УДК 519.86

А.Ф. МАХОРТ

О ВЫБОРЕ СТРАТЕГИИ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ И РАВНОВЕСИИ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Ключевые слова: *экономическое равновесие, спрос, предложение, монополисты, равномерное налогообложение*.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование влияния различных факторов на условия достижения равновесия в экономической системе является одним из основных направлений изучения экономических систем. Причины, которые стимулируют выбор моделей равновесия, очевидны — это определение факторов, дестабилизирующих экономическую систему. Некоторые из этих факторов могут провоцировать возникновение негативных, исходя из динамики экономических систем, процессов. Выявление причин возникновения таких процессов позволяет оптимизировать их нежелательные действия. Среди подобных проблемных факторов существенную роль играет монополизм. Многие модели равновесия не могут адекватно описывать экономические системы без совершенной конкуренции. А это именно те системы, в которых присутствуют монополисты [1, 2]. Другая трудность технического характера связана с определением рычага влияния на монополистов. В качестве последнего предлагается выбрать систему налогообложения. Учесть одновременное наличие в экономической системе монополистов и некоторой стратегии налогообложения позволяет модель экономики с постоянными интересами потребителей [3]. Преимуществом данной модели является также возможность ее применения к исследованию реальных экономик на основе доступной статистической информации в рамках системы национальных счетов.

ПРИНЦИПЫ ОПИСАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Исследуемая здесь экономическая система состоит из l потребителей. Часть из них в количестве n производит определенный вид товаров. Потребители, не производящие товаров, функционируют за счет бюджетных средств, полученных в результате налогообложения. Среди производителей имеются монополисты. Система считается открытой, поскольку ее субъекты взаимодействуют с внешним окружением.

Основными экономическими характеристиками, определяющими состояние экономической системы, являются векторы цен на товары, объемов выпусков товаров и степеней удовлетворения нужд потребителей. Экономический смысл первых двух характеристик ясен. Относительно последней отметим, что компонента вектора степеней удовлетворения нужд потребителей определяет, насколько полученный в результате экономической деятельности уровень дохода позволит данному субъекту экономической системы реализовать свои намерения в потреблении всего необходимого ему набора товаров.

Пусть m — количество монополистов в экономической системе. Считаем, что цены на их товары $(p_1^0, \dots, p_m^0)$ фиксированы. Это допущение полностью согласуется с возможностью монополистов непосредственно влиять на уровни цен производимых ими товаров. Другие производители лишены такой возможности, поэтому считаем, что они могут устанавливать объемы выпусков своего товара $(x_{m+1}^0, \dots, x_n^0)$. Данное условие связано с прогнозированием немонополистами их возможной прибыли. Неизвестными будут объемы выпусков товаров монополистами $(x_1, \dots, x_m)$, цены на товары немонополистов $(p_{m+1}, \dots, p_n)$, а также все компоненты вектора степеней удовлетворения нужд потребителей $y = (y_1, \dots, y_n, \dots, y_l)$.

Структура потребления товаров в экономической системе характеризуется матрицей спроса (или непроизводственного потребления), а структура производства товаров задается технологической матрицей. Элементы первой матрицы определяют набор товаров, который желает потребить каждый субъект экономической системы, а элементы второй — количество товаров, необходимых для производства единицы товара отдельным производителем. Рассмотрим случай, когда технологии производства содержат составляющую постоянных затрат и технологическая матрица имеет вид $\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \|_{k,j=1}^{n}$, где $x_j = x_j^0$, $j = \overline{m+1, n}$, а матрица спроса имеет простую структуру $\| u_k v_j \|_{k=1, j=1}^{n, l}$, если потребитель ненасыщающийся, т.е. предполагает потратить весь свой заработанный доход на покупку товаров. Если же потребитель предполагает потратить лишь часть своей прибыли, то его реальная структура потребления товаров характеризуется также матрицей $\| \hat{u}_k \hat{v}_j \|_{k=1, j=1}^{n, l}$. Ранее введенная матрица спроса будет определять потенциальные возможности такого потребителя.

Экономическая система эволюционирует от одного состояния равновесия к другому. Каждому состоянию равновесия соответствуют свои значения экономических характеристик, поэтому они должны удовлетворять условию равновесия в экономической системе [3, 5]

$$\frac{1}{p_k} \sum_{i=1}^{l} \Lambda_{ik}(p) \widetilde{D}_i(p) \le x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \; k = \overline{1, n}, \tag{1}$$

где $\Lambda_i = \{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^{n}$ — вектор спроса i-го субъекта экономической системы; $\widetilde{D}_i(p)$ — его чистая прибыль, а векторы $\{e_i\}_{i=1}^{n}$ и $\{i_i\}_{i=1}^{n}$ описывают соответственно экспорт и импорт товаров.

Векторы спроса потребителей задают ту часть дохода каждого субъекта экономической системы, которая тратится на приобретение определенного товара, поэтому их компоненты строятся по элементам матриц спроса

$$\Lambda_{ik}(p) = \frac{\hat{u}_k \hat{v}_i p_k}{v_i \sum_{s=1}^{n} u_s p_s}, \; i = \overline{1, l}, \; k = \overline{1, n},$$

при этом $p_j = p_j^0$ для j-го монополиста. Справедливо условие

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_{ik}(p) \le 1, \; i = \overline{1, l}.$$

Для ненасыщающихся потребителей элементы обеих матриц спроса совпадают, вследствие чего в данном выражении имеют место равенства.

