УДК 004.94:658.01

СТАТИСТИЧНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВЯЗАННЯ ДЕТЕРМІНОВАНИХ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Тимченко А.А., Бойко В.В., Скоробрещук В.В, Гаврилей О.М.
Черкаський державний технологічний університет
18006, Черкаси, бул. Шевченка 460

tymchenko@uch.net

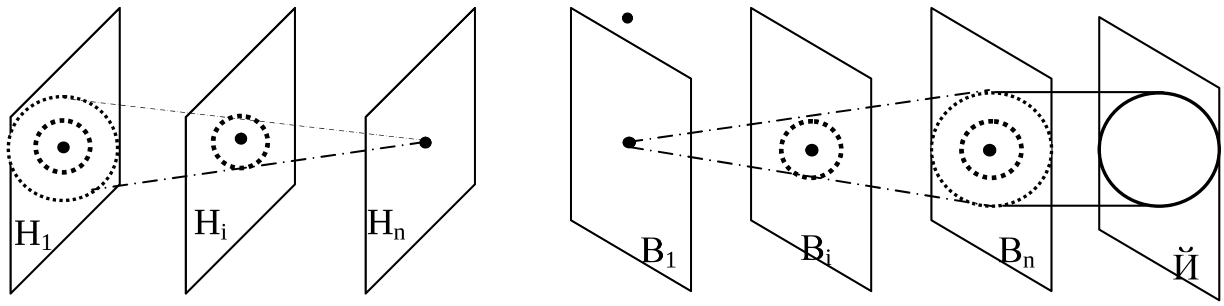
В статті поданий до розгляду результати використання системного підходу до методів розв'язання детермінованих задач ідентифікації. Проведено ряд експериментів пошуку апроксимуючих залежностей різної складності (нелінійності), починаючи з найбільш складних і поступово спрощуючи до простого виду поліному. Розглянуті задачі ідентифікації дають можливість пошуку на ЕОМ функціональних залежностей детермінованого виду, які включають в себе прості функції та їхні перетворення (типу статичних характеристик).
Ключові слова: системний підхід, ідентифікація, детермінований підхід.

The article submitted to the consideration of the results of using a systematic approach to deterministic methods for solving problems of identification.A series of experiments searching approximating dependencies of varying complexity (nonlinearity), starting with the most complex and gradually making it easier to type a simple polynomial. The tasks of identifying allow searching on the computer functional dependencies deterministic species, which include simple functions and their transformations (such as static characteristics).
Keywords: systematic approach, identification, deterministic approach.

В статье представлены к рассмотрению результаты использования системного подхода к методам решения детерминированных задач идентификации. Проведен ряд экспериментов поиска аппроксимирующих зависимостей различной сложности (нелинейности), начиная с самых сложных и постепенно упрощая до простого вида полинома. Рассмотренные задачи идентификации дают возможность поиска на ЭВМ функциональных зависимостей детерминированного вида, включающие в себя простые функции и их преобразования (типа статических характеристик).
Ключевые слова: системный подход, идентификация, детерминированный подход.

Вступ. Системний підхід – від «чорного» до «білого» і навпаки

З точки зору *рівня невизначеност*і можна виділити три класи задач: детерміновані, статистичні, стохастичні (інколи підходи до їх визначення називають *«скриньками»*: біла, сіра, чорна). Нас часто цікавить схема дослідження від «чорної до білої» - ситуація *пізнання* (тобто минулого в часі); або *навчання* «від білої до чорної» – *прогнозування*. І в тому і іншому випадку виникає потреба (задача) комплексного (системного) розгляду відповідно до схем рис.1 а, б.



а) б)

Рис. 1 – Схема взаємозв'язків різних підходів.
а) традиційна (індукція), б) системна (дедукція)

Задачі та методи дослідження. Системний підхід. В якості задач розглянемо методи пошуку функціональних залежностей – законів механіки (наприклад, другий закон Ньютона), фізики (процеси в газах, рідинах та ін.), електротехніки (закон Ома, закон потужності та ін.), а також статичних характеристик динамічних об'єктів керування (вольтамперних характеристик електротехнічних та електронних приладів при пошуку «кривих вибігу») [1- 4].

