УДК 004.7

О.П. Ігнатенко

МОДЕЛЮВАННЯ ОБСЛУГОВУВАННЯ КОРИСТУВАЧІВ У МЕРЕЖІ З ОДНИМ СЕРВЕРОМ ЗА УМОВ КОНФЛІКТУ

При моделюванні мереж нерідко виникає необхідність урахування наслідків дій, спрямованих на погіршення роботи системи. Ці дії можуть бути результатом атаки або нескоординованості дій користувачів у самій системі. Одним з можливих підходів до аналізу такого роду ситуацій є потокові моделі (fluid models). У роботі розглядається узагальнення моделі роботи сервера, що обслуговує користувачів на випадок конфлікту. Така модель дозволяє описати атакуючі дії та поведінку системи захисту. Проводиться формальна постановка задачі за наявності інтегральних обмежень на завдання користувачів. Знайдені умови за якими гра може бути закінчена за скінчений час.

Вступ

У даній роботі розглядаються математичні моделі мереж, що функціонують в умовах конфлікту та невизначеності. Області застосування таких моделей охоплюють найрізноманітніші галузі людської діяльності. Особливо важливими є інформаційні мережі. Навіть мережа, що моделює роботу невеликого провайдера Інтернет (Internet service provider) може бути надзвичайно складною. Проблеми керування, що виникають у мережі Інтернет загалом спільні для всіх комунікаційних мереж. Це, зокрема, питання побудови стратегії маршрутизації пакетів з одного вузла до іншого через мережу, що складається з буферів і ланок. Розглядаючи задачу створення стратегій керування інформаційними мережами важливо відзначити наступні її особливості:

- окремі вузли не мають повної інформації щодо завантаженості буферів та ланок мережі. Всі рішення щодо маршрутизації мають визначатися лише на основі доступної локальної інформації;
- проектні рішення крім обмеження в інформованості мають також обмеження у протоколах функціонування мереж;
- у недалекому майбутньому Інтернет буде передавати потоки аудіо та відео нарівні з звичайним трафіком даних, при цьому проблема розподілу ресурсів між різнорідними користувачами та забезпечення рівномірної роботи системи залишається відкритою.

Інтернет трафік представляє собою надзвичайно складний для аналізу об’єкт, який характеризується періодичністю та нестабільною динамікою. Його дослідженням присвячені чисельні роботи, наприклад, [1, 2].

Часткова причина складності аналізу трафіка полягає у взаємодії великої кількості взаємопов’язаних комп’ютерів, керування яких визначається локальною інформованістю. Недостатність інформації про глобальні характеристики системи виливається у прийняття локально оптимальних рішень. За певних умов такі рішення збігаються з оптимальними, але це трапляється досить рідко. З розвитком мереж з’являються додаткові можливості по інформуванню кожного вузла надійною інформацією про роботу системи за допомогою спеціальних алгоритмів [1, 3].

Тому виникає необхідність у проведенні досліджень і розробці алгоритмів маршрутизації, що суттєво використовують різноманітну інформацію про топологію мережі та рівні завантаженості окремих ланок мережі. Ще одним важливим напрямком розвитку сучасних мереж є безпровідні мережі. На сьогодні вони тільки починають змінювати структуру і функціонування комунікаційних мереж, але необхідність їх подальшого розвитку не викликає сумніву. У безпровідних мережах схеми маршрутизації дуже схожі на ті, що використовуються у мережі Інтернет. Зокрема, в обох випадках ресурсами є живлення і пропускна здатність. Також спільними є наявність багатьох користувачів і шляхів між користувачами та вузлами мережі.

Відмінність безпровідних мереж полягає у сильній мінливості структури в залежності від втрат пакетів та з'єднань. В результаті цього визначити максимальні можливі характеристики передачі пакетів надзвичайно складно, особливо в системах з багатьма користувачами.

У комунікаційних мережах (на відміну від виробничих мереж) існує сильна залежність між досягненням максимальних частот потоків даних та схеми обробки пакетів – тобто протоколу. Високі значення частот передачі як правило пов'язані з інтелектуальною обробкою інформації і вимагають створення специфічного програмного забезпечення.

