

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КООПЕРАТИВНЫХ МОДЕЛЕ-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МЕТАЭВРИСТИК

Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, модели-ориентированные методы, кооперативные метаэвристики, оптимизация муравьиными колониями, МН-метод.

ВВЕДЕНИЕ

Среди прикладных методов решения задач комбинаторной оптимизации (ЗКО) в настоящее время формируется класс модели-ориентированных алгоритмов [1], отличающийся от большинства традиционных алгоритмов [2], которые относят к классу задаче-ориентированных. Задаче-ориентированные алгоритмы при формировании новых вариантов решений опираются непосредственно на данные ЗКО и значения своих параметров. В модели-ориентированных методах варианты решений генерируются с использованием специальной параметризованной вероятностной модели, которая обновляется в процессе вычисления таким образом, чтобы поиск концентрировался в областях решений «высокого качества» [1]. Как отмечено в [3], в таких алгоритмах происходит оптимизация параметров и/или структуры модели, т.е. вместо исходной ЗКО решается задача непрерывной оптимизации в пространстве параметров модели, используемой этим алгоритмом. Широко известными модели-ориентированными методами являются алгоритмы оптимизации муравьиными колониями (ОМК) [4], метод кросс-энтропии [5] и метод вычисления оценки распределения [6].

Другой активно используемой технологией построения современных алгоритмов решения ЗКО является создание метаэвристик — комбинированных высокоуровневых алгоритмов [7]. Исходя из стратегии управления различают интегративные и кооперативные схемы [8]. Здесь будут рассмотрены кооперативные схемы, в которых составные алгоритмы обладают высокой степенью автономности, образуя на нижнем уровне подобие асинхронных групп [9]. Кроме того, предлагается и исследуется методология построения кооперативных метаэвристик на основе модели-ориентированных алгоритмов [10, 11]. Особенность рассматриваемого подхода к построению кооперативных методов решения ЗКО заключается в наличии управляющего алгоритма агрегирования (оптимизации) частных моделей, сформированных базовыми (составными) алгоритмами. Описаны разработанные кооперативные метаэвристики на основе алгоритмов ОКМ и алгоритмов МН-метода, являющегося обобщением H -метода [12].

В терминах многоуровневой архитектуры для метаэвристик [13] управляющая процедура содержит уровень координации; уровень базовых алгоритмов включает уровень построения и уровень (локального) улучшения решений, а стратегический уровень может функционально содержаться в обоих уровнях предлагаемых кооперативных метаэвристик.

Подобную структуру имеет кооперативная схема, предложенная в [14]. Основным отличием рассматриваемого подхода является то, что обмен информацией между базовыми алгоритмами происходит на уровне моделей, а не на уровне решений. Сходные идеи предложены в [15] для решения непрерывных задач оптимизации, где в кооперативных алгоритмах оптимизации роением частиц происходит обмен вероятностными моделями, которые используются в алгоритмах вычисления оценки распределения.

Далее под ЗКО понимается задача минимизации целевой функции f , которая задана на локально-конечном пространстве решений X , состоящем из комбинаторных объектов [16].

© Л.Ф. Гуляницкий, С.И. Сиренко, 2010

ванная модель, а сам процесс формирования представляется в виде оптимизационной задачи поиска наилучшего элемента в пространстве моделей. Далее агрегированная модель рассылается базовым алгоритмам, где может как использоваться в сочетании с их собственной моделью, так и замещать ее полностью. При выполнении условия завершения работы кооперативная метаэвристика возвращает одно или несколько наилучших из найденных базовыми алгоритмами решений.

В качестве базовых алгоритмов могут выступать отдельные экземпляры одного алгоритма. В этом случае схема называется гомогенной. Экземпляры алгоритмов могут иметь разные значения параметров. В случае гетерогенной схемы (когда базовые алгоритмы не основываются на одном методе) должен существовать корректный способ взаимного преобразования значений параметров и/или структур моделей базовых алгоритмов.

Управляющая метаэвристика может формировать на одной итерации не одну, а одновременно несколько агрегированных моделей. Такое генерирование целесообразно как в случае гетерогенной схемы, когда базовые алгоритмы могут использовать модели разной структуры, так и при необходимости исследовать несколько разных моделей одним алгоритмом.