Як відомо, у загальному випадку *процес пошуку моделей* за даними спостережень складається з наступних етапів:

1) задання вибірки даних (отриманої в результаті пасивного або активного експерименту), а також апріорної інформації;

2) вибір або задання класу базисних функцій і відповідного перетворення даних;

3) генерація різних структур моделей у вибраному класі;

4) оцінювання параметрів структур, що генеруються, і формування множини моделей;

5) вибір критерію якості кожної згенерованої моделі;

6) мінімізація заданого критерію і вибір оптимальної моделі;

7) перевірка адекватності отриманої оптимальної моделі; 8) застосування моделі.

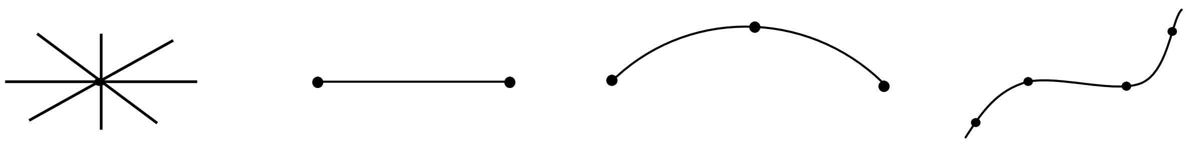
Детермінований підхід. *Метод «вибраних точок»* з позиції статистичного підходу (а можливо з позиції стохастичного підходу) включає в себе розв'язання з метою пошуку параметрів функції або системи функцій Y=AX, за рахунок знаходження невідомих коефіцієнтів матриці A, використовуючи при цьому методи: метод Крамера, метод Гауса, оберненої матриці та ін, розвязуючи систему рівнянь Y-AX=0.

При розв'язанні на ЕОМ задач ідентифікації з різним рівнем невизначеності слід проаналізувати суть поставленої задачі при визначенні методу її розв'язання. Частіше всього *в практиці наукових досліджень* набули значення *статистичні методи регресійного аналізу*, які побудовані на *методі найменших квадратів* (МНК) [5].

Мало ймовірно що, наприклад, задачі пошуку законів механіки, фізики та електроніки в цілому будуть сформульовані при абсолютній точності замірів фізичних величин при проведенні експериментів. В практичних ситуаціях можливі наступні варіанти: лінійні та нелінійні моделі, одновимірні та багатовимірні процеси, не кажучи вже про точність проведення експериментів(детермінованих або статистичних).

1. Від Евкліда і до Декарта. Почнемо викладення результатів дослідження, починаючи з геометрії Евкліда, точніше з його аксіом.

1) Через *точку x* на деякій площині можна провести безліч прямих.
2) Через *дві точки* можна провести одну і тільки одну найкоротшу лінію – пряму.
3) Через *три точки* можна провести найкоротшу криву 2^{ої} степені – параболу (можна стверджувати, що через 4^{и} точки можна провести гіперболу).



а) б) в) г)

Рис. 2 – Приклади елементарних з‘єднань

4) Через *пряму* можна провести безліч площин. 5)*Дві паралельні прямі* ніде не перетинаються (відповідно до геометрії Лобачевского та Бояйї вони перетинаються або до моменту розгляду, або після цього на ∞).

Теорем не будемо приводити, а використаємо методи аналітичної геометрії за рахунок введення системи координат Декарта, де точка пересічення 2х прямих (або під прямим кутом – прямокутна система координат; або під кутами, які відрізняються від прямого – кривокутна), де точка задається системою двох рівнянь.

$$\begin{cases} y = 0, \text{- визначає вісь x,} \\ \text{x} = 0, \text{- визначає вісь y.} \end{cases} \tag{1}$$

Рухаючись по одній із осей (наприклад x – вісь абсцис) – ми отримаємо відрізок прямої OX = (0,+∞) і відповідно до осі ординат OY = (0,+∞).
Вони задають I квадрант (x > 0, y > 0).

Тоді будь-яка точка A на цій частині площини буде задана: $A = (x_a, y_a)$.

Перетин відрізків осей $(0, x_A)$ та $(0, y_A)$ (сумісний розгляд цих відрізків приводить до знаходження виразу $A = (x_A, y_A)$) (рис.3).

