

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ РЕЗИНОВЫХ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Розглядаються проблеми деформування і руйнування масивних гумових деталей при стаціонарних циклічних навантаженнях.

SOME PROBLEMS OF DEFORMATION AND DESTRUCTION OF RUBBER DETAILS AT CYCLIC LOADINGS

Problems of deformation and destruction of massive rubber details are considered at stationary cyclic loadings.

Содержание

- 1 Введение
- 2 Некоторые проблемы виброизоляции машин
 - 2.1 Теоретические предпосылки
 - 2.2 Обобщенные математические модели
 - 2.3 Оценка эффективности системы виброизоляции
 - 2.4 Расчет системы виброизоляции тяжелых машин
- 3 Особенности квазистатических расчетов резинометаллических деталей
 - 3.1 Общая классификация резиновых и резинометаллических деталей
 - 3.2 Расчет резинометаллических деталей с учетом эффекта на торцах
 - 3.3 Расчет жесткостных параметров сплошных резиновых и резинометаллических виброизоляторов
- 4 Прогнозирование долговечности резино-металлических деталей
 - 4.1 Общие сведения
 - 4.2 Некоторые закономерности механики разрушения резиновых и резино-металлических деталей
 - 4.3 Синергетическая модель разрушения резиновых и резинометаллических виброизоляторов
 - 4.4 Алгоритм выбора параметров и расчета долговечности резинометаллических виброизоляторов
 - 4.5 Изменение физико-механических характеристик резинометаллических виброизоляторов в процессе длительного циклического нагружения.
 - 4.6 Прогнозирование долговечности резинометаллических виброизоляторов с учетом изменения во времени механических характеристик
 - 4.7 Прогнозирование надежности резинометаллических виброизоляторов при длительных циклических нагружениях

1 Введение

Цитируемая в настоящей статье литература [1-129] дает наглядное представление о важности рассматриваемой проблемы. Резина как конструкционный материал получила самое широкое распространение в общем машиностроении: шины, конвейерные ленты, защитные футеровки, демпферы, уплотнения, виброизоляторы – это далеко не полный перечень деталей, работающих при стационарных циклических нагрузках. Ниже рассматриваются преимущественно виброизоляторы тяжелых машин горно-металлургической, строительной, сельскохозяйственной и других отраслей. Поэтому авторы сочли уместным в начале статьи дать некоторые представления о виброизоляции машин как части общей теории колебаний упругих систем. В инженерной практике при создании резиновых виброизоляторов существуют две основные задачи: выбор параметров и формы деталей и определение их срока службы. Обе эти задачи рассматриваются в статье: объединяющим началом служит учет особенностей резины как упруго-наследственной среды, т.е. учет вязко-упругих свойств резины – реологических, термомеханических, усталостных, эффектов старения и т.д.

2 Некоторые проблемы виброизоляции машин

2.1 Теоретические предпосылки

Виброизоляция машин является частью общей теории колебаний упругих систем. По этой проблеме имеется обширная литература, частично цитируемая в настоящей работе [1-9]. Достаточно назвать фундаментальные монографии Тимошенко, Ден Гартога, Пановко, Сорокина, Писаренко и ряда других, чтобы представить важность этой проблемы для машиностроения и ее всестороннюю изученность. В последнее время количество работ в этой области заметно уменьшалось, и это связано не только с кризисом в механике, о котором много говорят, но и в первую очередь с наличием огромного теоретического и экспериментального материала, накопленного за два прошлых столетия, доступностью этого материала и возможностью использования его в инженерной практике.

В конце прошлого века усилия многих исследователей были направлены на решение ряда важных практических задач, среди которых в рассматриваемом контексте можно назвать следующие: учет рассеяния энергии при колебаниях механических систем (особенно систем с вынужденными резонансными колебаниями), выбор подходящих материалов для элементов упругой подвески, учет различных эффектов (старения, нелинейности, поврежденности и т.д.) в общем алгоритме расчета и т.д. Рассмотрим эти задачи в приложении к виброизоляции тяжелых машин.

