**УДК 622 02(075.8)**

М.С. Мачула аспирант кафедры СГМ
(ГВУЗ «Национальный горный университет»)

# ОСОБЕННОСТИ ПРИЗНАКОВ И СВОЙСТВ ВЕЙВЛЕТОВ, ПОЗВОЛЯЮЩИЕ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ИХ ПРИ АНАЛИЗЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ

Приведені основні ознаки та властивості вейвлетів, та на їх основі розглянута можливість використання вейвлет – аналізу для дослідження хвильових процесів у породному масиві. Наведені переваги та недоліки вейвлетів.

# FEATURES CHARACTERS AND PROPERTIES OF WAVELETS MAKES THEM USEFUL FOR ANALYSIS OF WAVE PROCESSES IN ROCK MASS

The basic functions and properties wavelets are resulted, and on their basis the possibility of using wavelet - analysis for the study of wave processes in rock mass is considered. The advantages and disadvantages of wavelets are given.

*Актуальность исследований.* При проведении подземных горных выработок и строительстве подземных сооружений крайне важно иметь информацию о состоянии породного массива, в котором ведутся работы. До начала ведения горных работ породный массив находится в начальном напряженном состоянии. Объемные напряжения в нем распределяются неоднородно, что напрямую связанно с его структурой. Повышенные напряжения и деформации приурочены к зонам геологических нарушений, трещиноватости, горным выработкам и т.п. Производство горных работ сопровождается нарушением начального напряженного состояния, а ведение горных работ в зонах влияния геологических нарушений всегда вызывает нарушение их ритмичности, требует применения дополнительных организационно-технических мероприятий, затрат времени и средств на проход нарушенных зон. Поэтому предварительная информация о геологических нарушениях, с которыми часто связаны газодинамические проявления, твёрдых включениях, ложной кровле и почве пласта, размывах и вздутиях пластов, пустотах, плывунах и распределении напряжений позволяет применять соответствующие инженерные меры воздействия на породную среду, с целью минимизировать ущерб от проведения выработок. Это касается всех видов горных работ: проведения горных выработок, управления горным давлением, ведения очистных работ, предотвращения газодинамических явлений и т.д.

В связи с этим актуальной задачей является разработка и реализация методов прогнозирования напряжённо-деформированного состояния породных массивов и угольных пластов для обоснования геомеханических параметров ведения горных работ, обеспечивающих их устойчивость в опасных зонах.

Среди геофизических методов, применяемых для прогноза напряженно-деформированного состояния породного массива, наиболее эффективными являются акустические методы, поскольку они информативны, технологичны и позволяют оперативно контролировать напряженное состояние той части породного массива, которая недоступна для визуальных наблюдений без нарушения его сплошности [14]. Это – так называемое зондирование породного массива, которое заключается в генерировании определенного искусственного сигнала (возможно нормированного) волновой природы в пласт и регистрацию вернувшихся сигналов с последующим их анализом, на основе которого будет сделан вывод о состоянии массива. Это – локальные методы сканирования, обеспечивающие диагностику только части массива, т.к. свободные или вынужденные колебания возбуждаются на определенном участке породного массива.

Источниками искусственного сигнала могут быть шахтные механизмы: комбайн, отбойный молоток, буровое оборудование, и т.п. Но они имеют большой недостаток – нестационарность генерируемых акустических сигналов, поскольку они существенно зависят от режима работы оборудования. Как результат - это осложняет дальнейший анализ информационных сигналов.

Поэтому целью работы является выбор адекватного математического аппарата для исследования волновых процессов в неоднородном породном массиве, содержащем искусственные и естественные полости для прогноза геомеханических параметров выработок и обеспечения их устойчивости в опасных зонах.

*Постановка задачи.* Математические преобразования применяются к сигналу для того, чтобы получить о нем какую–то дополнительную информацию, недоступную в исходном виде. Наиболее популярным является преобразование Фурье (ПФ). Кроме него существует и много других часто применяемых преобразований сигнала. Для каждого преобразования можно указать наиболее подходящую область применения, его достоинства и недостатки, и вейвлет–преобразование не является исключением.

Вейвлет-анализ является разновидностью спектрального анализа, в котором роль простых колебаний играют функции особого рода, называемые вейвлетами. Базисная функция вейвлет – это некоторое "короткое" колебание, но не только. Понятие частоты спектрального анализа здесь заменено масштабом, и, чтобы перекрыть "короткими волнами" всю временную ось, введен сдвиг функций во времени. Базис вейвлетов – это функции типа $\psi((t-b)/a)$, где b - сдвиг, a – масштаб. Функция $\psi(t)$ должна иметь нулевую площадь и, еще лучше, равными нулю первый, второй и прочие моменты [10].

Вейвлет–преобразование не так хорошо и широко известно, поскольку применяется сравнительно недавно и его математический аппарат находится в стадии активной разработки.