Чистая прибыль субъектов экономической системы как потребителей определяется элементами матрицы спроса и компонентами вектора цен и вектора степеней удовлетворения нужд потребителей

$$\widetilde{D}_j(p) = y_j v_j \sum_{s=1}^{n} u_s p_s, \; j = \overline{1, l}.$$

Для субъектов экономической системы, которые производят товары, чистую прибыль можно задать также и выражением [5]

$$\widetilde{D}_j(p)=\pi_j x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k\right)-\pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k, \ j=\overline{1, n},$$

где $\pi=\{\pi_i\}_{i=1}^n$ — вектор налогообложения.

Относительно стратегии налогообложения считаем, что возможны два случая: или система налогообложения в экономической системе задана, или компоненты вектора π, соответствующие монополистам, неизвестны. Рассмотрим второй случай подробнее. Здесь система налогообложения будет механизмом ограничения дестабилизирующих монопольных явлений, так как именно монополисты в первую очередь приводят к развитию негативных процессов в экономической системе. Естественно стремиться к выбору как можно более справедливой стратегии налогообложения. Таковой является равномерная система налогообложения. Поэтому считаем, что характеризирующие немонополистов компоненты налогового вектора одинаковы, т.е. $\pi_i=\pi^0$, $i=\overline{m+1, n}$, а π^0 — заданная величина. Для монополистов компоненты налогового вектора неизвестны и могут принимать разные значения. Их, как и другие неизвестные, определим из условия экономического равновесия.

В рассматриваемой здесь модели для самого общего вида векторов спроса без потери общности, как и в [3], решение системы неравенств (1) можно свести к решению системы уравнений. Для этого достаточно в выражении (1) перейти от вектора спроса i-го потребителя Λ_i к вектору $\Lambda_i^*=\{\Lambda_{ik}^*\}_{k=1}^n$, который строится по вектору Λ_i и должен удовлетворять равенствам

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_{ik}^*(p)=1, \ i=\overline{1, l}.$$

Компоненты такого эффективного вектора спроса можно выбрать в виде

$$\Lambda_{ik}^*(p)=\frac{\Lambda_{ik}(p)}{\sum_{s=1}^{n} \Lambda_{is}(p)}=\frac{\hat{u}_k p_k}{\sum_{s=1}^{n} \hat{u}_s p_s}, \ i=\overline{1, l}, \ k=\overline{1, n}.$$

Для каждого состояния равновесия введем вспомогательные параметры

$$\lambda=\sum_{s=1}^{n} u_s p_s=\Delta \sum_{s=1}^{n} \hat{u}_s p_s, \ \delta=\Delta \sum_{s=1}^{l} \upsilon_s y_s.$$

С учетом выражений для чистой прибыли условие равновесия (означающее здесь равенство спроса и предложения в экономической системе) примет вид

$$\hat{u}_k \Delta \sum_{j=1}^{l} \upsilon_j y_j=x_k-\sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i-\sum_{i=1}^{n} b_{ki}-e_k+i_k, \ k=\overline{1, n}; \tag{2}$$

$$y_j \upsilon_j \Delta \sum_{s=1}^{n} \hat{u}_s p_s=\pi_j x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k\right)-\pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k, \ j=\overline{1, n}. \tag{3}$$

Пусть матрица $A=||a_{kj}||_{k,j=1}^n$ продуктивна, тогда уравнения (2) перепишем в виде

$$\sum_{i=1}^{n}(E-A)_{ki}^{-1}\left[\hat{u}_i \delta+\sum_{j=1}^{n} b_{kj}+e_k-i_k\right]=x_k, \ k=\overline{1, m}, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(E-A)_{ki}^{-1}\left[\hat{u}_i \delta+\sum_{j=1}^{n} b_{kj}+e_k-i_k\right]=x_k^0, \ k=\overline{m+1, n}. \tag{5}$$

Правая часть в выражении (5) задана, поэтому несложно определить значение параметра δ, а затем и вектор выпусков товаров монополистами. Считаем, что в данной модели стратегии поведения потребителей согласованы со структурой потребления в экономической системе и внешнеэкономическими связями [5]. Значит, при векторе $\{\hat{u}_k\}_{k=1}^n$ решение для параметра δ существует. Пусть теперь определенный из уравнений (4) вектор выпусков товаров монополистами обеспечивает продуктивность матрицы $A+B(x)$, где $B(x)=\left\|\dfrac{b_{kj}}{x_j}\right\|_{k,j=1}^n$. При таких допущениях уравнения (3) эквивалентны уравнениям

$$\sum_{k=1}^n (E-A^{\mathrm{T}}-B^{\mathrm{T}}(x))_{jk}^{-1}\frac{y_k v_k}{\pi_k x_k}=\frac{1}{\lambda}p_j^0,\ j=\overline{1,m}, \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^n (E-A^{\mathrm{T}}-B^{\mathrm{T}}(x))_{jk}^{-1}\frac{y_k v_k}{\pi_k x_k}=\frac{1}{\lambda}p_j,\ j=\overline{m+1,n}. \tag{7}$$

Дополнительно из выражений (6), (7) и определения параметра λ следует условие

$$\sum_{s=1}^n u_s\sum_{j=1}^n (E-A^{\mathrm{T}}-B^{\mathrm{T}}(x))_{sj}^{-1}\frac{v_j}{x_j}\frac{y_j}{\pi_j}=1,$$

которое необходимо учитывать в дальнейшем. Следует также учесть, что значение параметра δ определено из уравнений (4), (5).