З абстрактної точки зору в даному випадку осі рівноправні і можна було б вважати, що $y \in x$, а $x \in y$. Тоді можливо домовитись, що по одній осі буде міняти значення як незалежна величина, а по іншій можливо розрахувати, якщо ввести залежність *y* від *x* у вигляді деякого правила (функції).

$$y = f(x). \qquad (2)$$

Можливо ввести також і обернену залежність (функцію) – функціонал.

$$x = f^{-1}(y). \qquad (3)$$

Сама проста залежність: *y* = *x* та навпаки *x* = *y*.
Модель характеристики системи може мати вигляд функціональних залежностей, наприклад:

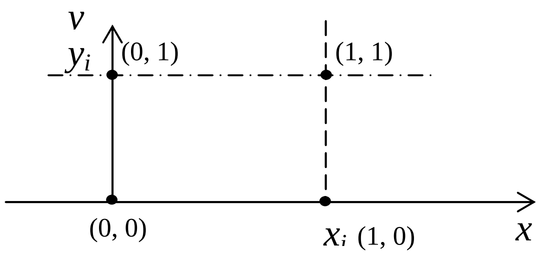
$$y_0 = C_0 x^0, \quad y_1 = y_0 + C_1 x, ... y_n = y_0 + y_1 + y_2 + ... + C_n x^n, \qquad (4)$$

2. Задачі аналітичної геометрії. Формування координатного простору

1) *Функція однієї змінної* (пряма лінія – перший порядок).
Узагальнене рівняння прямої – найкоротшої лінії між 2-ма точками:

$$y = C_0 x^0 + C_1 x^1. \qquad (5)$$

x	0	1	0	1
y	0	0	1	1



а) б)
Рис. 3 – Способи задання системи координат

Ця функція являє собою безкінечну сукупність прямих в прямокутній системі координат Декарта якщо не проходить через початок координат (рис.3).

Розв'язання задачі ідентифікації системи координат.
1) При *x=0*, задаючи вираз $y = C_0 x^0 + C_1 x^1$, отримаємо *y=0*.
Таким чином отримуємо рівняння осі OY (x = 0).

2)

x	0	1
y	0	0

$y(0) - C_0 x(0)^0 - C_1 x(0)^1 = 0, \quad 0 = C_0 + C_1,$
$y(0) - C_0 x(1)^0 - C_1 x(1)^1 = 0, \quad 0 = 0 + C_1, \quad C_1 = 0$
y=0 – вісь OX. $C_0 = -C_1 = 0$

3)

x	0
y	1

$y(1) - C_0 x(0)^0 - C_1 x(0)^1 = 0, \quad C_0 = \frac{1}{1} = 1,$

y=1 – паралельна OX.

4)

x	1
y	0

$y(0) - C_0 x(1)^0 - C_1 x(1)^1 = 0, \quad 0 - C_0 - C_1 = 0 \quad C_0 = -C_1$

$y = C_0 - C_0 x = C_0(1-x)$ - паралельна осі OX.

5)

x	1
y	1

$y(1) - C_0 x(1)^0 - C_1 x(1)^1 = 0, \ 1 = C_0 + C_1, \quad C_1 = 1 - C_0$

$y = C_0 + (1 - C_0)x = C_0 - C_0 x + x = C_0(1-x) + x$

паралельна осі OY.

6)

	I	II
x	0	1
y	0	1

I. $y(0) - C_0 x(0)^0 - C_1 x(0)^1 = 0, \quad 0 = C_0 + 0, \ C_0 = 0$

II. $y(1) - C_0 x(1)^0 - C_1 x(1)^1 = 0, \quad 1 = 0 + C_1 1, \ C_1 = 1$

$y = x$ – діагональна пряма I квадранту.

3. Експериментальне дослідження функціональних залежностей

Дослідження задач ідентифікації проведено за допомогою статистичного підходу (процедура «IDENT») [6].

3.1.Дослідження функції одної змінної

Вхідна вибірка даних задана таблицею (табл. 1).

Таблиця 1

Вхідна вибірка даних (лінійна залежність)

x	0.1	0.3	0.5	1	3	4	5
y	0.2	0.6	1	2	6	8	10

В табл.2 показано результати роботи програми для 5-х варіантів структур поліному, що поступово спрощується до однієї складової - y = 2x.

