиндра в жидкость через цилиндрическую свободную поверхность, № 2.– М.: Механика жидкости и газа, 2001.– 3–12 с.
5. *Коробейник Ю.Ф.* О сходимости метода редукции при решении счетных систем линейных интегральных уравнений // Уч. зап. Рост. н./Д. ун-та.– 1956.– 43, № 6.– С. 21–57.
6. *Кубенко В.Д.* Нестационарное взаимодействие элементов конструкций со средой.– Киев: Наук. думка, 1979.– 184 с.
7. *Кубенко В.Д.* Нестационарные поперечные движения тонкого длинного тела при суперкавитационном обтекании // Докл. НАНУ.– № 6.– 2003.– С. 41–47.
8. *Кубенко В.Д.* Плоская задача соударения тонкого длинного тела с поверхностью цилиндрической полости в жидкости // Прикладная механика.– 2006.– № 6.– С. 32–53.
9. *Ланцюш К.* Практические методы прикладного анализа.– М.: Физматгиз, 1961.– 542 с.
10. *Логвинович Г.В.* Гидродинамика течений со свободными границами.– Киев: Наук. думка, 1969.– 215 с.
11. *Логвинович Г.В.* Некоторые вопросы глассирования // Тр. ЦАГИ.– 1980.– Вып. 2052.– С. 3–12.
12. *Морс Ф., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. В 2-х т.: Т. 1.– М.: Изд-во иностр. лит., 1958.– 960 с.
13. *Савченко Ю.Н., Власенко Ю.Д., Семенов В.Н.* Экспериментальные исследования высокоскоростных кавитационных течений // Гидромеханика.– 1998.– Вып. 72.– С. 103–111.
14. *Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Путилин С.И.* Нестационарные процессы при суперкавитационном движении тел // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– № 1.– С. 78–97.
15. *Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Серебряков В.В.* Экспериментальное исследование развитых кавитационных течений при дозвуковых скоростях обтекания // Докл. НАНУ.– 1993.– № 2.– С. 64–69.
16. *Hrubec J.D.* High-Speed Imaging of Supercavitating Underwater Projectiles’ Experiments in Fluids 30.– Springer-Verlag: Berlin GE, 2001.– 57–64 p.
17. *Kirschner I.N.* Supercavitating Projectiles Experiments at Supersonic Speeds’ abstract published in the Proceeding of the NATO/AGARD Fluid Dynamics Panel Workshop on High-Speed Body Motion in Water.– AGARD Report 827: Kiev, Ukraine, 1997.– P.
18. *Paryshev E.V.* Mathematical modeling of unsteady cavity flows // Fifth International Symposium on Cavitation (CAV 2003).– Osaka, Japan, 2003.– P. 1–18.
19. *Savchenko Yu.N., Semenenko V.N., Putilin S.I., Savchenko G.Yu., Naumova Ye.I.* Designing the high-speed supercavitating vehicles // International Conferens on Fast Sea Transportation.– FAST’2005, St. Petersburg, Russia.– P. 2005.