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Определим вектор степеней удовлетворения нужд потребителей. Обозначим

$$g_{kj}=(E-A^{\mathrm{T}}-B^{\mathrm{T}}(x))_{kj}^{-1}\frac{v_j}{x_j},\ \hat{y}_j=\frac{y_j}{\pi_j}.$$

Выражение (6) в этом случае примет вид

$$\sum_{j=1}^n g_{kj}\hat{y}_j=\frac{1}{\lambda}p_k^0,\ k=\overline{1,m}. \tag{8}$$

В системе уравнений (8) неизвестных больше, чем уравнений. Однако в случае невырожденности матрицы $\|g_{ki}\|_{k,i=1}^m$ можно записать параметрическое решение для вектора $\hat{y}=(\hat{y}_1,\dots,\hat{y}_n)$ [4] в виде

$$\hat{y}(\hat{\gamma})=\sum_{j=m+1}^{n+1}\hat{\gamma}_j z_j=\left\{\frac{1}{\lambda}(p^0,h_1)-\sum_{j=m+1}^n (g_j,h_1)\hat{\gamma}_j\hat{y}_j^*,\dots,\frac{1}{\lambda}(p^0,h_m)-\right.$$
$$\left.-\sum_{j=m+1}^n (g_j,h_t)\hat{\gamma}_j\hat{y}_j^*,\hat{\gamma}_{m+1}\hat{y}_{m+1}^*,\dots,\hat{\gamma}_n\hat{y}_n^*\right\},\ \sum_{i=m+1}^{n+1}\hat{\gamma}_i=1,$$

где

$$(p^0,h_i)=\sum_{s=1}^m p_s^0 h_{si}>0,\ (g_k,h_i)=\sum_{s=1}^m g_{sk}h_{si},\ k=\overline{m+1,n},\ i=\overline{1,m},$$

$$\sum_{s=1}^m g_{sk}h_{si}=\delta_{ki},\ k,i=\overline{1,m}.$$

Здесь вектор $\hat{y}^*=(\hat{y}_{m+1}^*,\dots,\hat{y}_n^*)$ необходимо зафиксировать. Однако сделать это можно неоднозначно. Ниже будут записаны критерии, на основе которых произойдет выбор вектора $\hat{y}^*$. Неизвестный вектор $\hat{y}$ найдем, определив компоненты вектора параметров $\hat{\gamma} = (\hat{\gamma}_{m+1}, \ldots, \hat{\gamma}_n)$. При этом учтем следующие принципы. Каждые конкретные значения компонент вектора налогообложения π и вектора степеней удовлетворения нужд потребителей y соответствуют некоторому состоянию равновесия. Как отмечалось ранее, монополизм часто является основной причиной порождения дестабилизирующих процессов в экономической системе. Определим состояние равновесия, в котором негативное влияние монополистов на другие субъекты экономической системы будет минимизировано, а сами монополисты могут находиться в менее выгодном положении. Считаем, что компоненты вектора y, соответствующие немонополистам, должны быть максимально близкими к единице (не превышая этого значения) и не опускаться ниже заданной минимальной границы. Для монополистов же характеризующие их компоненты вектора степеней удовлетворения нужд потребителей также не должны опускаться ниже минимальной границы, но максимальное их значение должно быть ниже единицы. Сформулируем условия существования такого состояния равновесия или соответствующего ему вектора параметров $\hat{\gamma}$. Минимальную границу удовлетворения нужд потребителей обозначим α, а максимальный уровень удовлетворения потребностей монополистов — σ. Тогда $y_s \in [\alpha, \sigma]$, $s \in [1, m]$, и $y_s \in [\alpha, 1]$, $s \in [m+1, n]$. Определим эталонные значения уровней налогообложения монополистов $\pi^* = \{\pi_j^*\}_{j=1}^m$, которые послужат ориентиром для нахождения оптимальных значений уровней налогообложения

$$\frac{\sigma}{\pi_j^*} = \frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) - \frac{\alpha}{\pi^0} \sum_{i \in K_j^+} (g_i, h_j) - \frac{1}{\pi^0} \sum_{i \in K_j^-} (g_i, h_j) > \frac{\sigma}{\pi^0}, \quad j = \overline{1, m}, \tag{9}$$

где введены множества

$$K_j^+ = \{k \in [m+1, \ldots, n] \colon (g_k, h_j) > 0\}, \quad K_j^- = \{k \in [m+1, \ldots, n] \colon (g_k, h_j) < 0\}.$$

В соответствии с данным выражением вектор π^* зависит от параметров σ, λ, α. Выбор значений этих параметров будет определяющим для реализации конкретного состояния равновесия.

Теорема 1. Пусть вектор π^* и параметры σ, λ, α удовлетворяют условиям

$$\sum_{j=1}^m \frac{1}{\pi_j^*} |(g_s, h_j)| \le \frac{1-\alpha}{\sigma - \alpha} \frac{1}{\pi^0} = \rho^*, \quad s = \overline{m+1, n}; \tag{10}$$

$$\frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) - \frac{1}{\pi^0} \sum_{i \in K_j^+} (g_i, h_j) - \alpha \frac{1}{\pi^0} \sum_{i \in K_j^-} (g_i, h_j) \ge \alpha \frac{1}{\pi_j^*}, \quad j = \overline{1, m}, \tag{11}$$

и $\alpha \le \sigma < 1$. Тогда существует положительный вектор $\hat{\gamma}^0 = (\hat{\gamma}_{m+1}^0, \ldots, \hat{\gamma}_n^0)$, на котором достигается минимум функционала

$$\hat{F}(\hat{\gamma}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \left[\frac{\sigma}{\pi_j^*} - \hat{y}_j(\hat{\gamma}) \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=m+1}^n \left[\frac{1}{\pi^0} - \hat{y}_j(\hat{\gamma}) \right]^2 \tag{12}$$

при условии, что

$$\sum_{i=m+1}^{n+1} \hat{\gamma}_i = 1, \quad \sum_{s=1}^n u_s \sum_{j=1}^n g_{sj} \hat{y}_j = 1; \tag{13}$$

при этом компоненты вектора $\hat{y}(\hat{\gamma}^0)$ находятся в интервалах $\frac{\alpha}{\pi_j^*} \le \hat{y}_i \le \frac{\sigma}{\pi_j^*}$, $i = \overline{1, m}$, и $\frac{\alpha}{\pi^0} \le \hat{y}_i \le \frac{1}{\pi^0}$, $i = \overline{m+1, n}$.