Можна стверджувати, що кількість складових залежить від кількості необхідних для їх знаходження точок. При детермінованій постановці задачі процедура дозволяє визначити вираз мінімальної структури. В тому випадку, коли дійсний вираз приямої є y=2x, а апроксимуючий поліном має вираз

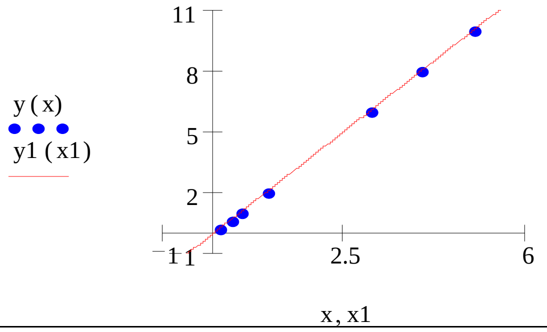
$$y = C_0 x^0 + C_1 x^1 + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4$$

процедура визначає чисельні значення коефіцієнтів відповідно $C_0 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$*, при першому експерименті(див. графік зміни похибки* ε *табл.2,* ε *=0 на першому ж експерименті).*

Таблиця 2

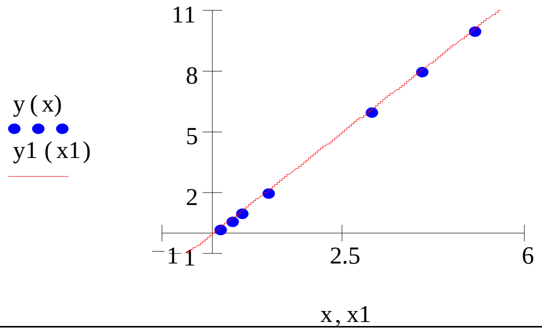
Експеримент 1. $y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=0,000 c(1)=2,000 c(2)=0,000
c(3)=0,000 c(4)=0,000
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном:
$y = 0 + 2x + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^4$



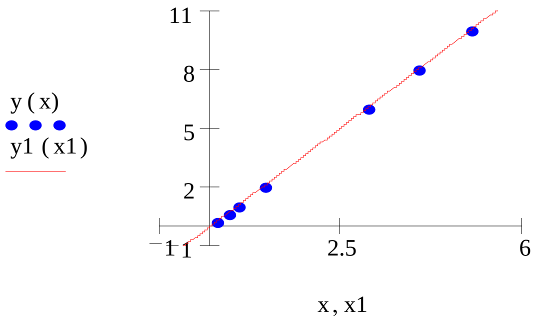
Експеримент 2. $y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=0,000 c(1)=2,000 c(2)=0,000
c(3)=0,000
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном:
$y = 0 + 2x + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x^3$



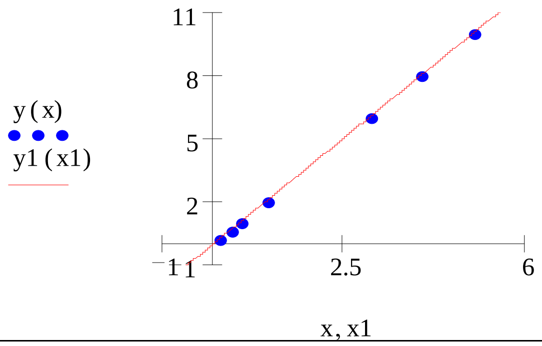
Експеримент 3. $y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=0,000 c(1)=2,000 c(2)=0,000
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном: $y = 0 + 2x + 0 \cdot x^2$



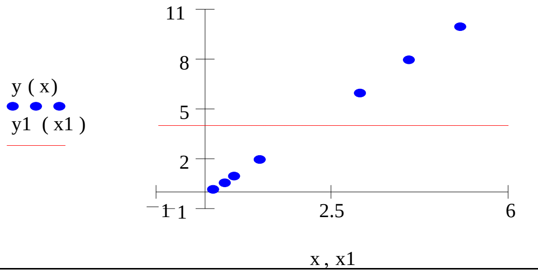
Експеримент 4. $y = C_0 + C_1 x$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=0,000 c(1)=2,000
Помилка: **error=3,464**
Отриманий поліном: $y = 0 + 2x$

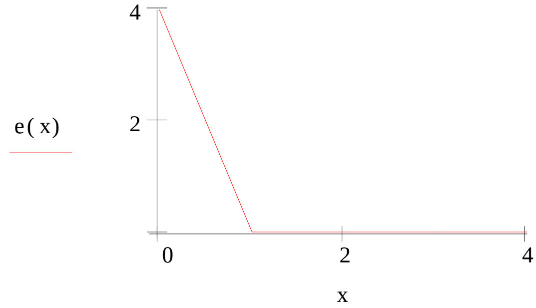


Експеримент 5. $y = C_0$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=3,971
Помилка: **error=3,683**
Отриманий поліном: $y = 3{,}971$



Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному



3.2. Вхідна вибірка даних (параболічна залежність) (табл. 3)

