ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

8 • 2011

МЕХАНІКА

УДК 539.3

Ю. П. Глухов

Об одной динамической задаче для многослойной плиты на жестком основании

(Представлено академиком НАН Украины А. Н. Гузем)

Розглянуто постановку і метод розв'язування просторової задачі про дію рухомого навантаження на попередньо напружену багатошарову плиту, що лежить на жорсткій основі. Для попередньо напруженого шару, що лежить на жорсткій основі, в області зображень Фур'є в загальному вигляді одержано розв'язок задачі.

В настоящее время в динамике упругих тел с начальными (остаточными) напряжениями разрабатывается ряд научных направлений, из которых можно отметить следующие: исследования закономерностей распространения волн в телах различной формы [1, 2]; исследование механики движущихся трещин в однородных материалах (например, [3–6] и др.) и в границах раздела (interface) материалов [7–10]; исследование динамических процессов при движущихся нагрузках (например, [2, 11–13] и др.). Современный анализ построения основных соотношений линеаризированной механики деформированных тел (статика, динамика и устойчивость) представлен в работах [14, 15] и в ряде других.

Данное сообщение продолжает цикл работ, посвященных исследованию динамических процессов в многослойных предварительно напряженных конструкциях при подвижных нагрузках [2, 11–13].

Многослойная плита на жестком основании. Рассмотрим многослойную плиту, состоящую из N слоев и лежащую на жестком основании. Слои пронумерованы по порядку $s = \overline{1, N}$ сверху вниз. Граничные поверхности слоев плоские и параллельные между собой. Толщина слоев произвольная и равна h_s.

Слои состоят из сжимаемых или несжимаемых предварительно напряженных изотропных материалов с произвольной формой упругого потенциала. В случае ортотропного тела будем считать, что упруго-эквивалентные направления совпадают с направлениями осей выбранной системы координат.

Считаем, что начальное напряженно-деформированное состояние полупространства является однородным. Рассмотрим начальное состояние в виде

$$\lambda_1^{\{s\}} = \lambda_2^{\{s\}} \neq \lambda_3^{\{s\}}, \qquad S_0^{\{s\}11} = S_0^{\{s\}22} \neq S_0^{\{s\}33}. \tag{1}$$

Плита отнесена к декартовой системе координат ξ_i $(i = 1, 2, 3)$, соответствующей начальному деформированному состоянию. Координатная ось ξ_3 направлена перпендикулярно поверхностям слоев к жесткому основанию.

К свободной границе первого слоя приложена нагрузка, движущаяся с постоянной скоростью v в течение большого промежутка времени и не зависящая от координаты ξ_3. Относительно системы координат, связанной с этой нагрузкой, существует установившееся деформированное состояние. Если предположить, что нагрузка движется по прямой, расположенной под углом φ к оси ξ_1, то координаты подвижной системы координат будут определяться соотношениями

$$y_1 = \xi_1 - v\cos\varphi t, \qquad y_2 = \xi_2 - v\sin\varphi t, \qquad y_3 = \xi_3. \tag{2}$$

Также предположим, что напряжения, возникающие за счет действия нагрузки, значительно меньше начальных напряжений. Указанное предположение позволяет применять линеаризированную теорию упругости [1] для описания дополнительного напряженного состояния, вызванного действием нагрузки.

С учетом (1) в координатах подвижной системы координат (2) уравнения движения и компоненты напряженно-деформированного состояния слоистого полупространства можно записать в общем виде следующим образом:

уравнения движения

$$\begin{gathered}\left(\widetilde{A}^{\{s\}}\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \zeta_1^{\{s\}2}\frac{\partial^2}{\partial y_3^2}\right)\Psi^{\{s\}} = 0,\\ \left\{\prod_{j=1}^{2}\left(\sum_{m=1}^{2}\frac{\partial^2}{\partial y_m^2} + \zeta_{j+1}^{\{s\}2}\frac{\partial^2}{\partial y_3^2}\right) - \left[\widetilde{B}^{\{s\}}\sum_{m=1}^{2}\frac{\partial^2}{\partial y_m^2} + \widetilde{C}^{\{s\}}\frac{\partial^2}{\partial y_3^2}\right]\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \widetilde{D}^{\{s\}}\frac{\partial^4}{\partial y_1^4}\right\}\chi^{\{s\}} = 0,\end{gathered} \tag{3}$$