Доказательство. Проверим выполнение необходимых и достаточных условий существования минимума оптимизационной задачи (12), (13). Функция Лагранжа данной задачи имеет вид

$$\hat{\mathcal{L}} = \hat{F}(\hat{\gamma}) + \mu_1 \left[\sum_{i=m+1}^{n+1} \hat{\gamma}_i - 1 \right] + \mu_2 \left[\sum_{s=1}^{n} u_s \sum_{j=1}^{n} g_{sj} \hat{y}_j - 1 \right].$$

Для ее производной по компонентам вектора параметров $(\hat{\gamma}_{m+1}, \ldots, \hat{\gamma}_n)$ получим

$$\frac{\partial \hat{\mathcal{L}}}{\partial \hat{\gamma}_s} = \sum_{i=m+1}^{n} \left\{ \delta_{si} + \sum_{j=1}^{m} (g_i, h_j)(g_s, h_j) \right\} \hat{\gamma}_i y_i^* -$$

$$- \left\{ \frac{1}{\pi^0} + \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) - \frac{\sigma}{\pi_j^*} \right] (g_s, h_j) - \hat{\mu}_s \right\}, \; s = \overline{m+1, n}, \tag{14}$$

где
$$\hat{\mu}_s = \frac{\mu_1}{y_s^*} + \mu_2 \sum_{k=1}^{n} u_k g_{ks} - \mu_2 \sum_{k=1}^{n} u_k \sum_{j=1}^{m} g_{kj} (g_s, h_j), \; s = \overline{m+1, n}.$$

Вычислим матрицу вторых производных $\left\| \dfrac{\partial^2 \hat{\mathcal{L}}}{\partial \hat{\gamma}_i \partial \hat{\gamma}_s} \right\|_{i,k=m+1}^{n}$. Имеем

$$\left\| \delta_{ik} + \sum_{j=1}^{m} (g_i, h_j)(g_k, h_j) \right\|_{i,k=m+1}^{n}.$$

Исходя из ее простой структуры, несложно сделать вывод о положительной определенности данной матрицы. В свою очередь, равенство нулю первой производной функции Лагранжа приведет к решению системы линейных уравнений. Рассмотрим, при каких условиях и для каких значений множителей Лагранжа $(\hat{\mu}_{m+1}, \ldots, \hat{\mu}_n)$ эта система уравнений имеет то решение, которое предполагает формулировка теоремы $1 \geq \pi^0 \hat{y}_s \geq \alpha$, $s = \overline{m+1, n}$. Требование $\partial \hat{\mathcal{L}} / \partial \hat{\gamma}_s = 0$, $s = \overline{m+1, n}$, с учетом выражения (14) представим в виде

$$\hat{y}_s = \hat{Y}_s(\hat{y}), \; s = \overline{m+1, n}, \tag{15}$$

где
$$\hat{Y}_s(\hat{y}) = \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) - \frac{\sigma}{\pi_j^*} \right] (g_s, h_j) + \frac{1}{\pi^0} - \hat{\mu}_s - \sum_{i=m+1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (g_i, h_j)(g_s, h_j) \hat{y}_i.$$

Считаем, что решение этого операторного уравнения должно принадлежать компактному выпуклому множеству

$$\mathcal{Z}_2 = \left\{ z_k \in R, \left| \frac{1+\alpha}{2\pi^0} - z_k \right| \leq \frac{1-\alpha}{2\pi^0}, k = \overline{m+1, n} \right\}.$$

Это допущение реализуется в случае выполнения неравенств

$$\left| \frac{1+\alpha}{2\pi^0} - \hat{Y}_s(\hat{y}) \right| = \left| \sum_{j=1}^{m} \left[\sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j) \hat{y}_i + \frac{\sigma}{\pi_j^*} - \frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) \right] (g_s, h_j) + \right.$$

$$\left. + \hat{\mu}_s - \frac{1-\alpha}{2\pi^0} \right| \leq \frac{1-\alpha}{2\pi^0}, \; s = \overline{m+1, n}. \tag{16}$$

Данные неравенства удобно переписать в другом виде

$$\frac{1-\alpha}{2\pi^0} \le \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{\sigma}{\pi_j^*} - \frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) + \sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j)\hat{y}_i \right] (g_s, h_j) + \hat{\mu}_s \le \frac{1-\alpha}{\pi^0}, \ s = \overline{m+1, n},$$

или

$$\frac{1-\alpha}{2\pi^0} \ge \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{\sigma}{\pi_j^*} - \frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) + \sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j)\hat{y}_i \right] (g_s, h_j) + \hat{\mu}_s \ge 0, \ s = \overline{m+1, n}.$$