Іншою відмінністю є наявність помилок, викликаних взаємним впливом багатьох користувачів. Такі помилки не є катастрофічними (як це може бути в системах транспортування або виробництва) і можуть бути виправлені відповідним кодуванням протоколів.

Керування комунікаційними мережами останні п'ятнадцять років було предметом жвавих досліджень, але все ще є досить молодою дисципліною. Кожен з її підрозділів прагне фокусуватися на певному класі практичних задач. Наприклад, потокові рівноважні моделі використовуються, в основному, для аналізу алгоритмів маршрутизації. Дослідження лінійних програм зосереджені на стохастичних моделях і аналізу характеристик їх функціонування та ін.

Розгляд проблеми керування стохастичними моделями мереж на основі потокових моделей має певну історію [4]. Оптимізація потокових моделей пов'язана з книгою Андерсона і Неша [5], яка була присвячена нескінченно-вимірному лінійному програмуванню.

У даній роботі продовжується розвиток ідей, висловлених у [6 – 8] щодо застосування досягнень теорії конфліктних динамічних систем для моделювання роботи мережі. Такий підхід, який використовуватиме потужний апарат для опису поведінки керованих систем за умов невизначеності і конфлікту дозволить розробити аналітичну модель поведінки системи, сконструювати стратегії керування та провести аналіз стійкості отриманого розв'язку.

1. Математичні моделі

Мережа буде вважатися скінченним набором терміналів, кожний з яких має певну кількість буферів. *Пакети,* що очікують у такому буфері можуть представляти собою пакети даних, обсяги енергії або людей, що очікують на обслуговування. Один або декілька *серверів* обслуговують пакети на даному терміналі, після чого пакет покидає мережу або іде на інший термінал. Пакети прибувають до буферів терміналу з *джерел* які також можна вважати частиною мережі в разі, якщо має місце зворотний зв'язок. В цьому разі джерела отримують оброблені пакети, що виходять з «робочої» частини мережі.

У роботі [8] було розглянуто модель окремого сервера з протидією. За основу було взято звичайну потокову модель, яку було узагальнено для врахування атакуючих дій. Нагадаємо основні моменти. Нехай динамічна система описується лінійним диференціальним рівнянням:

$$\frac{dq(t)}{dt} = Aq(t) + Bu(t) - Cv(t) + \alpha(t), \quad (1)$$

де фазовий вектор $q(t) \in R_+^n$ описує (як правило) час затримки різних ланок мережі, керування гравців – вимірні функції які приймають значення з компактних множин U і V відповідно: $u(t) \in U \subset R^m$, $v(t) \in V \subset R^l$.

Векторна функція $\alpha(\cdot): R \to R^n$ описує потік пакетів у момент часу t і вважається невідомою обом гравцям і обмеженою у часі величиною $\alpha_{\max}$. A, B, C – дійсні матриці розмірністю $n \times n$, $n \times m$ і $n \times l$, відповідно. Умовою закінчення гри будемо вважати виконання рівності $q(t) = 0$. Гра відбувається наступним чином: у кожний момент часу $t \geq 0$ гравці обирають свої керування $v(t)$ і $u(t)$, причому перший гравець прагне збільшити черги в мережі, а другий якомога швидше звести їх до нуля.

Якщо $\alpha(t) \equiv 0$, тоді рівняння перетворюється на звичайний конфліктно-керовний процес [9]

$$\frac{dq(t)}{dt} = Aq(t) + Bu(t) - Cv(t). \qquad (2)$$

Задачі конфлікту двох учасників започаткували створення теорії диференціальних ігор. Дослідженню процесів типу (2) присвячені численні роботи починаючи з Р. Айзекса, Л.С. Понтрягіна та М.М. Красовського. В даній роботі буде використовуватися ідея першого прямого методу Л.С. Понтрягіна [10, 11], який був розроблений у 1965 р. Особливість цього методу полягає у тому, що він вимагає суттєвої переваги одного гравця над іншим та фактично зводить гру до задачі оптимального керування.