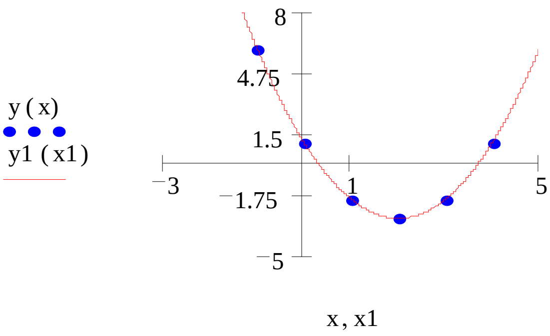
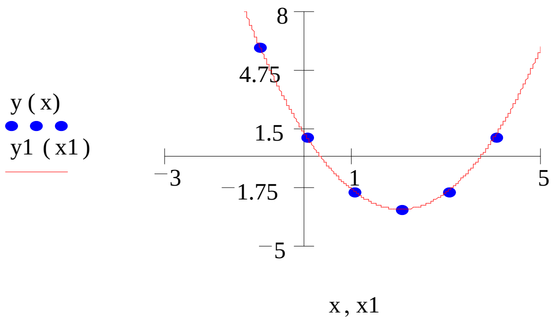
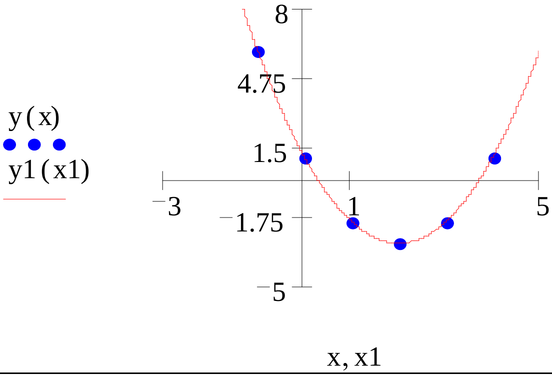
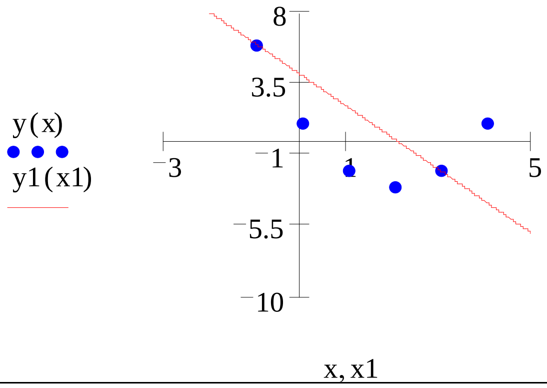
Таблиця 3

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	13	6	1	-2	-3	-2	1

В табл.4 показано результати роботи програми для 5-х варіантів структур поліному, що поступово спрощується для однієї складової поліному - $y = x^2$.

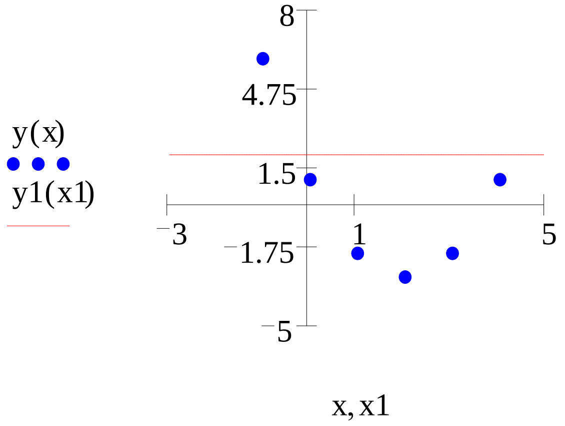
Таблиця 4

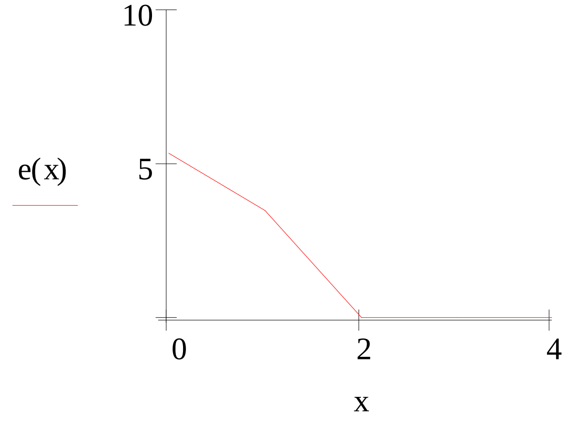
Результати дослідження структурної оптимізації (послідовного спрощення структури поліному) (функція одної змінної)