Проверим, обеспечивают ли условия теоремы выполнение этих неравенств. Введем множества

$$H_s^+ = \{k \in [1, \dots, m], k \colon (g_s, h_j) > 0\}, \ s \in [m+1, \dots, n],$$

$$H_s^- = \{k \in [1, \dots, m], k \colon (g_s, h_j) < 0\}, \ s \in [m+1, \dots, n].$$

С использованием (9) запишем следующую оценку:

$$\hat{\mu}_s - \sum_{j \in H_s^-} \left[\sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j) y_i - \frac{(p^0, h_j)}{\lambda} + \frac{\sigma}{\pi_j^*} \right] |(g_s, h_j)| \le$$

$$\le \hat{\mu}_s + \sum_{j=1}^{m} \left[\sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j) y_i - \frac{(p^0, h_j)}{\lambda} + \frac{\sigma}{\pi_j^*} \right] (g_s, h_j) \le$$

$$\le \hat{\mu}_s + \sum_{j \in H_s^+} \left[\sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j) y_i - \frac{(p^0, h_j)}{\lambda} + \frac{\sigma}{\pi_j^*} \right] (g_s, h_j), \ s = \overline{m+1, n}.$$

Тогда, учитывая условие (11), можно потребовать

$$\frac{1-\alpha}{2\pi^0} \le \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{\sigma}{\pi_j^*} - \frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) + \sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j) y_i \right] (g_s, h_j) + \hat{\mu}_s \le$$

$$\le (\sigma - \alpha) \sum_{j \in H_s^+} \frac{1}{\pi_j^*}(g_s, h_j) + \hat{\mu}_s \le \frac{1-\alpha}{\pi^0}, \ s = \overline{m+1, n}, \tag{17}$$

или

$$\frac{1-\alpha}{2\pi^0} \ge \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{\sigma}{\pi_j^*} - \frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) + \sum_{i=m+1}^{n} (g_i, h_j) y_i \right] (g_s, h_j) + \hat{\mu}_s \ge$$

$$\ge \hat{\mu}_s - (\sigma - \alpha) \sum_{j \in H_s^-} \frac{1}{\pi_j^*} |(g_s, h_j)| \ge 0, \ s = \overline{m+1, n}. \tag{18}$$

В результате с учетом условия (10) из выражений (17), (18) получим

$$\sum_{j \in H_s^-} \frac{|(g_s, h_j)|}{\pi_j^*} \le \frac{\hat{\mu}_s}{\sigma - \alpha} \le \rho^* - \sum_{j \in H_s^+} \frac{(g_s, h_j)}{\pi_j^*}, \quad \frac{\rho^*}{2} \le$$

$$\le \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\pi_j^*} |(g_s, h_j)| \le \rho^*, \ s = \overline{m+1, n};$$

$$\frac{\rho^*}{2} - \sum_{j \in H_s^+} \frac{(g_s, h_j)}{\pi_j^*} \le \frac{\hat{\mu}_s}{\sigma - \alpha} \le \frac{\rho^*}{2} +$$

$$+ \sum_{j \in H_s^-} \frac{|(g_s, h_j)|}{\pi_j^*}, \ \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\pi_j^*} |(g_s, h_j)| \le \frac{\rho^*}{2}, \ s = \overline{m+1, n}.$$

Выполнения этих оценок можно достичь за счет выбора постоянных μ_1, μ_2 и пока не определенного вектора $\hat{y}^*$, воспользовавшись неоднозначностью его выбора. Следует отметить, что компоненты вектора $\hat{y}^*$ не произвольны, а должны удовлетворять основному условию

$$0<\frac{(g_i,h_j)}{(p^0,h_j)}\le\frac{1}{y_i^*},\ i\in K_j^+,\ j=\overline{1,m}.$$

Однако это условие не противоречит предыдущим, так как вектор $\hat{y}^*$ определяется с точностью до постоянной (она не зависит от значения μ_1) и в случае соответствующего ее выбора данное условие будет справедливым.

Исходя из изложенного выше, параметры $(\hat{\mu}_{m+1},\ldots,\hat{\mu}_n)$ можно выбрать так, чтобы неравенства (16) выполнялись. Следовательно, на основании принципа Шаудера [6] неподвижная точка отображения $\hat{Y}(\hat{y})=\{\hat{Y}_{m+1}(\hat{y}),\ldots,\hat{Y}_n(\hat{y})\}$ существует и принадлежит компактному выпуклому множеству $\mathcal{Z}_2$. Поэтому для одной части индексов получим решение уравнения (15), удовлетворяющее ограничениям теоремы $\frac{1}{\pi^0}\ge\hat{y}_s\ge\frac{\alpha}{\pi^0}$, $s=\overline{m+1,n}$. Для другой части индексов выполнение ограничений $\frac{\sigma}{\pi_j^*}\ge\hat{y}_j\ge\frac{\alpha}{\pi_j^*}$, $j=\overline{1,m}$, обеспечивают условие (9) и неравенство (11). Отметим, что первое из условий (13) удовлетворим за счет выбора параметра γ_{n+1}.

Теорема доказана.