При использовании данной методологии необходимо определить:

- 1) тип(ы) базовых модели-ориентированных алгоритмов;
- 2) способ использования базовыми алгоритмами агрегированной модели;
- 3) условия обмена (схема коммуникации);
- 4) способ формирования агрегированной модели(ей);
- 5) условия завершения работы кооперативной метаэвристики.

Предполагается, что разработанная методология позволит диверсифицировать работу базовых алгоритмов и уменьшить вероятность завершения поиска в областях, не содержащих глобального решения. Обмен информацией между базовыми алгоритмами создает предпосылки для повышения эффективности процесса поиска. Таким образом, выбор конкретной схемы обмена информацией (способа кооперирования) определяет баланс между интенсификацией и диверсификацией поиска.

Разработанная схема может также служить базой для классификации гибридных алгоритмов решения ЗКО, например, на основе параметризации таких аспектов, как синхронность выполнения и схемы взаимодействия базовых алгоритмов, их однотипность, количество используемых моделей и методы формирования агрегированных моделей, степень использования предыстории.

Для апробации и первичного исследования данной схемы разработаны две кооперативные метаэвристики: на основе алгоритмов ОМК и на основе сочетания алгоритмов ОМК и МН-метода.

2. КООПЕРАТИВНАЯ МЕТАЭВРИСТИКА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ ОМК

Первая кооперативная гибридная метаэвристика разработана в виде последовательного (для одного процессора) алгоритма, который включает несколько алгоритмов ОМК (рис. 2).

Процедуры *ПостроениеМуравьямиРешений*, *ОбновлениеФеромона* и *ДействияДемона* являются стандартными процедурами алгоритма ОМК [4].

В данной схеме не оговорено, следует ли использовать экземпляры одного и того же алгоритма, либо схема может быть гетерогенной, что оставляет разработчику выбор при реализации. Алгоритмы работают синхронно, и после завершения ими заданного количества итераций ИТ совершается обмен информацией. В рамках данной реализации агрегированная модель формируется только на основе текущих моделей базовых алгоритмов (без учета предыстории), которые после формирования замещаются этой моделью.

```

procedure Итерация( $\tau_1^h, \dots, \tau_K^h$ )
  for  $i := 1$  to  $IT$  do
    for  $k := 1$  to  $K$  do
      ПостроениеМуравьямиРешений( $\tau_k^h$ );
      ОбновлениеФеромона( $\tau_k^h$ );
      ДействияДемона();
    end for
  end for
  return  $\tau_1^h, \dots, \tau_K^h$ ;
end procedure

procedure Кооперативная_метаэвристика_ОМК()
  Инициализация( $\tau^1$ );
   $h := 1$ 
  while ( $h \cdot IT \leq IT_{\max}$ )
    for  $k := 1$  to  $K$  do
       $\tau_k^h := \tau^h$ ;
    end for
    Итерация( $\tau_1^h, \dots, \tau_K^h$ );
    ВычислитьВеса( $w_1, \dots, w_K$ );
     $\tau^{h+1} := \sum_{k=1}^K w_k \tau_k^h$ ;
     $h := h + 1$ ;
  end while
  return НаилучшееНайденноеРешение;
end procedure

```

Şĉñ. 2. ‘Zpłãşaqçãċã’ ġtãããã-tšĉãċñĉštããċċã’ ñðãġã ċã ĩñċtãã aĉĉtšĉġtã ĪĠĴ

В качестве процедуры агрегирования была реализована схема взвешенного суммирования значений параметров моделей базовых алгоритмов τ_1, \dots, τ_K (в данном случае это феромонные значения, которые для простоты изложения будем считать нормированными). Весовые коэффициенты вычисляются на основе значений целевой функции в текущих наилучших решениях $f_1^{\text{opt}}, \dots, f_K^{\text{opt}}$ и с использованием средних значений целевой функции $f_1^{\text{avg}}, \dots, f_K^{\text{avg}}$ по найденным базовыми алгоритмами решениям на последней завершённой итерации по соотношению

$$w_k = 0.2 / K + 0.6 \delta_{f_k^{\text{opt}}, f^{\text{opt}}} / \sum_{i=1, \dots, K} \delta_{f_i^{\text{opt}}, f^{\text{opt}}} + 0.2 \delta_{f_k^{\text{avg}}, f^{\text{avg}}} / \sum_{i=1, \dots, K} \delta_{f_i^{\text{avg}}, f^{\text{avg}}},$$

$$k = 1, \dots, K,$$

$$\text{где } f^{\text{opt}} = \min_{k=1, \dots, K} \{f_k^{\text{opt}}\}, \quad f^{\text{avg}} = \min_{k=1, \dots, K} \{f_k^{\text{avg}}\}, \quad \delta_{x,y} = \begin{cases} 0, & x \neq y; \\ 1, & x = y. \end{cases}$$

