

С. В. Мостовой, В. С. Мостовой

## Математическое моделирование оценки старения природных и техногенных объектов в системах мониторинга

*(Представлено академиком НАН Украины В. И. Старостенко)*

*Пропонується феноменологічна математична модель оцінки втоми й старіння природних і рукотворних об'єктів. Модель базується на домінуючих уявленнях, що існують у матеріалознавстві. Оскільки швидкості поширення й форма поздовжніх і поперечних хвиль у матеріалі залежать від їхніх пружних параметрів, то зміна цих характеристик приводить до змін і спектральних характеристик. У математичній моделі відбито дві стохастичні сторони процесу емісії. Перший — це точковий потік моментів виникнення, емітуючих сигналів; другий — це процес формування форми флюктууючих сигналів. Стохастичні характеристики такого складеного випадкового процесу й відбивають процес зміни пружних характеристик матеріалу. Завдання оцінки параметрів розглянутого випадкового процесу зводиться до оцінки їх апостеріорної ймовірності, динаміка яких відбиває втома й процес старіння об'єкта.*

Предполагается феноменологическая математическая модель оценки усталости и старения природных и рукотворных объектов. Модель основана на доминирующих представлениях, существующих в материаловедении. Опыт, накопленный авторами в процессе мониторинга четвертого блока Чернобыльской АЭС и ряда промышленных объектов, позволяет утверждать, что процесс старения отражается в пространстве признаков, которое может быть сведено к признакам, характеризующим упругие свойства материалов, формирующих объекты. Поскольку скорости распространения и форма продольных и поперечных волн в материале зависят от их упругих параметров, то изменение этих характеристик приводит к изменениям и спектральных характеристик. Мы имеем только косвенную информацию о состоянии объекта в виде характеристик эмитируемых сигналов, поэтому возможно осуществлять только косвенные измерения, связанные с распространением волн эмиссии со своими спектральными характеристиками. Это пространство основывается на параметрах функционально связанных с характеристиками объекта. В математической модели отражены две стохастические стороны процесса эмиссии. Первый — это точечный поток моментов возникновения эмитирующих сигналов и второй — это процесс формирования формы флюктуирующих сигналов. Стохастические характеристики такого составного случайного процесса и отражают процесс изменения упругих характеристик материала. Задача оценки параметров рассматриваемого случайного процесса сводится к оценке их апостеріорной вероятности, динамика которых отражает усталость и процесс старения объекта.

**Модельный подход оценки старения природных и техногенных объектов в системах мониторинга.** Пространство признаков выбираем в образе wavelet преобразования, когда сигнал эмиссии отображается в амплитуды, масштабные множители и параметры сдвига. В модели можно использовать как физически осуществимые, т. е. удовлетворяющие условиям причинности и стабильности, сигналы, так и сигналы не удовлетворяющие

этим условиям. Пример первой системы функций может быть ортонормированная система функций Хаара, когда скалярное произведение выбирается как интеграл произведения функций в метрике  $L_2$  [1, т. 5]:

$$h_0(z) \equiv h_{00}(z) = \frac{1}{\sqrt{L}}, \quad z \in [0, 1],$$

$$h_k(z) \equiv h_{pq}(z) = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \begin{cases} 2^{p/2} & \text{при } \frac{q-1}{2^p} \leq z < \frac{q-0,5}{2^p}, \\ -2^{p/2} & \text{при } \frac{q-0,5}{2^p} \leq z < \frac{q}{2^p}, \\ 0 & \text{для всех остальных } z \in [0, 1]. \end{cases}$$

Для отображения сигналов эмиссии во втором случае удобно выбирать физически неосуществимые функции, удовлетворяющие условию стабильности, но не удовлетворяющие условию причинности. Например, производные от плотности нормального распределения со свободными параметрами  $\sigma$  и  $\mu$ . Каждая такая система функций не будет ортогональной, но при определенных значениях может быть близкой к ортогональной, т. е. скалярное произведение двух функций с различными  $\sigma$  и  $\mu$  из определенного множества будет мало отличаться от 0:

$$f_0(t) = -\exp\left(\frac{-t^2}{2}\right),$$

$$f_2(t) = (t^2 - 1)f_0(t).$$

При пассивном мониторинге информация об объекте заключена в регистрируемых сигналах эмиссии, которые регистрируются в смеси с естественным фоном помех. Естественно предположить, что эти сигналы образуют стохастический поток, априорные представления о вероятностных характеристиках которого могут быть самыми разнообразными. Это может быть, например, простейший (пуассоновский) поток, который описывается всего лишь одним параметром [1, т. 4]. Но может быть потоком сложной структуры, который описывается вектором параметров большой размерности. Последние потоки требуют основательной предварительной изученности, но в то же время дают большее количество содержательной информации. Примером может служить нестационарный биномиальный поток (поток Бернулли) [2].