Для практического применения важно знать признаки, которыми обязательно должна обладать функция, чтобы быть вейвлетом.

*Локализация*. Вейвлет должен быть непрерывным, интегрируемым, иметь компактный носитель и быть локализованным как во времени (в пространстве), так и по частоте. Если вейвлет в пространстве сужается, то его "средняя" частота повышается, спектр вейвлета перемещается в область более высоких частот и расширяется. Этот процесс должен быть линейным – сужение вейвлета вдвое должно повышать его "среднюю" частоту и ширину спектра также вдвое.

Вейвлетную функцию можно считать хорошо локализованной при выполнении условий:

$$y(t) \le \frac{C}{(1+|t|)^{1+e}},\ Y(f) \le \frac{C}{(1+|f|)^{1+e}},\ C = const,\ при\, e > 0. \tag{1}$$

***Автомодельность базиса.*** Характерным признаком базиса вейвлет–преобразования является его само подобие. Все вейвлеты данного семейства *ψab(t)* имеют то же число осцилляции, что и базисный вейвлет *ψ(t)* (т.н. материнский вейвлет), поскольку получены из него посредством масштабных преобразований и сдвигов [13]. Благодаря этому вейвлет–преобразование с успехом применяется для анализа фрактальных сигналов.

*Нулевое среднее*, т.е. выполнение условия для нулевого момента:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t)dt = 0, \tag{2}$$

что обеспечивает выделение локальных особенностей сигналов в пределах вейвлетного носителя на уровне региональных изменений и тренда, нулевое усиление постоянной составляющей сигналов, нулевое значение частотного спектра вейвлета при w=0, и локализацию спектра вейвлета в виде полосового фильтра с центром на определенной (доминирующей) частоте $w_0$.

Выражение $\int_{-\infty}^{\infty} y(t)dt = 0$ говорит о том, что график исходной функции должен быть знакопеременным (осциллировать) вокруг нуля на оси времени и иметь нулевую площадь, а из этого условия становится понятным выбор названия «вейвлет» – маленькая волна.

Для анализа мелкомасштабных флюктуаций и особенностей высокого порядка, часто для приложений оказывается необходимым, чтобы не только нулевой, но и все первые *t* моментов были равны нулю:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^m y(t)dt = 0. \tag{3}$$

Такие вейвлеты называются вейвлетами *n*–го порядка. Они позволяют анализировать более тонкую (высокочастотную) структуру сигнала, подавляя медленно изменяющиеся его составляющие.

*Ограниченность:* Необходимое и достаточное условие:

$$\|y(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt < \infty, \tag{4}$$

т.е. квадрат нормы функции должен быть конечным.

Оценка ограниченности и локализации может выполняться с использованием выражений:

$$|y(t)| < \frac{1}{(1+|t|^n)}, или\ |Y(\omega)| < \frac{1}{(1+|\omega_0|^n)}, \qquad (5)$$

где $\omega_0$ – доминантная частота вейвлета влета. Число $n$ должно быть как можно больше.

Коэффициенты вейвлет–преобразования содержат комбинированную информацию об анализирующем вейвлете и анализируемом сигнале. Однако, вейвлет–анализ позволяет получить и объективную информацию об анализируемом сигнале, т.к. некоторые свойства вейвлет–преобразования не зависят от выбора анализирующего вейвлета. Независимость от анализатора делает эти простые свойства преобразования очень важными.

*Линейность:*

$$W[\alpha f_1(t)] + \beta f_2(t) = \alpha W[f_1] + \beta W[f_2] = \alpha W_1(a,b) + \beta W_2(a,b). \qquad (6)$$

Отсюда, в частности, следует, что вейвлет–преобразование векторной функции есть вектор с компонентами, представляющими собой вейвлет–преобразование каждой из компонент анализируемого вектора в отдельности.

*Дифференцирование:*

$$W[\partial_t^m f] = (-1)^m \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\partial_t^m\left[\left(\psi_{ab}^*(t)\right)\right]dt. \qquad (7)$$

где $\partial_t^m = \partial^m[\ldots]/dt^m$, $m \geq 1$. Из этого свойства следует, что проигнорировать, например, крупномасштабные составляющие и проанализировать особенности высокого порядка или мелкомасштабные вариации функции $f$ можно дифференцированием нужное число раз либо вейвлета, либо самого сигнала. Если учесть, что часто сигнал задан цифровым рядом, а анализирующий вейвлет–формулой, то это свойство весьма полезное.