Поскольку исследовалось влияние на эффективность наличия обмена информацией в кооперативной схеме, то в качестве условия завершения было выбрано выполнение базовыми алгоритмами заданного количества итераций IT_{\max} .

3. КООПЕРАТИВНАЯ МЕТАЭВРИСТИКА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ ОМК И МН-МЕТОДА

Разработана кооперативная метаэвристика, сочетающая алгоритмы ОМК и МН-метода. От алгоритма, описанного в предыдущем разделе, она отличается главным образом процедурой *Итерация* (рис. 3).

МН-метод является развитием дискретного метода деформированных многогранников [17], в котором построение ориентированных отрезков происходит с использованием специальной модели [12]. Кратко опишем реализованную в кооперативной

целевой функции в варианте решения, полученного «жадной» эвристикой [2]. После генерирования очередного решения z значения параметров модели также обновляются по формуле $m_c = 0.9 \cdot m_c$, $c \in z$. Начальное значение параметров модели полагается равным единице.

При разработке данной модификации *MH*-метода за основу взят способ обновления модели в алгоритме Ant Colony System (ACS) [18].

4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Поскольку теоретическое исследование метаэвристических алгоритмов решения ЗКО крайне редко позволяет получать практически применимые результаты, особую важность при анализе показателей эффективности приобретают вычислительные эксперименты. В них обычно используют такие «классические» модели комбинаторной оптимизации, как, например, задача коммивояжера (ЗК) [2].

Проведенный эксперимент состоял в сравнении результатов, полученных разработанной гибридной гетерогенной метаэвристикой, которая создана на основе использования двух алгоритмов ОМК (следовательно, $K = 2$), и алгоритмом, идентичным указанной метаэвристике, но с отключенным модулем обмена. В качестве последнего рассматривался комбинированный алгоритм, включающий два экземпляра алгоритма ОМК, работающих параллельно и независимо. Этот комбинированный алгоритм возвращал в конце работы лучшее из двух найденных решений. Аналогичным образом исследовался кооперативный метод, сочетающий один алгоритм ОМК и один алгоритм *MH*-метода.

Формирование агрегированной модели, управляющей метаэвристикой, осуществлялось после каждых 100 итераций, выполненных базовыми алгоритмами. Критерием завершения работы всего кооперативного алгоритма являлось выполнение каждым базовым алгоритмом 1000 итераций.

В качестве базовых алгоритмов при реализации были использованы экземпляр известного алгоритма Max-Min Ant System (MMAS) с реинициализацией феромонных значений [19] и экземпляр алгоритма ACS, исходные коды которых взяты из пакета ACOTSP [20]. Феромонные значения реинициализируются, если решения, сгенерированные на одной итерации, достаточно близки между собой по значению целевой функции и на протяжении заданного количества итераций алгоритмом не было найдено улучшения. Модель в этих алгоритмах ОМК для ЗК представлена в виде квадратной матрицы, элементами которой являются феромонные значения. В алгоритме MMAS используются динамические ограничения τ_{\max} , τ_{\min} на значения элементов феромонной матрицы (параметров модели), поэтому перед агрегированием матриц осуществлялось масштабирование элементов с приведением их значений к отрезку $[0, 1]$: $\tau_i^{\text{norm}} = (\tau_i - \tau_{\min}) / (\tau_{\max} - \tau_{\min})$. В алгоритме ACS такие ограничения отсутствуют и при масштабировании использовались текущий минимальный и максимальный элементы матрицы. Аналогичным образом осуществлялось масштабирование агрегированных матриц при их передаче базовым алгоритмам с учетом соответствующих границ.