Использование wavelet базиса для аппроксимации сигналов эмиссии удобно с точки зрения минимизации количества параметров аппроксимации сигнала, поскольку базис wavelet может быть сформирован из фрагмента самого случайного процесса эмиссии сигналов [3].

Форму имитируемых сигналов  $S(t, \tau, \alpha)$  будем искать в виде линейной комбинации априорно известных функций  $\varphi_k(t, \tau, \alpha)$  со свободными, случайно флуктуирующими векторными параметрами  $(\tau, \alpha)$ :

$$S_q(t, \tau_q, \alpha_q) = \sum_{k=1}^m \Theta_k W_k(t, \tau_{kq}, \alpha_{kq}), \quad t \geq \tau_q, \quad (1)$$

где  $m$  — количество “гармоник”;  $k$  — параметры wavelet, суперпозиция  $m$  wavelet со своими амплитудами формирует сигнал, вступивший в момент времени

$$\tau_q = \min_k \tau_{k,q} \quad A = \{\alpha_{kq}\},$$

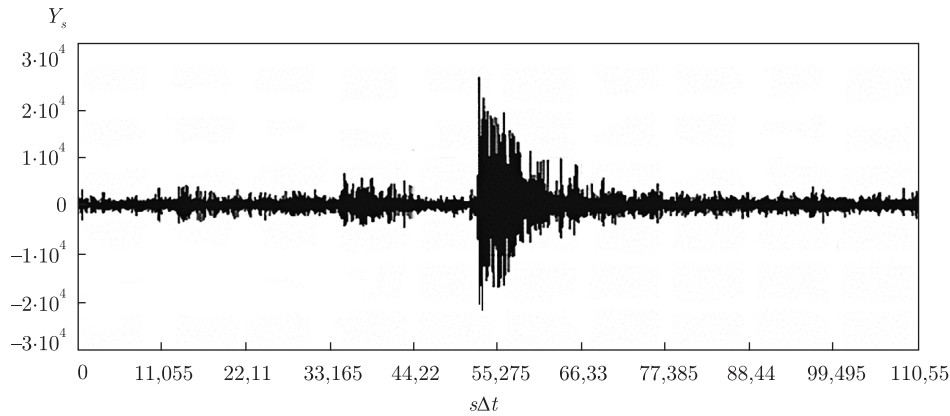


Рис. 1. Фрагмент записи колебаний объекта колонного типа — дымовой трубы Рязанской ГРЭС при активном эксперименте

$$y(t) = \sum_{q=1}^Q S_q(t, \tau_q, A) = \sum_q \sum_k \Theta_{qk} W_{qk}(t, \tau_{qk}, \alpha_{qk}), \quad S_q = \sum_{k=1}^{\tau_q} \Theta_{qk} W(t, \tau_{qk}, \alpha_{qk}),$$

$$\int_{-\infty}^{\tau_q} S_q^2(t, \tau_q, \alpha_q) dt \leq \varepsilon, \quad \int_{-\infty}^{t-\tau_{q1}-\theta_q} S_q^2(t - \tau_{q1} - \theta_q, \alpha_q, \mathbf{A}) dt \leq \varepsilon.$$

Вектор коэффициентов в линейной комбинации (1) состоит из случайным образом флуктуирующих амплитуд функций  $\varphi_k(t, \tau, \alpha)$

$$\int_{-\infty}^{t-\tau_{q1}-\theta_q} S_q^2(t - \tau_{q1} - \theta_q, \alpha_q, \mathbf{A}) dt \leq \varepsilon \quad \text{для всех } \alpha, \mathbf{A}.$$

Это создает дополнительные трудности в начале интервала записи. Но они существуют и для физически осуществимых сигналов, поскольку мы всегда вторгаемся в процесс эмиссии, который не имеет начала. Почти всегда мы попадаем на сигнал, который начался раньше момента нашего вторжения.

Вообще  $\theta_q$  зависит от  $\alpha_{q\max}$ .  $\alpha_q$  — тоже упорядоченное множество  $\alpha_{q1} > \alpha_{q2} > \dots > \alpha_{qs}$ . (Вектор  $\alpha$  — неслучаен, а  $\tau_q$  — случаен).

Если в качестве модели потока выбрать биномиальный поток, то нужно задать априорные плотности точечного потока моментов вступления сигналов  $e_q(\tau_q)$ , где момент вступления вектора  $\tau_q$  определяется  $\tau_{q1} = \min_k(\tau_{qk})$ . В модели можно регулировать размерность пространства признаков за счет выбора уровня значимости для отбираемых для анализа сигналов эмиссии.