Выбор материала для элементов упругой подвески. Длительная практика эксплуатации различных машин выработала следующую тенденцию:

для виброизоляции тяжелых машин в горно-металлургической и строительной промышленности резиновые элементы являются предпочтительными по сравнению со стальными пружинами и другими типами виброизоляторов. Резина благодаря высокой поглощательной способности, долговечности, надежности (резиновые элементы обладают отсутствием внезапности отказа) практически не имеет равных среди других материалов (металлы, дерево, пластики и др.).

Учет эффектов старения при расчете систем виброизоляции. Такая проблема возникла в связи с необходимостью создания виброизоляции с длительным сроком службы (примерно 15-20 лет) и высокой степенью надежности. Проблема заключается в учете в математической модели эффектов старения резины, т.е. нестабильности жесткостных и диссипативных характеристик во времени эксплуатации системы виброизоляции. Временные характеристики механических свойств резины (в основном модуль сдвига G и коэффициент диссипации ψ) могут быть получены либо при длительных экспериментальных исследованиях, либо при тепловом старении по [8]. Полученные функции старения $G(t)$ и $\psi(t)$ могут быть введены непосредственно в уравнения.

Учет внутреннего трения при колебаниях упругих систем. Известно [1, 5] по крайней мере, три типа задач, в которых рассеяние энергии оказывает существенное влияние:

- задачи о собственных колебаниях упругих систем; рассеяние энергии способствует их быстрому затуханию;
- задачи о вынужденных резонансных колебаниях, амплитуда которых благодаря рассеянию энергии достигает конечного значения;
- задачи о действии кратковременных импульсов или ударов; рассеяние энергии способствует снижению напряжений в таких системах.

Сорокин Е.С. [5] в обзоре работ по изучению внутреннего трения в материалах и конструкциях отметил следующие теории, позволяющие учесть рассеяние энергии:

- диссипативная функция Релея;
- теория вязкого трения Кельвина-Фохта;
- теория вязкого трения Максвелла;
- обобщенная теория упруго-вязкого тела (Ишлинский, Ржаницын);
- теория наследственности Больцмана-Вольтерра;
- статистическая теория последействия Вартенберга-Беккера-Панова;
- термодиффузионная теория Зинера;
- теория ползучести Гвоздева;
- теория упругого гистерезиса (Корчинский, Давиденков, Панов и др);
- теория неупругого сопротивления (Сорокин).

Для резины, как вязко-упругого материала с наследственностью, наиболее подходящими являются следующие теории: теории вязкого трения Кельвина-Фохта и Максвелла, и теория наследственности Больцмана-Вольтерра. Первые две используют гипотезу о пропорциональности внутреннего трения скорости нагружения и приводят к общеизвестным уравнениям колебательных систем. Для случая стационарных колебаний и эллиптической петли гистерезиса уравнение колебаний одномассной системы с учетом внутреннего трения будет иметь вид [1, 3]

$$\ddot{y} + p^2 y + \varepsilon f(y) = \varepsilon \frac{P}{m} \sin \omega t; \quad (1)$$

$$f(y_0) = \pm \frac{bA^n}{m} \sqrt{1 - \left(\frac{y_0}{A}\right)^2}; \quad (2)$$

$$A = P / \sqrt{m^2 (\omega^2 - p^2)^2 + b^2 A^{2n-2}}; \quad (3)$$

$$\left(\frac{p}{\omega}\right)^2 = 1 - \frac{P}{m\omega^2 A} \cos \varphi; \quad (4)$$

$$\sin \varphi = bA^n / P, \quad (5)$$

где $f(y)$ – нелинейная функция трения гистерезисного типа;
 p – собственная частота системы;
 ω – частота возбуждающей силы;
 m – масса системы;
 P – возмущающая сила;
 ε – малый параметр.

Уравнение (1) решается методами, изложенными в [3].