Параметры базовых алгоритмов задавались равными стандартными значениями, рекомендуемыми в литературе для ЗК [4, 18, 19], т.е. дополнительная их оптимизация для конкретного набора тестовых ЗК не проводилась. Количество муравьев составляло 25, коэффициент испарения феромона $\rho = 0.5$, в псевдослучайном пропорциональном правиле выбора [4], которое применяли муравьи при построении решений, значения параметров составляли $\alpha = 1$, $\beta = 2$. В алгоритмах ОМК ко всем построенным муравьями решениям применялся алгоритм простого локального поиска Зорт [2], исходные коды которого также взяты из пакета ACOTSP. Количество решений в популяции *MH*-метода также составляло 25, и на каждой итерации порождались новые шесть решений. При построении отрезков использовалась транспозиционная метри-

ка. Отбор пар точек из текущей популяции происходил равновероятно, а отбор в популяцию для новой итерации — согласно принципу элитаризма.

В табл. 1 приведены результаты решения каждой представленной симметричной ЗК. Задачи с известными оптимальными решениями взяты из библиотеки TSPLIB [21]. Здесь число в названии задачи обозначает ее размерность; f_{opt} — известное значение целевой функции в точке глобального минимума; f_{min} — лучшее значение целевой функции, найденное соответствующим алгоритмом; δ_{avg} — средняя относительная погрешность алгоритма (%); i_{avg} — среднее число итераций, на протяжении которых алгоритмом было найдено лучшее решение; t_{avg} — среднее время, в течение которого алгоритмом было найдено лучшее решение на ПЭВМ класса Pentium IV 2,66 ГГц (с). Лучшие и средние результаты получены на основании 20 попыток решения каждой задачи. Разработанная гибридная кооперативная метаэвристика на основе алгоритмов ОМК обозначена в таблице как ACS_MMAS_кооп, а алгоритм, объединяющий независимые экземпляры ACS и MMAS, — как ACS_MMAS_нез.

Таблица 1

Название задачи	f_{opt}	Результаты решения ЗК алгоритмом							
		ACS_MMAS_нез				ACS_MMAS_кооп			
		f_{min}	$\delta_{avg}, \%$	i_{avg}	t_{avg}, c	f_{min}	$\delta_{avg}, \%$	i_{avg}	t_{avg}, c
d493	35002	35002	0.021	620.1	61.3	35004	0.013	561.7	54.6
att532	27686	27686	<i>0.051</i>	302.9	34.4	27686	0.032	450.0	47.5
ali535	202339	202339	0.005	406.0	64.3	202339	0.007	268.5	40.9
u574	36905	36905	<i>0.052</i>	522.4	63.2	36905	0.008	412.7	49.9
p654	34643	34643	<i>0.026</i>	457.2	53.3	34643	0.010	635.1	73.7
d657	48912	48913	<i>0.078</i>	550.7	83.6	48913	0.032	574.3	80.9
rat783	8806	8806	<i>0.065</i>	522.5	77.7	8806	0.026	590.8	82.5
pr1002	259045	259045	<i>0.160</i>	721.9	153.8	259045	0.077	775.7	165.8
vm1084	239297	239297	<i>0.025</i>	580.9	212.4	239297	0.012	470.1	166.4

Для проверки достоверности результатов использовался критерий суммы рангов Уилкоксона. Все тесты проводились с уровнем значимости 5%. Статистически отличающиеся средние результаты отмечены в таблице курсивом, а лучшие средние результаты — полужирным шрифтом.

Разработанный метод сравнивался с комбинированным алгоритмом ACS_MMAS_нез, являющимся достаточно эффективным, поскольку для всех задач (кроме задачи d657), используемых в эксперименте, этим алгоритмом уже находились глобально-оптимальные решения хотя бы в одной из попыток. Наличие обмена информации не ухудшило этот показатель в алгоритме ACS_MMAS_кооп, который также нашел глобально-оптимальные решения тестовых задач (за исключением задач d493 и d657). Однако для большинства задач алгоритм ACS_MMAS_кооп показал лучшую среднюю относительную погрешность (исключение составляет задача ali535, но в ней точность обоих алгоритмов статистически не отличается). Следует отметить, что именно улучшение показателя эффективности в среднем и является важным, поскольку в эксперименте исследовались алгоритмы, которые состояли в одном запуске (без рестарта) ACS_MMAS_нез и ACS_MMAS_кооп.