перемещения

$$\begin{gathered}u_n^{\{s\}} = (-1)^m\frac{\partial\Psi^{\{s\}}}{\partial y_m} - \frac{\partial^2\chi^{\{s\}}}{\partial y_n\partial y_3}, \qquad u_3^{\{s\}} = \left(\sum_{j=1}^{3}\widetilde{\beta}_j^{\{s\}}\frac{\partial^2}{\partial y_j^2}\right)\chi^{\{s\}},\\ m, n = 1, 2, \qquad m \neq n,\end{gathered} \tag{4}$$

напряжения

$$\begin{gathered}\widetilde{Q}_{ii}^{\{s\}} = \widetilde{a}_{ii}^{\{s\}(1)}\frac{\partial^2\Psi^{\{s\}}}{\partial y_1\partial y_2} + \left(\sum_{m=1}^{3}\widetilde{b}_{ii}^{\{s\}(m)}\frac{\partial^2}{\partial y_m^2}\right)\frac{\partial\chi^{\{s\}}}{\partial y_3}, \qquad i = \overline{1,3},\\ \widetilde{Q}_{ij}^{\{s\}} = \left(\sum_{m=1}^{2}\widetilde{a}_{ij}^{\{s\}(m)}\frac{\partial^2}{\partial y_m^2}\right)\Psi^{\{s\}} - \widetilde{b}_{ij}^{\{s\}(1)}\frac{\partial^3\chi^{\{s\}}}{\partial y_1\partial y_2\partial y_3}, \qquad i, j = 1, 2,\\ \widetilde{Q}_{ij}^{\{s\}} = \widetilde{a}_{ij}^{\{s\}(1)}\frac{\partial^2\Psi^{\{s\}}}{\partial y_k\partial y_3} + \left(\sum_{m=1}^{3}\widetilde{b}_{ij}^{\{s\}(m)}\frac{\partial^2}{\partial y_m^2}\right)\frac{\partial\chi^{\{s\}}}{\partial y_i}, \quad i, j, k = \overline{1,3}, \quad k \neq j, \quad k \neq i,\end{gathered} \tag{5}$$

где коэффициенты $\widetilde{A}^{\{s\}}$, $\widetilde{B}^{\{s\}}$, $\widetilde{C}^{\{s\}}$, $\widetilde{D}^{\{s\}}$, $\widetilde{\zeta}_j^{\{s\}}$, $\widetilde{\beta}_j^{\{s\}}$, $\widetilde{a}_{ij}^{\{s\}(m)}$, $\widetilde{b}_{ij}^{\{s\}(m)}$ в выражениях (3)–(5) являются функциями параметров v, φ, характеризующих нагрузку, и параметров, характеризующих материал элементов слоистой среды; $\widetilde{\omega}^{\{s\}}$ — в случае сжимаемого материала и $\widetilde{\kappa}^{\{s\}}$ — в случае несжимаемого материала.

Предполагаем возможными два варианта контакта между элементами слоистого полупространства при $y_3 = -h_s$: жесткий контакт и нежесткий. Условия контакта в общем виде можно записать

$$\begin{aligned}
&\widetilde{Q}_{33}^{\{s\}} = \widetilde{Q}_{33}^{\{s+1\}}, \qquad \widetilde{Q}_{3n}^{\{s\}} = \theta_1^{\{s\}} \widetilde{Q}_{3n}^{\{s+1\}}, \qquad (1 - \theta_1^{\{s\}}) \widetilde{Q}_{3n}^{\{s+1\}} = \theta_1^{\{s\}} (u_n^{\{s+1\}} - u_n^{\{s\}}),\\
&u_3^{\{s\}} = u_3^{\{s+1\}}, \qquad u_3^{\{N\}} = 0, \qquad (1 - \theta_1^{\{N\}}) \widetilde{Q}_{3n}^{\{N\}} = \theta_1^{\{N\}} u_n^{\{N\}},\\
&s = \overline{1, N-1}, \qquad n = 1, 2.
\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $\theta_1^{\{s\}} = 1$ $(s = \overline{1, N})$ соответствует жесткому контакту, а $\theta_1^{\{s\}} = 0$ — нежесткому контакту между соответствующими элементами слоистой среды и плиты с жестким основанием.