<table>
<tr><td>Експеримент 1.
$y = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4$</td><td>Експеримент 2.
$y = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3$</td></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=1,000 c(1)=-4,000 c(2)=1,000
c(3)=0,000 c(4)=0,000
Помилка: error=0
Отриманий поліном:
$y = 1 - 4x + x^2 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^4$
</td><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=1,000 c(1)=-4,000 c(2)=1,000
c(3)=0,000
Помилка: error=0
Помилка: error=0
Отриманий поліном: $y = 1 - 4x + x^2 + 0 \cdot x^3$
</td></tr>
<tr><td>Експеримент 3. $y = C_0 + C_1x + C_2x^2$</td><td>Експеримент 4. $y = C_0 + C_1x$</td></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=1,000 c(1)=-4,000 c(2)=1,000
Помилка: error=0
Отриманий поліном: $y = 1 - 4x + x^2$
</td><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=4,000 c(1)=-2,000
Помилка: error=3,464
Отриманий поліном: $y = 4 - 2x$
</td></tr>
</table>

Продовження таблиці 4

Експеримент 5. $y = C_0$	
Коефіцієнти полінома: c(0)=2,000 Помилка: **error=5,291** Отриманий поліном: $y = 2$	Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному





3.3. Вхідна вибірка даних (гіперболічна залежність)(табл. 5).

Таблиця 5

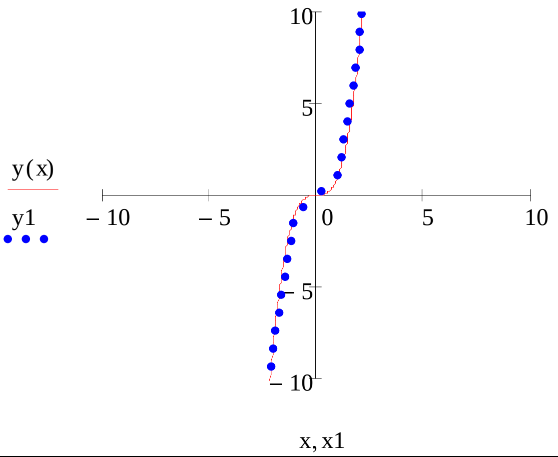
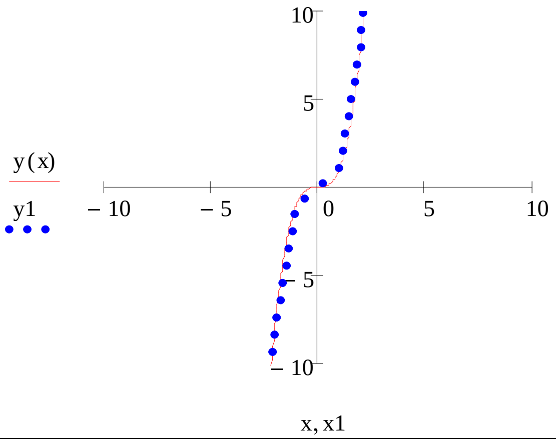
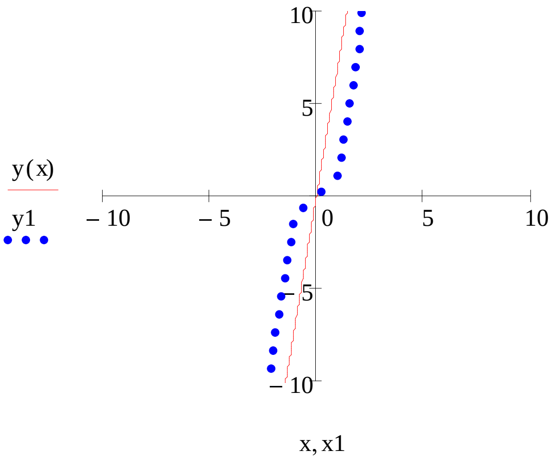
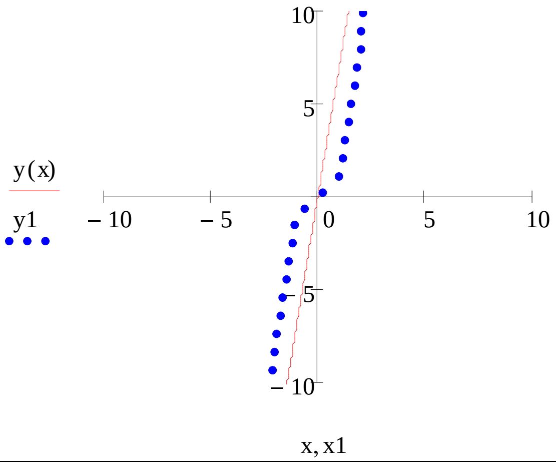
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-27	-8	-1	0	1	8	27

В табл.6 показано результати роботи програми для 5-х варіантів структур поліному, що поступово спрощується для однієї складової поліному - $y = x^3$.