Время работы и количество итераций до нахождения лучшего варианта решения у алгоритма ACS_MMAS_кооп были сравнимыми с соответствующими показателями алгоритма ACS_MMAS_нез.

В табл. 2 приведены результаты исследования гибридной кооперативной метаэвристики на основе алгоритма ММАС и алгоритма *МН*-метода, которая обозначена **ММАС_МН_кооп**. Алгоритм, включающий независимые экземпляры алгоритмов, обозначен **ММАС_МН_нез**. Практически для всех задач алгоритм **ММАС_МН_кооп** показал статистически такую же точность, как и алгоритм **ММАС_МН_нез**, а для задачи *vm1084* — более низкую. Это можно объяснить тем, что модели и способ их использования в разных алгоритмах ОМК более согласованы между собой, чем в случае алгоритмов ОМК и *МН*-метода. Кроме того, сравнив среднюю эффективность алгоритма **ММАС_МН_нез** с соответствующим показателем алгоритма **ACS_ММАС_нез**, несложно увидеть, что алгоритм *МН*-метода имеет более низкую эффективность, чем алгоритмы ОМК. Это также могло сказаться на эффективности алгоритма **ММАС_МН_кооп**. Естественно предположить, что показатели **ММАС_МН_кооп** можно улучшить, реализовав более сложные способы агрегирования моделей базовых алгоритмов.

Таблица 2

Название задачи	f_{opt}	Результаты решения ЗК алгоритмом							
		ММАС_МН_нез				ММАС_МН_кооп			
		f_{min}	$\delta_{avg}, \%$	i_{avg}	t_{avg}, c	f_{min}	$\delta_{avg}, \%$	i_{avg}	t_{avg}, c
d493	35002	35002	0.039	531.7	86.6	35002	0.056	650.3	106.0
att532	27686	27686	0.043	399.6	62.0	27686	0.031	456.7	77.8
ali535	202339	202339	0.008	411.5	89.9	202339	0.010	375.6	74.2
u574	36905	36905	0.026	420.9	37.5	36905	0.035	466.9	68.5
p654	34643	34643	0.035	755.3	171.3	34643	0.025	725.1	179.1
d657	48912	48913	0.078	483.4	113.1	48913	0.080	549.0	180.0
rat783	8806	8806	0.049	519.5	144.4	8806	0.048	630.4	175.5
pr1002	259045	259045	0.143	744.2	267.0	259045	0.167	806.1	285.2
vm1084	239297	239297	0.028	479.7	211.5	239314	0.047	524.2	388.9

Результаты вычислительного эксперимента свидетельствуют о том, что данная методология позволяет повышать эффективность модели-ориентированных алгоритмов путем разработки на их основе кооперативных методов, хотя может потребовать разработки более сложных способов агрегирования моделей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматриваемая методология разработки гибридных кооперативных модели-ориентированных метаэвристик предполагает наличие управляющего уровня, на котором осуществляется построение агрегированной модели, а исходными данными для такого построения являются частные модели, сформированные базовыми алгоритмами. Важной особенностью предлагаемых кооперативных методов является то, что они оперируют несколькими моделями и оптимизацию осуществляют в пространстве моделей, а не в пространстве решений исходной ЗКО. В качестве базовых алгоритмов могут выступать как отдельные экземпляры одного модели-ориентированного алгоритма, так и экземпляры алгоритмов разных методов.

Для оценки эффективности предлагаемой методологии в рамках описанного подхода были разработаны и исследованы экспериментально кооперативные методы на базе алгоритмов ОМК и *МН*-метода. Результаты вычислительного эксперимента по решению ЗК показали, что применение предложенной кооперативной методологии может дать возможность повысить эффективность по сравнению с неза-

висимым выполнением базовых алгоритмов. Однако в случае гетерогенной кооперативной метаэвристики важно учитывать разные способы представления и использования моделей в базовых алгоритмах.

Предложенная методология может являться базисом для разработки гипер-эвристических методов, если, например, управляющая метаэвристика будет иметь возможность прекращать работу неэффективных на данной задаче базовых алгоритмов или подключать к решению новые алгоритмы.