Граничные условия на свободной поверхности первого слоя при $y_3 = 0$ имеют вид

$$\widetilde{Q}_{3n}^{\{1\}} = P_n \delta_{NN_1} \delta(y_1) \delta(y_2), \qquad n = 1, 2, \qquad \widetilde{Q}_{33}^{\{1\}} = P_3 \delta(y_1) \delta(y_2), \qquad N_1 = \sum_{s=1}^{N} \theta_1^{\{s\}}. \tag{7}$$

При изложенных выше условиях имеем трехмерную установившуюся задачу, состоящую в совместном решении уравнений движения (3) при соответствующих граничных условиях на свободной поверхности первого слоя (7), условий контакта элементов слоистой среды (6) и условия затухания на бесконечности.

Для решения задачи воспользуемся двойным преобразованием Фурье по координатам y_1 и y_2. В пространстве изображений Фурье уравнения движения (3) можно представить в виде

$$\left(\frac{d^2}{dy_3^2} - \mu_1^{\{s\}2}\right) \Psi^{F\{s\}} = 0, \qquad \left(\frac{d^2}{dy_3^2} - \mu_2^{\{s\}2}\right)\left(\frac{d^2}{dy_3^2} - \mu_3^{\{s\}2}\right) \chi^{F\{s\}} = 0, \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
&\mu_1^{\{s\}2} = \zeta_1^{\{s\}-2} (k_1^2 \widetilde{A}^{\{s\}} + k_2^2), \qquad \mu_{2,3}^{\{s\}2} = \widetilde{B}_1^{\{s\}} \pm (\widetilde{B}_1^{\{s\}2} - \widetilde{B}_2^{\{s\}})^{-1/2},\\
&2B_1^{\{s\}} = \zeta_2^{\{s\}-2} \zeta_3^{\{s\}-2} [(\zeta_2^{\{s\}2} + \zeta_3^{\{s\}2})(k_1^2 + k_2^2) - k_1^2 \widetilde{C}^{\{s\}}],\\
&B_2^{\{s\}} = \zeta_2^{\{s\}-2} \zeta_3^{\{s\}-2} [(k_1^2 + k_2^2)^2 + k_1^2 k_2^2 \widetilde{B}^{\{s\}} + (\widetilde{B}^{\{s\}} + \widetilde{D}^{\{s\}}) k_1^4],
\end{aligned}$$

k_1, k_2 — параметры двойного преобразования Фурье.

Решение преобразованных уравнений (8) с учетом затухания на бесконечности будем искать в виде

$$\begin{aligned}
&\Psi^{\{s\}F} = C_1^{\{s\}} e^{\gamma_1^{\{s\}}(y_3 + h_{s-1})} + C_2^{\{s\}} e^{-\gamma_1^{\{s\}}(y_3 + h_{s-1})},\\
&\chi^{\{s\}F} = C_3^{\{s\}} e^{\gamma_2^{\{s\}}(y_3 + h_{s-1})} + C_4^{\{s\}} e^{-\gamma_2^{\{s\}}(y_3 + h_{s-1})} +\\
&\qquad + [1 - \delta_{\mu_2\mu_3}^{\{s\}} + \delta_{\mu_2\mu_3}^{\{s\}} (y_3 + h_{s-1})][C_5^{\{s\}} e^{\gamma_3^{\{s\}}(y_3 + h_{s-1})} + C_6^{\{s\}} e^{-\gamma_3^{\{s\}}(y_3 + h_{s-1})}].
\end{aligned} \tag{9}$$

Здесь

$$\delta_{\mu_2\mu_3}^{\{s\}} = \begin{cases} 1, & \mu_2^{\{s\}2} = \mu_3^{\{s\}2} \\ 0, & \mu_2^{\{s\}2} \neq \mu_3^{\{s\}2} \end{cases}, \qquad \gamma_j^{\{s\}} = \sigma_j^{\{s\}} \mu_j^{\{s\}}, \qquad h_0 = 0,$$