*Инвариантность относительно сдвига*: смещение сигнала во временной области на $b_0$ ведет к сдвигу вейвлет–образа также на $b_0$ :

$$W[f(t-b_0)] = W[a, b-b_0]. \qquad (8)$$

*Масштабирование (инвариантность относительно растяжения \сжатия)*:

$$W\left[f\frac{t}{a_0}\right] = \frac{1}{a_0} W\left(\frac{a}{a_0}, \frac{b}{a_0}\right). \qquad (9)$$

Это свойство позволяет определить наличие и характер особенностей анализируемой функции [1].

*Масштабно–временная локализация*. Она обусловлена тем, что элементы базиса ВП хорошо локализованы и обладают подвижным частотно–временным окном.

За счет изменения масштаба вейвлеты способны выявлять различие в характеристиках на разных шкалах (частотах), а за счет сдвига проанализировать свойства сигнала в разных точках на всем исследуемом интервале. Поэтому при анализе нестационарных сигналов за счет свойства локальности вейвлетов получают существенное преимущество перед преобразованием Фурье, которое дает только глобальные сведения о частотах (масштабах) анализируемого сигнала, так как используемая при этом система функций (комплексная экспонента или синусы и косинусы) определена на бесконечном интервале.

На основании изложенного неслучайно многие исследователи называют вейвлет–анализ «математическим микроскопом». Это название хорошо отражает замечательные свойства метода сохранять хорошее разрешение на разных масштабах. Параметр сдвига $b$ фиксирует точку фокусировки микроскопа, масштабный коэффициент $a$ – увеличение, и, наконец, выбором материнского вейвлета $\psi$ определяют оптические качества микроскопа [13]. Способность этого микроскопа обнаруживать внутреннюю структуру существенно неоднородного процесса и изучать его локальные свойства продемонстрирована на многих примерах (см., например, [1]).

В завершение краткого обзора вейвлет–преобразований важно будет отметить достоинства и недостатки методов вейвлет–разложений.

1. Вейвлет–разложения обладают почти всеми достоинствами преобразования Фурье. Исключение составляет диагонализация инвариантно–временных операторов. Можно сказать, что вейвлет–базисы близки к диагональным для таких операторов.

2. Преобразование Фурье не дает информации о динамике изменения частотных характеристик во времени. Локальное преобразование Фурье имеет постоянное разрешение по частоте (по времени) вне зависимости от области частот (времен), в которых производится исследование. Поэтому, если, например, в сигнале существенна только высокочастотная составляющая, то увеличить разрешение можно только изменив параметры метода. Для анализа нестационарных сигналов с широким спектром частот хорошо подходит аппарат непрерывного вейвлет преобразования, не обладающий подобными недостатками [9].

3. Для задачи приближения число спектральных коэффициентов вейвлетов значительно меньше числа спектральных коэффициентов Фурье. Это свойство используется в алгоритмах сжатия данных. Например, при одинаковом уровне сжатия по алгоритму JPEG и вейвлет–алгоритму, после восстановления, второй дает гораздо лучшее качество картинки [4].

4. Преимущество вейвлет–преобразования перед, например, преобразованием Габора заключается в том, что оно покрывает фазовую плоскость ячейками одинаковой площади, но разной формы (рис.1). Это позволяет хорошо

локализовать низкочастотные детали сигнала в частотной области (преобладающие гармоники), а высокочастотные – во временной (резкие скачки, пики и т.п.). Более того, вейвлет–анализ позволяет исследовать поведение фрактальных функций, то есть не имеющих производных ни в одной своей точке.

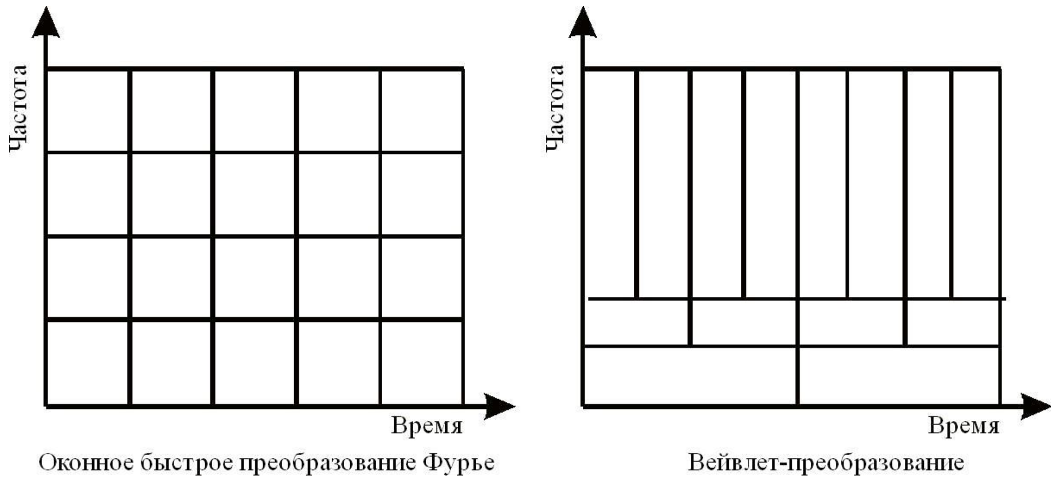


Рис.1. - Фазовые плоскости оконного быстрого преобразования Фурье и вейвлет–преобразования