У даній роботі розглядається моделювання обслуговування користувачів одним сервером.

Опишемо загальну модель системи (рис. 1). Джерела (в загальному випадку їх може бути N) мають обробити на сервері певну кількість запитів. При цьому вони можуть впливати на порядок надсилання шляхом вибору функції $\alpha_i(t)$, $i = 1,..,N$, яка описує частоту надсилання пакетів.

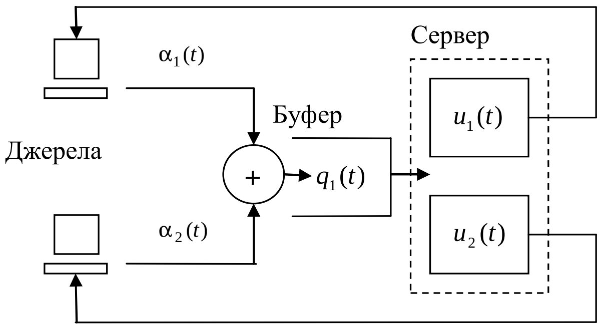

Рис. 1. Загальна модель системи

Кожне джерело намагається мінімізувати час обробки своїх завдань на сервері. Після надсилання пакети потрапляють в буфер сервера, який описується чергою $q_1(t)$. У залежності від схеми обробки пакети можуть бути класифіковані за джерелами або ні. В останньому разі вони розглядаються сервером як однакові.

Величина буфера може бути обмежена, в цьому випадку можливі переповнення і надсилання пакетів протягом певного часу стає неможливе.

Схема обробки пакетів $u(t)$ має описувати роботу сервера та забезпечувати найбільш ефективне використання наявних ресурсів для виконання задач користувачів.

Загальна задача полягає у знаходженні умов при яких роботу системи можна стабілізувати, конструюванні стратегії $u(t)$ та аналізу роботи системи за умов конфлікту.

Розглянемо модель системи у диференціальній формі:

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(t) + u(t), \qquad (3)$$

де $q(t_0) \in R_+$, $|u(t)| \le \mu$ і стратегія $u(t)$ взагалі кажучи вимірна функція. Пакети від джерел $1...N$ надходять до загального буфера $q(t)$ та виконуються на сервері з частотою $u(t)$.

Доповнимо цю модель додатковими припущеннями:

(i) частота надсилання пакетів може змінюватися з часом. Позначимо $\alpha(t)$ – частоту потоку пакетів у момент часу t;

(ii) буфер $q(t)$ будемо вважати обмеженим, іншими словами $0 \le q(t) \le q_{\max}$;

(iii) можливості сервера обмежені величиною μ: $u(t) \le \mu$.

При цьому вважається, що система захисту в момент часу t володіє інформацією про всі $\alpha_i(t)$, $i = 1,..,N$ та про $q(t)$.

Будемо розглядати наступні типи обмежень для функції $\alpha(t)$.

1. Геометричні обмеження. Цей тип обмежень описує обмеженість каналу зв'язку джерела з сервером і описується наступним чином: $0 \le \alpha(t) \le \alpha_{\max}$.

2. Інтегральні обмеження. Ці обмеження відображають той факт, що кількість пакетів, яка може бути надіслана протягом періоду роботи системи є обмеженою. Даний тип обмежень описується нерівністю: $\int_{t_0}^{\infty} \alpha(t)dt \le \alpha_{\text{int}}$.

Задача полягає у знаходженні умов які б гарантували наведення вектора $q(t)$ у точку (0,0) зі стану q_0 при будь-яких протидіях суперника не пізніше ніж за час $T(q_0) < \infty$.

Якщо $q_2(0) = 0$ і $v(t) \equiv 0$, $N = 1$ $\alpha(t) \equiv \alpha_{\max}$, то система (3) зводиться до відомої задачі керування [4], яка має розв'язок при виконанні умови $\mu > \alpha_{\max}$. Оптимальне (у сенсі задачі швидкодії) керування задається формулою $u(t) = (u_1(t), 0)$, де

$$u_1(t) = \begin{cases} \mu, & q_1(t) > 0 \\ 0, & q_1(t) = 0 \end{cases}.$$

Час вичерпання черги дорівнює $\dfrac{q_1(0)}{\mu - \alpha_{\max}}$.