Теорема 1 позволяет определить оптимальный вектор $\hat{y}$, что достаточно для нахождения вектора цен. Компоненты неизвестного вектора степеней удовлетворения нужд потребителей, соответствующие немонополистам, будут иметь вид $(\hat{y}_{m+1}\pi^0,\ldots,\hat{y}_n\pi^0)$. Относительно монополистов ситуация неоднозначна, поскольку уровни их налогообложения также неизвестны. Если считать, что ставка налогообложения монополистов должна быть выше, чем у немонополистов, а удовлетворение их потребностей близко к максимальному значению, то уровни налогообложения монополистов можно принять равными эталонным значениям $\{\pi_j=\pi_j^*\}_{j=1}^m$. Тогда

$$y_k=\pi_k^*\left[\frac{1}{\lambda}(p^0,h_k)-\sum_{j=m+1}^{n}(g_j,h_k)\hat{y}_j\right],\ k=\overline{1,m}.$$

Если же стремиться к максимальной ставке налогообложения монополистов $\{1-\pi_j\}_{j=1}^m$, то, как следует из выражения (9), этой ставке должны соответствовать минимальные степени удовлетворения нужд монополистов и, следовательно,

$$\frac{\alpha}{\pi_k}=\left[\frac{1}{\lambda}(p^0,h_k)-\sum_{j=m+1}^{n}(g_j,h_k)\hat{y}_j\right],\ k=\overline{1,m}.$$

Для чистых потребителей соответствующие им компоненты вектора y найдем из еще не учтенного условия

$$\delta=\Delta\sum_{s=1}^{l}\upsilon_s y_s.$$

Такой выбор компонент $(y_{n+1},\ldots,y_l)$ вектора y позволит согласовать решения систем уравнений (4), (5) и (6), (7). Параметр Δ можно найти из равенства

$$\sum_{s=1}^{m}u_s p_s^0+\sum_{s=m+1}^{n}u_s p_s=\Delta\left(\sum_{s=1}^{m}\hat{u}_s p_s^0+\sum_{s=m+1}^{n}\hat{u}_s p_s\right),$$

а неизвестные цены $(p_{m+1},\ldots,p_n)$ определить по вектору $\hat{y}$ из выражения (7).

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотренную здесь теоретическую модель можно использовать и в практических целях, в частности для анализа монопольных влияний на реальную экономическую систему. Необходимо лишь наличие соответствующей статистической информации. Применим данную модель к исследованию экономики Украины. Для этого используем доступные данные межотраслевого баланса [7] или таблицы затраты–выпуск. В рамках этой статистической информации экономическую систему в некотором базовом для исследования периоде функционирования описывают [5] матрицей затрат $\overline{A} = ||\overline{a}_{ij}||_{i,j=1}^{n}$, векторами валовых выпусков $\{X_i\}_{i=1}^{n}$, экспорта $\{\mathcal{E}_i\}_{i=1}^{n}$, импорта $\{\mathcal{I}_i\}_{i=1}^{n}$, конечного потребления $\{C_i\}_{i=1}^{n}$, валового накопления $\{N_i\}_{i=1}^{n}$ и валовым внутренним продуктом каждой i-й отрасли, составляющей экономическую систему Δ_i, $i=\overline{1,n}$. Для введенных данных справедливы уравнения межотраслевого баланса

$$\sum_{k=1}^{n} \overline{a}_{ik} X_k + C_i + N_i + \mathcal{E}_i - \mathcal{I}_i = X_i, \; i=\overline{1,n},$$

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{a}_{ik} X_k + \Delta_k = X_k, \; k=\overline{1,n}.$$

Задана также некоторая система налогообложения, характеризуемая вектором налогообложения $\{\pi_i^0\}_{i=1}^{n}$. Этим статистическим данным поставим в соответствие модельные экономические характеристики. Пусть в базовом периоде функционирования экономики задан равновесный вектор цен $\overline{p} = \{\overline{p}_k\}_{k=1}^{n}$. Тогда между ранее введенными модельными характеристиками $||a_{kj} + b_{kj}/x_j||_{k,j=1}^{n}$, $\{x_i\}_{i=1}^{n}$, $\{e_i\}_{i=1}^{n}$, $\{i_i\}_{i=1}^{n}$ и статистическими данными $||\overline{a}_{ij}||_{i,j=1}^{n}$, $\{X_i\}_{i=1}^{n}$, $\{\mathcal{E}_i\}_{i=1}^{n}$, $\{\mathcal{I}_i\}_{i=1}^{n}$ справедливы равенства

$$\overline{a}_{kj} = \frac{\overline{p}_k a_{kj}}{\overline{p}_j} + \frac{\overline{p}_k b_{kj}}{\overline{p}_j x_j}, \; X_j = x_j \overline{p}_j, \; \mathcal{E}_j = e_j \overline{p}_j, \; \mathcal{I}_j = i_j \overline{p}_j, \; k,j=\overline{1,n}.$$

Пусть далее (для простоты) параметр Δ равен единице и чистые потребители в экономической системе составляют только одну группу, тогда $l = n+1$. Если $(Y_1, \ldots, Y_{n+1})$ — вектор степеней удовлетворения нужд потребителей базового периода, то элементы матрицы спроса $||u_k v_i||_{k=1,i=1}^{n,n+1}$ определим из следующих равенств [5]:

$$\overline{p}_k u_k \sum_{i=1}^{n+1} v_i Y_i = C_k + N_k, \; k=\overline{1,n},$$

$$Y_i v_i \sum_{k=1}^{n} \overline{p}_k u_k = \pi_i^0 \Delta_i, \; i=\overline{1,n},$$

$$Y_{n+1} v_{n+1} \sum_{k=1}^{n} \overline{p}_k u_k = \sum_{i=1}^{n} (1-\pi_i^0)\Delta_i + \sum_{k=1}^{n} \mathcal{E}_k - \sum_{k=1}^{n} \mathcal{I}_k.$$