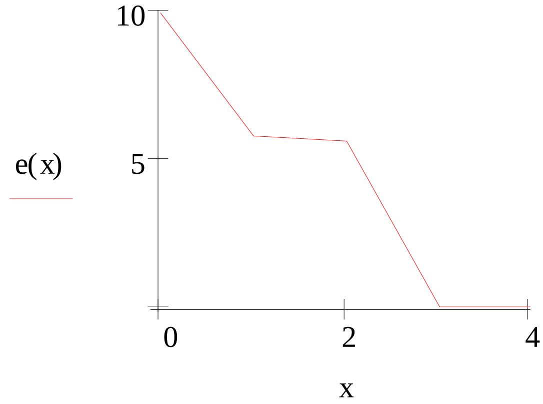
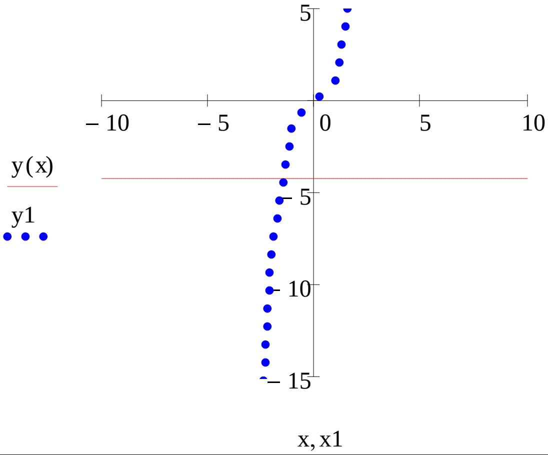
Під час проведення експериментів над функціями різного виду складності, на першому етапі брався найбільш складний вид поліному після чого на наступних етапах поступово (ітераційно) зменшувалась складність поліному. Як результат, на перших етапах була знайдена оптимальна поліноміальна функція, яка була отримана в результаті відкидання нульових коефіцієнтів, при цьому похибка ε дорівнює нулю. При подальшому спрощенні структури поліному функції, точність починає падати, тобто з'являється похибка.

Таблиця 6

Результати дослідження послідовного спрощення структури поліному (функція одної змінної)

Експеримент 1. $y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4$	Експеримент 2. $y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$
Коефіцієнти полінома: c(0)=0,000 c(1)=0,000 c(2)=0,000 c(3)=1,000 c(4)=0,000 Помилка: **error=0** Отриманий поліном: $y = 0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^4$ 	Коефіцієнти полінома: c(0)=0,000 c(1)=0,000 c(2)=0,000 c(3)=1,000 Помилка: **error=0** Отриманий поліном: $y = 0 + 0x + 0x^2 + 1 \cdot x^3$ 
Експеримент 3. $y = C_0 + C_1 x + C_2 x^2$	Експеримент 4. $y = C_0 + C_1 x$
Коефіцієнти полінома: c(0)=0,000 c(1)=7,000 c(2)=0,000 Помилка: **error=5,554** Отриманий поліном: $y = 0 + 7x + 0x^2$ 	Коефіцієнти полінома: c(0)=0,000 c(1)= 7,000 Помилка: **error=5,749** Отриманий поліном: $y = 0 + 7x$ 

Продовження таблиці 6

<table>
<tr><td>Експеримент 3.
$y = C_0$</td><td rowspan="2">Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному

</td></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=-4,286
Помилка: error=9,852
Отриманий поліном: $y = -4{,}286$

</td></tr>
</table>

Опис логіко-динамічних систем і процесів можна представити за допомогою гібридних функцій, так як гібридна функція складається з деякої числової функції і функції предикат:

$$G(x_1, x_2, ..., x_l) = f(x, ..., x_n)F(x, ..., x_m) \qquad (5)$$

де G – гібридна функція; f – числова функція; F – функція предикат; $1 \le i < n \le l; 1 \le j < m < i.$