5. В зависимости от выбора функций $\varphi$ и $\psi$ вейвлет–базисы могут быть достаточно локализованными как по частоте, так и по времени. Параметр локализации $s$ (или $2^{-j}$) играет важную роль как для временной локализации, так и для выделения определенного масштаба, характеризующего протекание процесса. Последнее имеет большое значение в тех случаях, когда в процессе участвуют разномасштабные явления. Чтобы выделить явления с определенным характерным временем протекания, можно рассматривать только те члены разложения, которые соответствуют нужным значениям $s$ (или $2^{-j}$).

6. Вейвлеты предоставляют следующие возможности:

a) одновременного исследования сигнала в разных масштабах;

b) одновременную локализацию изменений сигнала по частоте и времени лучше, чем, например ОПФ;

c) исследования нестационарных сигналов, одиночных импульсов («спайков»);

d) определения малозаметных изменений сигнала, бифуркаций процессов;

e) адаптивной фильтрации;

f) выбор базиса исходя из свойств сигнала.

7. Одним из недостатков вейвлет анализа является то, что он, в отличии, например, от оконного преобразования Фурье, мало информативен для исследования стационарных процессов.

8. Вейвлет –преобразования не могут быть использованы для анализа воздействия сигналов на линейные цепи.

9. Недостатком теории и реализации вейвлет–разложений является их относительная сложность. Методы вейвлет–разложений базируются на наибо-

лее современных результатах функционального анализа, теории функций и вычислительной математики [3].

*Заключение.* Вейвлет - анализ возник при обработке записей сейсмодатчиков в нефтеразведке и с самого начала был ориентирован на локализацию разномасштабных деталей. Уникальные свойства вейвлетов, вейвлет–преобразований и быстрые алгоритмы вейвлет–преобразований сделали их мощным и эффективным инструментом анализа и синтеза сигналов и изображений различной природы. Как было отмечено, они дают информацию о динамике изменения частотных характеристик во времени, что делает их очень удобным инструментом для исследования волновых процессов в неоднородном породном массиве. На основании проведенных исследований установлено, что вейвлет – анализ можно будет использовать для получения информативных сведений о геологических нарушениях и пустотах в угольных пластах. И тем самым позволит осуществить соответствующие инженерные меры воздействия на породный массив.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Астафьева Н.М. Вейвлет–анализ: Основы теории и примеры применения. – Успехи физических наук, 1996, т.166, № 11, 1145–1170 с.
2. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет–преобразования. – СПб.: Изд–во ВУС, 1999. – 208 с.
3. Васильева Л.Г., Жилейкин Я.М., Осипше Ю.И.. Преобразования Фурье и вейвлет–преобразования. Их свойства и применение. – Вычислительные методы и программирование, 2002., Т.3.
4. Дремин И.Л. и др. Вейвлеты и их использование. – Успехи физических наук, 2001, т.171, № 5, с465–501.
5. Дремин И.М.,Иванов О.В., Нечитайло В.А. Практическое применение вейвлет–анализа // Наука производству, 2000., № 6., 13–15 с.
6. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – М. : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
7. Дьяконов В., Абраменкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
8. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН–Р, 2002. – 448с.
9. Лукаш В.В. Реализация метода непрерывного вейвлет–преобразования для одномерных массивов. – М., 1999.
10. Новиков Л.В. Основы вейвлет анализа. Учебное пособие. – С-П.: «МОДУС+», 1999. – 152с.
11. Петухов А.П. Введение в теорию базисов всплесков. – СПб.: Изд–во СПбГТУ, 1999. – 132 с.
12. Переберин А.В. О систематизации вейвлет–преобразований. – Вычислительные методы и программирование, 2002., Т. 2., 15–40 с.
13. Чуи Т.К. Введение в вейвлеты. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
14. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет–преобразования: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд–во НГТУ, 2003. –104с.
15. Ямщиков В.С. Волновые процессы в массиве горных пород: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1984. 271 с.
17. Robi Polikar. Введение в вейвлет–преобразование [пер. с англ. Грибунин В.Г.] \ электронная версия книги подготовлена фирмой АВТЭКС С.–П.
18. Jacques Lewalle Введение в анализ данных с применением непрерывного вейвлет–преобразования [пер. с англ. Грибунин В.Г.] \ электронная версия книги подготовлена фирмой АВТЭКС С.–П.
19. http://www.wavelet.org.
20. http://www.mathsoft.com/wavelet.html
21. http://www.math.spbu.ru