Теоретические аспекты математической модели сопровождаются обработкой полевых наблюдений при исследовании реального объекта. Данный подход использовался для оценки информативных параметров усталости объекта колонного типа — дымовой трубы Рязанской ГРЭС.

Для получения качественного входного возмущающего сигнала всей системы использовалась следующая процедура. Вершина трубы оттягивалась с помощью лебедки, а затем

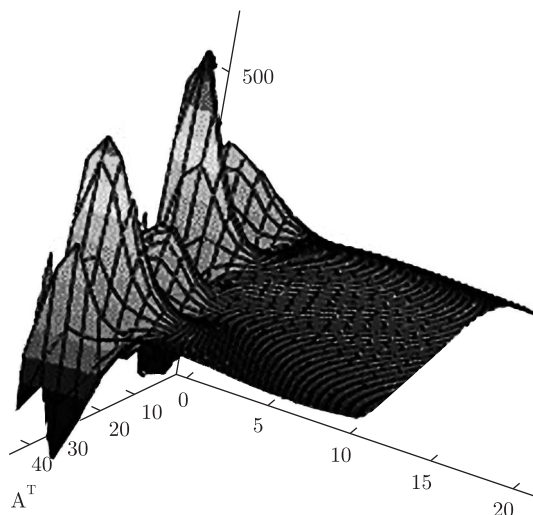


Рис. 2. Wavelet преобразования типа МНАТ (Mexican hat) для фрагмента записи колебаний объекта колонного типа

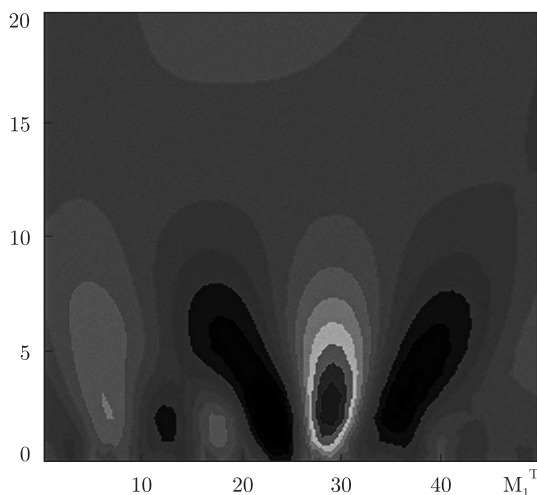


Рис. 3. Топография wavelet преобразования типа МНАТ (Mexican hat) для фрагмента записи колебаний объекта колонного типа

резко отпускалась, что вызывало колебания всей трубы. Затем колебания затухали естественным путем (рис. 1).

Для оценки информативных параметров усталости объекта было выбрано пространство признаков в образе wavelet преобразования типа МНАТ (Mexican hat). На рис. 2 и 3 четко виден максимум фрагмента, который соответствует максимуму во временной области на рис. 1.

Таким образом, состояние любого объекта как природного, так и созданного человеком, зависит от параметров — модуля Юнга и коэффициента Пуассона, которые характеризуют скорость, распространяющихся в этом объекте, волн. Этот факт дает возможность искать информативные параметры состояния исследуемого объекта в его спектральных характеристиках.

1. *Математическая энциклопедия*. Т. 5. – Москва: Сов. энциклопедия, 1977. – С. 1247; Т. 4. – С. 763.
2. *Большаков И. А.* Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. – Москва: Сов. радио, 1969. – С. 453.
3. *Addison Paul S.* The illustrated wavelet transform handbook. – Bristol, Philadelphia: Institute of Physics, 2002. – P. 353.

*Институт геофизики им. С. И. Субботина  
НАН Украины, Киев*

*Поступило в редакцию 29.10.2010*

**S. V. Mostovyi, V. S. Mostovyi**

### **Mathematical modeling of the estimation of the ageing of natural and man-made objects in monitoring systems**

*A phenomenological mathematical model of the estimation of fatigue and ageing of natural and man-made objects is proposed. The model is based on the ideas dominating in materials science. As the velocity of propagation and the form of longitudinal and shear waves in a material depend on its elastic parameters, a change of these characteristics leads to changes of spectral ones. Two stochastic features of the emission process are reflected in the model. The first is a point-like flow of the occurrence moments of emitting signals. The second is the process of formation of a shape of fluctuating signals. Stochastic characteristics of such complicated random process reflect the process of change of elastic characteristics of a material. The estimation of parameters for this stochastic process is reduced to the evaluation of their a posteriori probability, whose dynamics reflects the fatigue and the ageing process.*