Предметом дальнейшего исследования являются разработка и исследование схем агрегирования моделей, в частности, с использованием других базовых алгоритмов, формулирование условий на базовые алгоритмы, при которых эти схемы позволят достичь повышенных показателей эффективности, а также экспериментальное исследование при решении ЗКО из других классов.

Предложенная методология может также служить основой для классификации прикладных алгоритмов решения ЗКО.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zlochin M., Birattari M., Meuleau N., Dorigo M. Model-based search for combinatorial optimization: a critical survey // *Ann. Oper. Res.* — 2004. — N 131. — P. 373–395.
2. Hoos H.H., Stützle T. *Stochastic local search: foundations and applications.* — San Francisco: Morgan Kaufmann Publ., 2005. — 658 p.
3. Dorigo M., Blum C. Ant colony optimization theory: A survey // *Theoretical computer science.* — 2005. — **344**, N 2–3. — P. 243–278.
4. Dorigo M., Stützle T. *Ant colony optimization.* — Cambridge (MA): MIT Press, 2004. — 348 p.
5. Rubinstein R.Y., Kroese D.P. *The cross-entropy method: a unified approach to combinatorial optimization, Monte-Carlo simulation, and machine learning.* — New York: Springer-Verlag, 2004. — 300 p.
6. Estimation of distribution algorithms. A new tool for evolutionary computation (Eds. P. Larrañaga, J.A. Lozano). — Norwell: Kluwer Acad. Publ., 2001. — 416 p.
7. Raidl G.R. A unified view on hybrid metaheuristics // *Lect. Notes Computer Sci.* — Berlin: Springer-Verlag, 2006. — **4030**. — P. 1–12.
8. Cotta C. A study of hybridisation techniques and their application to the design of evolutionary algorithms // *AI Communications.* — 1998. — N 11. — P. 223–224.
9. Talukdar S., Murty S., Akkiraju R. Asynchronous teams // *Handbook of metaheuristics* (Eds. F. Glover, G. Kochenberger). — Norwell: Kluwer Acad. Publ., 2003. — P. 537–556.
10. Гуляницький Л.Ф. Розробка кооперативних метаевристич // *Abstract of Int. Conf. «Problems of decision making under uncertainties (PDMU–2009)»* (April 27–30, 2009, Skhidnytsia, Ukraine). — Kyiv, 2009. — P. 90–91.
11. Гуляницький Л., Сиренко С. Кооперативні моделі-орієнтовані метаевристики для задач комбінаторної оптимізації // *Information science and computing* (Eds. Krassimir Markov et al.), **15**. — Sofia: ITHEA, 2009. — P. 165–172.
12. Гуляницький Л.Ф. Одні узагальнення *H*-метода // *Пр. XI Міжнар. наук.-техн. конф. «САІТ-2009»* (26–30 травня 2009 р., Київ). — К.: НТУУ «КПІ», 2009. — С. 84.
13. Milano M., Roli A. MAGMA: a multiagent architecture for metaheuristics // *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Cybernetics.* — 2004. — N 34. — P. 925–941.
14. Le Bouthillier A., Crainic T.G., Kropf P. A guided cooperative search for the vehicle routing problem with time windows // *IEEE Intelligent Systems.* — 2005. — N 20. — P. 36–42.
15. El-Abd M., Kamel M.S. A cooperative particle swarm optimizer with migration of heterogeneous probabilistic models // *Swarm Intelligence.* — 2010. — N 4. — P. 57–89.
16. Сергиенко И.В., Гуляницький Л.Ф., Сиренко С.И. Классификация прикладных методов комбинаторной оптимизации // *Кибернетика и системный анализ.* — 2009. — № 5. — С. 71–83.
17. Гуляницький Л.Ф. Метод деформаций в дискретной оптимізації // *Исследование операций и АСУ.* — 1989. — № 34. — С. 30–33.
18. Dorigo M., Gambardella L.M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation.* — 1997. — N 1. — P. 53–66.
19. Stützle T., Hoos H. Max-Min Ant System // *Future Generation Computer Systems.* — 2000. — N 8. — 889–914.
20. Stützle T. ACOTSP 1.0. — 2004. — <http://www.aco-metaheuristic.org/aco-code>
21. TSPLIB. <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> (страница посещалась в июне 2009 года).

Поступила 19.03.2010