Твердження 1. Розглянемо динамічну систему:

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(t) + u(t)$$

з обмеженнями

1) $0 \le \alpha_i(t) \le \alpha_i^{\max}$, $i = 1,..,N$.
2) $\int_{t_0}^{\infty} \alpha_i(t)dt \le \alpha_i^{\text{int}}$, $i = 1,..,N$.

Якщо $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max} < \mu$, то для будь якого $q(t_0)$, та функцій $\alpha_i(\cdot)$ існує мінімальний момент часу $T < +\infty$, такий, що $q(T) = 0$.

Якщо $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max} \ge \mu$, то для початкових положень, що задовольняють наступній нерівності:

$$q(t_0) \le q_{\max} - \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}} + \mu \max_i \left\{ \frac{\alpha_i^{\text{int}}}{\alpha_i^{\max}} \right\},$$ існує

момент часу $T < +\infty$, такий, що $q(T) = 0$.

Доведення. Якщо $q(t_0) = 0$, то $T = t_0$. Нехай тепер $q(t_0) > 0$. Розглянемо розв'язок рівняння (3):

$$q(t) = q(t_0) + \sum_{i=1}^{N} \int_{t_0}^{t} \alpha_i(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} u(\tau)d\tau. \quad (4)$$

Для стратегії

$$u(t) = \begin{cases} -\mu, & q(t) > 0 \\ 0, & q(t) = 0 \end{cases}$$

рівняння (4) приймає вигляд

$$q(t) = q(t_0) + \sum_{i=1}^{N} \int_{t_0}^{t} \alpha_i(\tau)d\tau - \mu t.$$

Застосуємо обмеження 1, 2 та отримаємо наступний результат:

$$\int_{t_0}^{t} \alpha_i(\tau)d\tau \le \begin{cases} \alpha_i^{\max} t, & t \le \dfrac{\alpha_i^{\text{int}}}{\alpha_i^{\max}}, \\ \alpha_i^{\text{int}}, & t > \dfrac{\alpha_i^{\text{int}}}{\alpha_i^{\max}}. \end{cases}$$

Введемо позначення $T_i = \dfrac{\alpha_i^{\text{int}}}{\alpha_i^{\max}}$ та $T_{\max} = \max_i T_i$, $T_{\min} = \min_i T_i$.

Нехай $t \le T_{\min}$, тоді

$$q(t) \le q(t_0) + t\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max} - \mu t.$$

Якщо $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max} < \mu$ то $q(T) = 0$ для $T \le \dfrac{q(t_0)}{\mu - \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max}}$. При цьому виконується $q(t) \le q(t_0) \le q_{\max}$.

Якщо $t \in [T_{\min}, T_{\max}]$, то

$$q(t) \le q(t_0) + t\sum \alpha_i^{\max} + \sum \alpha_i^{\text{int}} - \mu t \le$$
$$\le q(t_0) + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}} - \mu t.$$

Остання нерівність вірна і для $t > T_{\max}$. Отже для $t > T_{\min}$ виконується $q(t) \le q_{\max}$, в разі якщо:

$$q(t_0) \le q_{\max} - \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}} + \mu \max_i \left\{ \frac{\alpha_i^{\text{int}}}{\alpha_i^{\max}} \right\}.$$

У результаті $q(T) = 0$ для $T \le \dfrac{q(t_0) + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}}}{\mu}$.

Для великих значень α_i^{int} та $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max} < \mu$ отримуємо результат близький до моделі одного сервера. Однак інтегральні обмеження допускають можливість стабілізації системи і при $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\max} \geq \mu$. Виявляється, що в цьому випадку $q(T)=0$ за час не більший за $\dfrac{q(t_0)+\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\mathrm{int}}}{\mu}$.

Доведення завершене.

Для ілюстрації поведінки системи (3) при різних значеннях параметрів було використано середовище моделювання мереж OMNet++. Розроблено модель поведінки черги за наявністю інтегральних обмежень. Результати моделювання показані на рис. 2.