Одним из решений этой системы уравнений, которое достаточно адекватно для описания реальной экономики, является

$$\overline{p}_j u_j v_k = \frac{\pi_k^0 \Delta_k (C_j + N_j)}{Y_k \sum_{s=1}^{n} (\Delta_s - \mathcal{E}_s + \mathcal{I}_s)}, \; j,k=\overline{1,n},$$

$$\bar{p}_j u_j v_{n+1} = \frac{\sum_{k=1}^{n} [(1-\pi_k^0)\Delta_k - \mathcal{E}_k + \mathcal{I}_k]}{Y_{n+1} \sum_{s=1}^{n} [\Delta_s - \mathcal{E}_s + \mathcal{I}_s]} (C_j + N_j), \ j = \overline{1, n}.$$

Основными характеристиками исследуемого периода функционирования экономики, по которым будет проводиться анализ, считаем векторы степеней удовлетворения нужд потребителей $\{y_i\}_{i=1}^{n+1}$, цен $(p_1^0, \ldots, p_m^0, p_{m+1}, \ldots, p_n)$ и выпусков $\{X_i^1\}_{i=1}^{n}$. Эти характеристики определим из условия экономического равновесия, которое на основании (2), (3) запишем в виде

$$\sum_{k=1}^{n} (E - \bar{A}^{\mathrm{T}})_{jk}^{-1} \tau_k \frac{\Delta_k \pi_k^0}{X_k \pi_k^1} = \frac{1}{\bar{\lambda}} \tilde{p}_j^0, \ j = \overline{1, m}, \tag{19}$$

$$\sum_{k=1}^{n} (E - \bar{A}^{\mathrm{T}})_{jk}^{-1} \tau_k \frac{\Delta_k \pi_k^0}{X_k \pi_k^1} = \frac{1}{\bar{\lambda}} \tilde{p}_j, \ j = \overline{m+1, n}, \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (E - \bar{A})_{ki}^{-1} [(C_i + N_i)\bar{\delta} + \mathcal{E}_i - \mathcal{I}_i] = X_k^1, \ k = \overline{1, n}, \tag{21}$$

где $\{\pi_i^1\}_{i=1}^{n}$ — вектор налогообложения исследуемого периода. Здесь введены относительные к соответствующим характеристикам базового периода степени удовлетворения нужд потребителей и цены

$$\tau_i = \frac{y_i}{Y_i}, \ i = \overline{1, n+1}, \ \tilde{p}_s^0 = \frac{p_s^0}{\bar{p}_s}, \ s = \overline{1, m}, \ \tilde{p}_s = \frac{p_s}{\bar{p}_s}, \ s = \overline{m+1, n},$$

а параметры $\bar{\delta}, \bar{\lambda}$ определены равенствами

$$\bar{\delta} = \tau_{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \pi_i^0 \Delta_i \tau_i}{\sum_{k=1}^{n} \pi_k^0 \Delta_k}, \ \bar{\lambda} = \frac{\sum_{s=1}^{m} (C_s + N_s)\tilde{p}_s^0 + \sum_{s=m+1}^{n} (C_s + N_s)\tilde{p}_s}{\sum_{k=1}^{n} (\Delta_k - \mathcal{E}_k + \mathcal{I}_k)}.$$

Как и для уравнения (8) было получено параметрическое решение; для уравнения (19) можно также записать параметрическую зависимость вектора $\{\tau_i\}_{i=1}^{n}$. Поэтому относительный вектор степеней удовлетворения нужд потребителей $\{\tau_i\}_{i=1}^{n}$ найдем из оптимизационной задачи вида (12), (13), которую несколько модифицируем. Второе условие в (13) явно не будем учитывать, а удовлетворим его выбором уровня налогообложения. При этом возможны две стратегии налогообложения. Первая стратегия — когда налогообложение в исследуемом периоде функционирования экономики с точностью до постоянной такое же, как и в базовом периоде $\{\pi_i^1 = \pi^1 \pi_i^0\}_{i=1}^{m}$ для монополистов, а для остальных субъектов экономической системы оно равномерное $\{\pi_i^1 = \pi^0\}_{i=m+1}^{n}$. Постоянная π^1 выбирается так, чтобы выполнялось условие $\{\pi^0 \geq \pi_i^1\}_{i=1}^{m}$. Следовательно, значение π^0 необходимо найти из определения параметра $\bar{\lambda}$ и системы уравнений (19), (20), т.е. из второго условия (13):

$$\sum_{s=1}^{n}(C_s+N_s)\sum_{j=m+1}^{n}(E-\overline{A}^{\mathrm{T}})_{sj}^{-1}\tau_k\frac{\Delta_k}{X_k}\pi_k^0=$$

$$=\pi^0\left[\sum_{k=1}^{n}(\Delta_k-\mathcal{E}_k+\mathcal{I}_k)-\frac{1}{\pi^1}\sum_{s=1}^{n}(C_s+N_s)\sum_{j=1}^{m}(E-\overline{A}^{\mathrm{T}})_{sj}^{-1}\tau_k\frac{\Delta_k}{X_k}\right].$$

Другая стратегия — когда в экономической системе действует равномерная система налогообложения для всех ее субъектов $\{\pi_i^1=\pi^0\}_{i=1}^n$. В этом случае для определения уровня налогообложения π^0 получим равенство

$$\sum_{s=1}^{n}(C_s+N_s)\sum_{j=1}^{n}(E-\overline{A}^{\mathrm{T}})_{sj}^{-1}\tau_k\frac{\Delta_k}{X_k}\pi_k^0=\pi^0\sum_{k=1}^{n}(\Delta_k-\mathcal{E}_k+\mathcal{I}_k).$$