$\sigma_j^{\{s\}} \equiv \sigma^{\{s\}} = |\mu_j^{\{s\}}|/\mu_j^{\{s\}}$, если $\mu_j^{\{s\}2} > 0$; $\sigma_j^{\{s\}} = i$, если $\mu_j^{\{s\}2} < 0$ и $\gamma_j^{\{s\}} = \sigma^{\{s\}} \operatorname{Re} \mu_j^{\{s\}} - (-1)^j i \operatorname{Im} \mu_j^{\{s\}}$, если $\mu_j^{\{s\}2}$ принимает комплексные значения.

Трансформанты выражений (4) и (5) с учетом (9) можно записать в виде

$$u_n^{\{s\}F} = \frac{(-1)^{n+1}}{i^{\delta_{3n}-1}} \sum_{j=1}^{6} \left[\sum_{m=1}^{2} \alpha_{jm}^{\{s\}(n)} (y_3 + h_{s-1})^{(m-1)(\delta_{5j}+\delta_{6j})} \right] C_j^{\{s\}} e^{(-1)^{j+1} \gamma_\tau^{\{s\}} (y_3 + h_{s-1})}, \quad (10)$$

$$\widetilde{Q}_{nm}^{\{s\}F} = i^{(\delta_{n1}+\delta_{n2}+\delta_{m1}+\delta_{m2})(\delta_{n3}+\delta_{m3})} \times$$

$$\times \sum_{j=1}^{6} \left[\sum_{q=1}^{2} \gamma_{jq}^{\{s\}(nm)} (y_3 + h_{s-1})^{(q-1)(\delta_{5j}+\delta_{6j})} \right] C_j^{\{s\}} e^{(-1)^{j+1} \gamma_\tau^{\{s\}} (y_3 + h_{s-1})}, \quad (11)$$

где n, $m = \overline{1,3}$, $\tau = \delta_{j1} + \delta_{j2} + 2(\delta_{j3} + \delta_{j4}) + 3(\delta_{j5} + \delta_{j6})$, а $\alpha_{jm}^{\{s\}(n)}$, $\gamma_{jq}^{\{s\}(nm)}$ — функции параметров k_1, k_2 и параметров, характеризующих нагрузку и слоистую среду.

Подставляя (10) и (11) в преобразованную систему уравнений (6), (7), получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $C_j^{\{s\}}$

$$\sum_{j=1}^{6} \gamma_{j1}^{\{1\}(3m)} C_j^{\{1\}} = \frac{P_m^F \theta^{(m)}}{i^{(\delta_{m1}+\delta_{m2})(1+\delta_{m3})}}, \qquad \theta^{(m)} = \delta^{m3} + \delta_{NN_1}(1 - \delta_{m3}),$$

$$\sum_{j=1}^{6} [(\gamma_{j1}^{\{s\}(3m)} - \gamma_{j2}^{\{s\}(3m)} \Delta h_s^{\delta_{5j}+\delta_{6j}}) C_j^{\{s\}} e^{(-1)^j \gamma_\tau^{\{s\}} \Delta h_s} -$$

$$- \theta^{\{s\}(1-\delta_{m3})} \gamma_{j1}^{\{s+1\}(3m)} C_j^{\{s\}}] = 0, \qquad \Delta h_s = h_s - h_{s-1}, \qquad m = \overline{1,3},$$

$$\sum_{j=1}^{6} \{[(1 - \theta_1^{\{s\}}) \gamma_{j1}^{\{s+1\}(3m)} + (-1)^m \theta_1^{\{s\}} \alpha_{j1}^{\{s+1\}(m)}] C_j^{\{s+1\}} -$$