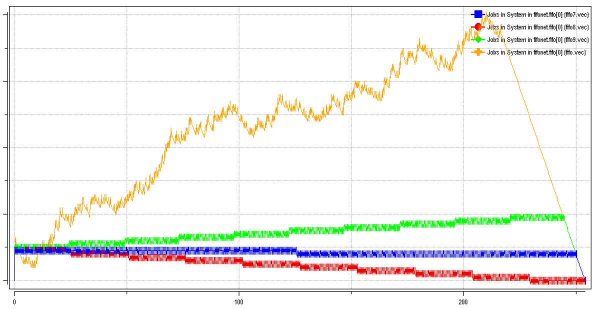

Рис. 2. Графік черги динамічної системи

2. Конфліктно-керована модель

У даному розділі буде розглядатися розширення моделі (3) на конфліктний випадок. Розглянемо динамічну систему з початковою умовою $q(t)=(q_1(t),q_2(t))$, яка описується системою лінійних диференціальних рівнянь:

$$\dot{q}_1(t)=\sum_{i=1}^{N} \alpha_i(t)+k\cdot q_2(t)-u_1(t),$$

$$\dot{q}_2(t)=v(t)-u_2(t),\ t\geq 0. \qquad (5)$$

Фазовий стан системи (5) описується вектором $q(t)=(q_1(t),q_2(t))\in R^2$, де $q_1(t)\in R_+$ – довжина або час черги в буфері в момент часу t. Буфер обмежений:

$$0\leq q_1(t)\leq q_1^{\max} \text{ для всіх } t\geq 0 .$$

Параметр $q_2(t)\in R_+$ пов'язаний з нападником, який намагається погіршити роботу мережі (максимізувати $q_1(t)$ іншими словами) використовуючи керування $v(t)$, $v(t)\geq 0$, $v(t)\leq \nu$. Обираючи функцію $v(t)$ в момент часу t нападник встановлює потужність атаки (частоту атакуючих пакетів) $q_2(t)$, значення якої підкоряється нерівності:

$$0\leq q_2(t) \text{ для всіх } t\geq 0 .$$

Параметр $q_2(t)$ впливає на чергу $q_1(t)$ лінійно з коефіцієнтом $k\geq 0$.

Гра починається з початкової умови $q(0)=(q_1(0),q_2(0))$. Інший гравець – захисник, розподіляє свої ресурси керування за двома напрямками $u_1(t)$ – для обробки поточних запитів користувачів і пакетів атаки (будемо вважати що вони завантажують мережу однотипними пакетами) та $u_2(t)$ – для виявлення і відсічення джерел атаки.

На керування захисника накладається природне обмеження $u_1(t)\geq 0$, $u_2(t)\geq 0$, $u_1(t)+u_2(t)\leq \mu$. При цьому вважається, що захисник у момент часу t володіє інформацією про $\alpha_i(t)$, $v(t)$ і $q(t)$.

Функції $\alpha_i(\cdot):R\to R^n$, які описують потік пакетів від джерел у момент часу t, вважаються додатними і обмеженими числами $\alpha_i^{\max}$ відповідно. Крім цього загальна кількість пакетів обмежена:

$$\int_{t_0}^{\infty} \alpha_i(t)dt\leq \alpha_i^{\mathrm{int}},\ i=1,..,N .$$

Задача полягає у знаходженні умов які б гарантували наведення вектора $q(t)$ в точку (0,0) зі стану q_0 при будь-яких протидіях суперника не пізніше ніж за час $T(q_0)<\infty$.

Схема роботи системи (5) показана на рис. 3.