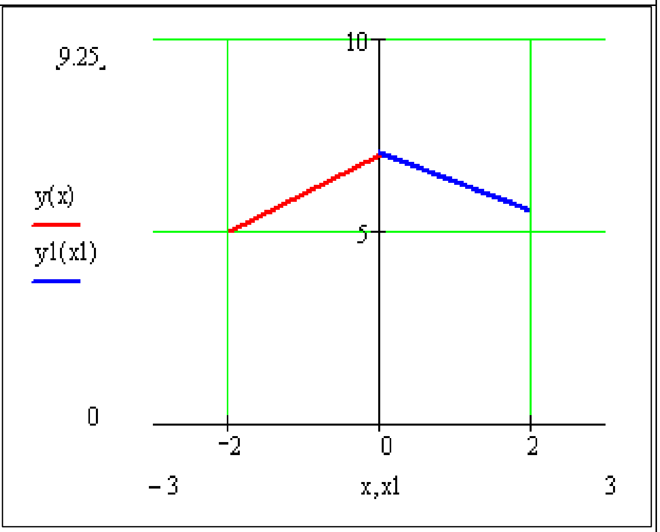
Функція $G(x_1, ..., x_i)$ приймає значення, які отримуються із $f(x_i, ..., x_n)$ при $F(x_j, ..., x_m) = 1$, або відповідно, нулю при $F(x_j, ..., x_m) = 0$. Метод опису ЛДС за допомогою гібридних функцій дає загальний метод опису ЛДС [7].

Таблиця 7

Вхідна вибірка даних

X	-2	0	2			
Y	5	7	5,5			

Таблиця 8

Експеримент	
Коефіцієнти полінома: c(0)=7,000 c(1)=1,000 (-2,00 <= x1 < 0,00) c(0)=7,000 c(1)=-0,750 (0,00 <= x1 < 2,00) Помилка: **error=0** Отриманий поліном: $y = \begin{cases} 7 + x, (-2 \le x < 0) \\ 7 - 0{,}75 \cdot x,\ (0 \le x < 2) \end{cases}$	

Отже, можна сказати, що ймовірність отримання найбільш оптимальної функції, прямо пропорційно залежить від складності поліному, тобто чим складніша структура поліному, тим більша ймовірність в результаті отримати функцію, що буде найбільш близько задовольняти заданим умовам [8].

Висновки

Таким чином проведені дослідження з використанням програмного комплексу FACTOR (IDENT, YDYNS, PROGPOW) дають можливість пошуку на ЕОМ функціональних залежностей детермінованого виду, які включають в себе прості функції та їхні перетворення. При цьому узагальнені результати деяких ранніх підходів до розв’язання подібних задач [1,2,3,4].

Список використаних джерел

1. Ивахненко А.Г. Кибернетические системы с комбинированным управлением. – К.: Техника, 1965. – 325с.

2. Івахненко А.Г. Метод групового урахування аргументів – конкурент методу стохастичної апроксимації // Автоматика. – 1968. - №3. - С. 25-28.

3. D. Gabor, W. P. Wilby and R.A. Woodcock, A universal nonlinear filter, predictor and simulator which optimizes itself by a learning process, Proc. Inst. Electr. Engrs., No 40, 1961. (см. также «Экспресс-информация. Приборы и элементы промышленной автоматики», рефераты 269-271, № 47, 1961).

4. Тимченко А.А., Евдокимова И.К. Использование самообучающегося фильтра Габора для непрерывного определения статической характеристики объекта управления // «Автоматика» - 1965. - №5. – С. 25-28.

5. Тимченко А.А. Системні дослідження в науці і техніці. Додаток до вісника ЧДТУ, частина II. Технологія наукових досліджень. Черкаси: ЧДТУ, 2006. – 77с.

6. Тимченко А.А., Бойко В.В., Скоробрещук В.В. Порівняльний аналіз методів розв'язання задач ідентифікації // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. - Київ: МННЦ.ІТС, 2009. – 219-228с.

7. Тимченко А.А., Бойко В.В., Скоробрещук В.В. Аналітичний огляд задач та методів побудови моделей складних систем. Індуктивне моделювання складних систем, випуск 2.Збірник наукових праць. - Київ: МННЦ.ІТС, 2010. – 247-256с.

8. Снитюк В.Є. Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми: Навчальний посібник. – К.: «Маклаут», 2008.-364с.