$$- (-1)^m \theta_1^{\{s\}} (\alpha_{j1}^{\{s\}(m)} - \alpha_{j2}^{\{s\}(m)} \Delta h_s^{\delta_{5j}+\delta_{6j}}) C_j^{\{s\}} e^{(-1)^j \gamma_\tau^{\{s\}} \Delta h_s}\} = 0, \qquad m = 1, 2, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{6} [(\alpha_{j1}^{\{s\}(3)} - \alpha_{j2}^{\{s\}(3)} \Delta h_s^{\delta_{5j}+\delta_{6j}}) C_j^{\{s\}} e^{(-1)^j \gamma_\tau^{\{s\}} \Delta h_s} - \alpha_{j1}^{\{s+1\}(3)} C_j^{\{s+1\}}] = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{6} \left[\sum_{m=1}^{2} \alpha_{jm}^{\{N\}(3)} \Delta h_N^{(m-1)(\delta_{5j}+\delta_{6j})} \right] C_j^{\{N\}} e^{(-1)^j \gamma_\tau^{\{N\}} \Delta h_N} = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{6} \left\{ \sum_{m=1}^{2} [(-1)^n \theta_1^{\{N\}} \alpha_{jm}^{\{N\}(n)} + (1 - \theta_1^{\{N\}}) \gamma_{jm}^{\{N\}(3n)}] \Delta h_N^{(m-1)(\delta_{5j}+\delta_{6j})} \right\} \times$$

$$\times C_j^{\{N\}} e^{(-1)^j \gamma_\tau^{\{N\}} \Delta h_N} = 0, \qquad n = 1, 2, \qquad s = \overline{1, N-1}.$$

Следовательно, решение задачи об установившемся движении многослойной предварительно напряженной плиты на жестком основании под воздействием подвижной нагрузки в области изображений Фурье сводится к решению системы алгебраических уравнений (12) относительно неизвестных $C_j^{\{s\}}$.

Слой на жестком основании. Рассмотрим случай, когда предварительно напряженный слой лежит на жестком основании. При этом систему уравнений (12) можно представить в виде

$$\sum_{j=1}^{6} a_{mj} C_j = b_m, \qquad m = \overline{1,6}. \tag{13}$$

Решая систему (13), получим

$$C_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \qquad j = \overline{1,6}, \tag{14}$$

где

$$\Delta = \sum_{\substack{j_m=1,\\ j_m \neq j_n}}^{6} (-1)^{j_1+j_2+j_3} K^{(1)}_{j_1 j_2 j_3} K^{(2)}_{j_4 j_5 j_6}, \quad m,n = \overline{1,6}, \quad j_1 < j_2 < j_3, \quad j_4 < j_5 < j_6,$$

$$\Delta_j = \sum_{\substack{j_m=1,\\ j_m \neq j_n}}^{6} (-1)^{j+j_1+j_2+p} K^{(*)}_{j j_1 j_2} K^{(2)}_{j_3 j_4 j_5}, \qquad j = \overline{1,6}, \qquad m,n = \overline{1,5},$$

$$p = \begin{cases} 1, & j < j_1, \quad j < j_2 \\ 0, & j_1 < j < j_2 \end{cases}, \qquad K^{(n)}_{ijk} = \begin{vmatrix} a_{1+3(n-1),i} & a_{1+3(n-1),j} & a_{1+3(n-1),k} \\ a_{2+3(n-1),i} & a_{2+3(n-1),j} & a_{2+3(n-1),k} \\ a_{3+3(n-1),i} & a_{3+3(n-1),j} & a_{3+3(n-1),k} \end{vmatrix},$$

$$K^{(*)}_{j j_1 j_2} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{1,j1} & a_{1,j_2} \\ b_2 & a_{2,j1} & a_{2,j_2} \\ b_3 & a_{3,j1} & a_{3,j_2} \end{vmatrix}, \quad a_{mj} = \gamma^{\{1\}(3m)}_{j1}, \quad b_m = \frac{P^F_m \theta^{(m)}}{i^{(\delta_{m1}+\delta_{m2})(1+\delta_{m3})}}, \quad m = \overline{1,3}, \tag{15}$$

$$a_{4j} = e^{(-1)^j \gamma\{1\}_\tau h} \sum_{m=1}^{2} \alpha^{\{1\}(3)}_{jm} h^{(m-1)(\delta_{5j}+\delta_{6j})},$$

$$a_{4+n,j} = e^{(-1)^j \gamma\{1\}_\tau h} \sum_{m=1}^{2} [(-1)^n \theta^{\{1\}}_1 \alpha^{\{1\}(n)}_{jm} + (1-\theta^{\{1\}}_1) \gamma^{\{1\}(3n)}_{jm}] h^{(m-1)(\delta_{5j}+\delta_{6j})},$$