Покажемо, що ця модель може бути стабілізована для $\mu\geq v$ при умові, що початковий вектор задовольняє нерівності

$$q(t_0)\leq q_{\max}-\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\mathrm{int}}+\mu \max_i \left\{ \frac{\alpha_i^{\mathrm{int}}}{\alpha_i^{\max}} \right\}.$$

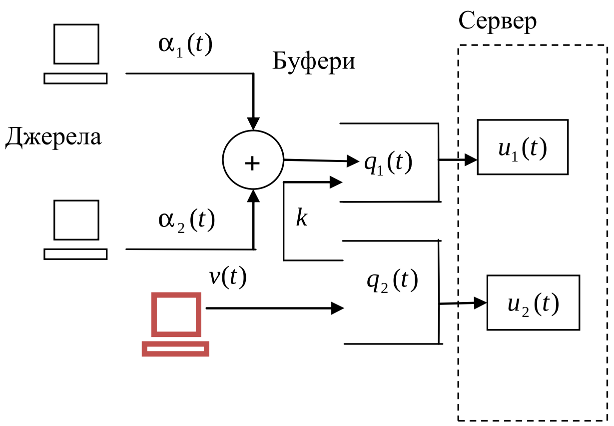

Рис. 3. Система в умовах конфлікту

Для розв'язання задачі слід зазначити допустиму стратегію $u(t,q(t),v(t))$ та момент часу T такі, що $q(t,u(t))=0$ для всіх $t \geq T$. Цей результат має досягатись за всіх допустимих функцій $\alpha_i(t)$, $i=1,..,N$, та довільної функції $v(t)$.

Запишемо систему рівнянь (5) у стандартній формі.

Позначимо $A=\begin{pmatrix} 0 & k \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, тоді

$$\dot{q}(t)=Aq(t)+\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N}\alpha_i(t) \\ v(t) \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Множини керування мають вигляд

$$U=\{u \in R_+^2 : u_1+u_2 \leq \mu\},$$

$$V=\{v \in R_+^2 : v_1=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(t), v_2 \leq \nu\}.$$

Використаємо при конструюванні стратегії протидії ідею першого прямого методу Л.С. Понтрягіна [10, 11].

Теорема. Нехай для системи (6) виконуються умови

1) $\mu \geq \nu$;

2) $q_1(0)+\frac{k}{2}\frac{(q_2(0))^2}{\mu-\nu}+\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^{\text{int}} \leq q_1^{\max}$.

Тоді існує стратегія $u(t)$, яка гарантує закінчення гри не пізніше моменту часу $T(q(0))$.

Доведення. Без втрати загальності можемо вважати, що $q(0) \neq (0,0)$. Введемо позначення для моментів часу:

$$T_* = \min\{t>0 : q_1(t)=0\};$$

$$T^* = \min\{t \geq 0 : q_2(t)=0\}.$$

Визначимо стратегію $u(t)$

$$u(t)=\begin{cases} (0,-\mu), & t\in[0,T^*] \\ (\mu-v(t),v(t)), & t\in[T^*,T_*] \end{cases} \quad (7)$$

Покажемо, що стратегія $u(t)$, допустима. Дійсно, $u(t)$ визначена для всіх $t \geq 0$ і на проміжку часу $[0,T_1]$ виконується $u_1(t)+u_2(t)=\mu$. При цьому $u_1(t) \geq 0$, $u_2(t) \geq 0$ для всіх $t \geq 0$, оскільки виконується умова 1. Підставимо керування (7) в систему (6).

Для $t \in [0,T^*]$

$$\dot{q}_1(t)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(t)+k \cdot q_2(t),$$

$$\dot{q}_2(t)=v(t)-\mu.$$

Для $t \in [T^*,T_*]$

$$\dot{q}_1(t)=v(t)+\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(t)-\mu,$$

$$\dot{q}_2(t)=0.$$

Отже не пізніше за час $\hat{T}=\frac{q_2(0)}{\mu-\nu}$ виконується $q_2(t)=0$. Або, іншими словами $T^* \leq \hat{T}$. При цьому виконуються наступні співвідношення:

$$q_1(t)=q_1(0)+\int_0^t kq_2(\tau)d\tau+\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(\tau)d\tau=$$

$$=q_1(0)+kq_2(0)t+\int_0^t k(v(\tau)-\mu)d\tau+$$

$$+\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\alpha_i(\tau)d\tau,$$

$$q_1(t) \leq q_1(0)+kq_2(0)t-k(\mu-\nu)\frac{t^2}{2}+\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^{\text{int}},$$