Компоненты вектора $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ в оптимизационной задаче должны находиться в интервале $\left[1,\frac{\sigma}{\alpha}\right]$ для монополистов и $\left[1,\frac{1}{\alpha}\right]$ для остальных составляющих экономической системы, если принять, что в исследуемом периоде функционирования экономики уровень удовлетворения потребностей должен улучшиться. Следовательно, функционал, который необходимо минимизировать, будет иметь вид

$$\hat{F}(\hat{\gamma})=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\sigma}{\alpha}-\tau_j(\hat{\gamma})\right]^2+\frac{1}{2}\sum_{j=m+1}^{n}\left[\frac{1}{\alpha}-\tau_j(\hat{\gamma})\right]^2.$$

Рассмотрим также обратный случай, когда в исследуемом периоде влияние монополистов может привести к ухудшению удовлетворения потребностей. Тогда соответствующие монополистам компоненты вектора $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ должны находиться в интервале $[\alpha,\sigma]$, а остальные компоненты — в интервале $[\alpha,1]$. В этом случае функционал оптимизационной задачи имеет вид

$$\hat{F}(\hat{\gamma})=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}[\sigma-\tau_j(\hat{\gamma})]^2+\frac{1}{2}\sum_{j=m+1}^{n}[1-\tau_j(\hat{\gamma})]^2.$$

Для иллюстрации применения модели приведем численные расчеты следующих сценариев. Ограничимся лишь случаем равномерного налогообложения всех субъектов экономической системы. Для экономики Украины, отрасли которой являются достаточно монополизированными, не будет большим преувеличением считать отрасли нефтепереработки и газового обеспечения монополистами. Оценим влияние повышения цен в этих отраслях на изменение основных характеристик экономической системы. Пусть по отношению к ценам в базовом периоде функционирования экономики монопольный рост цен в этих отраслях в исследуемом периоде составляет соответственно 1.3 и 1.2. Монопольное поднятие цен спровоцирует рост цен во всех отраслях, следовательно и рост затрат производителей. Далее опишем сначала случай, когда значения компонент относительного вектора степеней удовлетворения нужд потребителей равны 0.95 для отраслей-монополистов и 1.0 для остальных отраслей. Этим значениям компонент вектора $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ соответствует уровень налогообложения π^0, равный 0.86. Объемы выпусков продукции по отношению к значениям базового периода для всех отраслей будут находиться в интервале от 0.97 до 1.0. Для другого сценария, когда значения компонент вектора $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ для монополистов принять равными 1.06, а для остальных отраслей — 1.11, получим следующие изменения. Уровень налогообложения π^0 теперь будет равен 0.96. Изменение вектора степеней удовлетворения нужд потребителей $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ не влияет на вектор относительных цен, но вектор относительных объемов выпусков изменится. Для второго сценария разница между компонентами вектора относительных объемов выпусков теперь будет более существенной. Запишем распределение значений компонент этого вектора по отраслям более подробно. В частности, для отраслей монополистов получим 1.07 — для нефтепереработки и 1.09 — для газового обеспечения. Приведем значения относительных валовых выпусков товаров для некоторых других отраслей, а также значения относительных цен. Имеем соответственно 1.11 и 1.48 для сельского хозяйства; 1.07 и 1.57 для добычи угля и торфа; 1.1 и 1.25 для пищевой промышленности; 1.12 и 1.35 для химического производства; 1.03 и 1.44 для металлургии; 1.08 и 1.51 для электроэнергетики; 1.1 и 1.27 для теплового обеспечения; 1.11 и 1.38 для строительства; 1.1 и 1.48 для торговли; 1.07 и 1.41 для транспорта; 1.09 и 1.42 для почты и связи; 1.11 и 1.53 для образования; 1.11 и 1.5 для охраны здоровья.

Коррекция величины монопольного поднятия цен даст другие количественные соотношения экономических характеристик, но качественно картина принципиально не изменится.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для каждой сложной системы, каковыми являются экономические системы, важно определить механизмы ее управления. Наличие возможности контроля системы позволяет избежать появления (или ограничить развитие) некоторых нежелательных явлений. Знание параметров, изменение которых приводит к реализации определенного приемлемого состояния равновесия, и является элементом управления экономической системы, по крайней мере, в рамках принятой модели ее описания. Для экономической системы, в которой присутствуют монополисты, это особенно актуально. Негативное влияние, оказываемое монополистами на других субъектов экономической системы, может быть ограничено. Проведенное численное моделирование разных сценариев показало, что соответствующий выбор стратегии налогообложения способен нивелировать привилегированное положение монополистов или даже поставить их в менее выгодное положение по сравнению с остальными составляющими экономической системы. В конечном итоге это может привести к уменьшению количества монополистов, что должно повысить эффективность функционирования экономической системы как целого.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз. Ч. 1. Мікроекономіка. — К.: Вища шк., 2004. — 262 с.
2. Kehoe T.J. Computation and multiplicity of equilibria // Handbook of Mathematical Economics, ed. by W. Hildenbrand and H. Sonnenschein. — Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V. — 1991. — **IV.** — P. 2049–2143.
3. Гончар М.С. Фондовий ринок, економічний ріст. — К.: Обереги, 2001. — 826 с.
4. Махорт А.П. Оптимізація монопольних впливів в економічній системі з урахуванням оподаткування // Доп. НАН України. — 2006. — № 12. — С. 74–80.
5. Махорт А.Ф. Влияние монополизма и налогообложения на экономическую систему в случае нелинейных технологий // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 1. — С. 155–166.
6. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
7. Таблиця «витрати — випуск» України за 2003 рік в цінах споживачів / Статистичний збірник. — К.: Держкомстат України, 2005. — 51 с.

Поступила 27.03.2008
После доработки 25.03.2009