$n = 1, 2.$

Таким образом, задача об определении напряженно-деформированного состояния слоистой плиты при воздействии движущейся с постоянной скоростью поверхностной нагрузки при условии (1) сводится к интегрированию выражений (10) и (11) с учетом значений $C^{\{s\}}_j$. В случае однослойной плиты для определения коэффициентов C_j необходимо применять формулы (15).

1. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: А. С. К, 2004. – 672 с.
2. *Гузь А. Н., Бабич С. Ю., Глухов Ю. П.* Статика и динамика упругих оснований с начальными (остаточными) напряжениями. – Кременчуг: Кременчуг, 2007. – 795 с.
3. *Гузь А. Н.* Динамические задачи механики хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями для движущихся трещин. 1. Постановка задач, общие соотношения // Прикл. механика. – 1998. – **34**, № 12. – С. 3–15.

4. *Гузь А. Н.* Динамические задачи механики хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями для движущихся трещин. 2. Трещины нормального отрыва (Mode 1) // Там же. – 1999. – **35**, № 1. – С. 3–16.
5. *Гузь А. Н.* Динамические задачи механики хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями для движущихся трещин. 3. Трещины поперечного (Mode II) и продольного (Mode III) сдвига // Там же. – 1999. – **35**, № 2. – С. 3–14.
6. *Гузь А. Н.* Динамические задачи механики хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями для движущихся трещин. 4. Задачи расклинивания // Там же. – 1999. – **35**, № 3. – С. 12–21.
7. *Гузь А. Н.* Критические явления при движении трещины в границе раздела двух материалов с начальными напряжениями. 1. Постановка задач. Основные соотношения // Там же. – 2002. – **38**, № 4. – С. 49–59.
8. *Гузь А. Н.* Критические явления при движении трещины в границе раздела двух материалов с начальными напряжениями. 2. Точное решение для случая неравных корней // Там же. – 2002. – **38**, № 5. – С. 46–54.
9. *Гузь А. Н.* Критические явления при движении трещины в границе раздела двух материалов с начальными напряжениями. 3. Точное решение для случая равных корней // Там же. – 2002. – **38**, № 6. – С. 64–73.
10. *Гузь А. Н.* Критические явления при движении трещины в границе раздела двух материалов с начальными напряжениями. 4. Точное решение для комбинированного случая неравных и равных корней // Там же. – 2002. – **38**, № 7. – С. 53–63.
11. *Бабич С. Ю., Глухов Ю. П.* Напряженно-деформированное состояние слоистого предварительно-напряженного полупространства при воздействии подвижной нагрузки // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. Вип. 3(62). – Дніпропетровськ, 2009. – С. 93–98.
12. *Глухов Ю. П.* Динамика многослойного предварительно напряженого полупространства при воздействии подвижной нагрузки // Доп. НАН України. – 2010. – № 2. – С. 53–58.
13. *Глухов Ю. П.* Об одной задаче о воздействии подвижной загрузки на многослойное основание // Пробл. обчисл. механіки і міцності конструкцій. Зб. наук. праць. Вип. 14. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2010. – С. 102–108.
14. *Гузь А. Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями // Прикл. механика. – 2002. – **38**, № 1. – С. 35–78.
15. *Гузь А. Н., Гузь И. А.* Смешанные плоские задачи линеаризированной механики деформируемых тел. Точные решения // Там же. – 2004. – **40**, № 1. – С. 3–44.

Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 25.11.2010

Yu. P. Glukhov

About one dynamic problem for a multilayered plate with rigid basis

The formulation and a method of solving the nonplanar problem of the impact of the moving load on a pre-stressed multilayered plate are considered. A solution in the general form of a Fourier transform is obtained.