$$q_1(T^*) \leq q_1(0)+k\frac{(q_2(0))^2}{\mu-\nu}-$$

$$-k(\mu-\nu)\frac{1}{2}\left(\frac{q_2(0)}{\mu-\nu}\right)^2+\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^{\text{int}},$$

$$q_1(T^*) \leq q_1^{\max}.$$

Остання нерівність випливає з умови 2. В момент часу T^* відбувається переключення керування. Оскільки $q_2(t)=0$, $t \ge T^*$, то розглядаємо далі тільки $q_1(t)$

$$q_1(t) = q_1(T^*) - \int_{T^*}^{t} (v(\tau) + \alpha(\tau) - \mu) d\tau +$$

$$+ \int_{T^*}^{t} \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(\tau) d\tau ,$$

$$q_1(t) \le q_1(T^*) - (\mu - \nu)(t - T^*) + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}} ,$$

$$t \le \frac{q_1(T^*) + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}} + (\mu - \nu) T^*}{\mu - \nu} .$$

Таким чином, має місце наступна оцінка для T_*

$$T_* \le \frac{q_1(0)}{\mu - \nu} + \frac{k}{2} \left(\frac{q_2(0)}{\mu - \nu} \right)^2 + T^* \le$$

$$\le \frac{q_1(0)}{\mu - \nu} + \frac{q_2(0)}{\mu - \nu} + \frac{k}{2} \left(\frac{q_2(0)}{\mu - \nu} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{\text{int}} .$$

Отже, не пізніше як у момент часу T_* гру буде завершено при будь-яких діях суперника $v(t)$. Теорема доведена.

Висновки

У роботі досліджувалась модель сервера, що обслуговує користувачів без виділення окремих каналів зв'язку. За основу взято потокову модель, та узагальнено її для врахування конфлікту. Описана поведінки нападника і захисника у термінах диференціальної гри. Проведена формальна постановка й аналіз отриманої гри. Знайдені умови на можливості гравців і початковий стан системи, при яких гра може бути закінчена за скінчений час.

1. *Huitema C.* Routing in the Internet. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1999.
2. *Willinger W., Paxson V. and other*. Long-range dependence and data network traffic // Theory and applications of long-range dependence. – 2003. – N 4. – P. 373–407.
3. *Floyd S., Jacobson V.* Random early detection gateways for congestion avoidance. // IEEE/ACM Trans. Netw. – 1993. – N 1(4). – P. 397–413.
4. *Meyn S.* Control Techniques for Complex Networks. – Cambridge University Press, 2007. – 582 p.
5. *Anderson E. J., Nash P.* Linear program-ming in infinite-dimensional spaces. – Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization. – 1987. – 472 p.
6. *Андон П.І, Ігнатенко О.П.* Протидія атакам на відмову в мережі Інтернет: концепція підходу // Проблеми програмування. – 2008. – № 2-3. – С. 564 – 574.
7. *Андон П.І., Ігнатенко О.П.* Атаки на відмову в мережі Інтернет: опис проблеми та підходів щодо її вирішення. – Київ, 2008. – 50 с. – Препринт / НАН України. Ін-т програмних систем.
8. *Ігнатенко О.П.* Конфліктна задача взаємодії двох гравців у відкритому інформаційному середовищі // Проблеми програмування. – 2009. – № 1. – С. 56 – 65.
9. *Чикрий А.А.* Конфликтно управляемые процессы. – Киев: Наук. думка, 1992. – 384 с.
10. *Никольский М.С.* Первый прямой метод Л.С. Понтрягина в дифференциальных играх. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 65 с.
11. *Понтрягин Л.С.* Избранные научные труды. – М.: Наука, 1988. – **2**. – 576 с.

Отримано 04.06.2009

Про автора:

Ігнатенко Олексій Петрович,
кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
докторант.

Місце роботи автора:

Інститут програмних систем
НАН України, 03187, Київ – 187,
Проспект Академіка Глушкова, 40.
Тел.: 526 6025.
e-mail: o.ignatenko@gmail.com