Наследственная теория Больцмана-Вольтерра учитывает весь спектр релаксации системы и приводит к интегро-дифференциальным уравнениям типа:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + C_t y &= q_1 \sin \omega t; \\ C_t &= C_0 [1 - \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)]; \\ \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta) \varepsilon(t) &= \int_0^t \mathcal{E}_\alpha(-\beta, t - \tau) \varepsilon(\tau) d\tau; \end{aligned} \quad (6)$$

где C_t – оператор жесткости упругой подвески системы;
 C_0 – мгновенное значение жесткости подвески;
 $\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t - \tau)$ – экспоненциальная функция Ю. Работнова;
 q_1 – сила инерции, приходящаяся на единицу колеблющейся массы.
 Более подробно эта теория рассматривается ниже.

Уравнения (1) и (6) позволяют получать выражения для основных параметров системы виброизоляции в виде [1]:
 для коэффициента виброизоляции

$$\eta = \sqrt{1 + Z^2 \frac{4\psi^2}{16\pi^2 + \psi^2}} / \sqrt{(1 - Z^2)^2 + Z^2 \frac{4\psi^2}{16\pi^2 + \psi^2}}; \quad Z = \frac{\omega}{p}; \quad (7)$$

для коэффициента динамичности

$$K_a = \sqrt{(1 - Z^2)^2 + \psi^2 Z^2}; \quad (8)$$

для коэффициента эффективности виброизоляции

$$\mathcal{E} = (1 - \eta)100\%. \quad (9)$$

Уравнения (1) и (6) или их упрощенные варианты получили наиболее широкое распространение в инженерной практике при расчете систем виброизоляции машин и сооружений. Анализ учета внутреннего трения в этих уравнениях свидетельствует о следующем:

- при эллиптической петле гистерезиса (линейная жесткостная характеристика упругой системы) внутреннее трение практически не изменяет собственной частоты колебаний системы;
- форма петли гистерезиса мало влияет на величину амплитуды колебаний системы; она влияет на частоту и на положение резонансного пика относительно вертикали $p/\omega = 1$;
- в существующих математических моделях колебаний упругих систем метод учета внутреннего трения позволяет выявить его влияние только в области резонанса; при стационарных колебаниях влияние внутреннего трения незначительно.

Все эти соображения учитываются при расчетах конкретной системы виброизоляции машин.

2.2 *Обобщенные математические модели*

Общие сведения. Виброизоляции машин и оборудования посвящена многочисленная литература, часть из которой цитируется ниже [1-5]. На некоторые системы и средства виброизоляции имеются государственные стандарты. Вместе с тем проблема защиты операторов, машин, приборов, аппаратуры, зданий и сооружений от действия вибраций и звукового давления по-прежнему остается актуальной.

Особенно важной она является для таких сложных технических систем как предприятия горно-обогатительной промышленности, в которых тяжелое оборудование устанавливается в определенной последовательности согласно технологическим требованиям; при этом довольно часто машины устанавливаются в трехмерном пространстве: например, смесители могут быть размещены на перекрытиях на отметке +18 м и т.д.

При этом вибронагружаемость горно-обогатительного оборудования довольно значительна, а спектр частот включает весь диапазон от низких до высоких. Колебания носят чаще всего случайный характер типа белого шума и в первом приближении их можно рассматривать как квазигармонические. Высокие частоты обычно подавляются с помощью демпфи-

рующих прокладок: чем выше частота вибраций, тем легче ее подавить. Для подавления низких частот необходимо использование специальных систем виброизоляции. Обычно для этого используются виброизоляторы, демпферы, динамические гасители и т.д., которые размещаются между машиной и рамой (фундаментом, опорной конструкцией). Длительная практика эксплуатации машин показывает, что наиболее эффективными системами виброизоляции являются те из них, которые используют резиновые виброизоляторы. При правильном выборе параметров и конструкции резиновых элементов такие системы обеспечивают эффективную защиту от вибраций и звукового давления, способствуют интенсификации технологического процесса и повышению производительности.

Для создания эффективной системы виброизоляции, особенно низкочастотной, необходимо выполнить довольно противоречивые требования: для тяжелых машин необходимы виброизоляторы с высокой несущей способностью и малой жесткостью. Использование жестких упругих подвесок позволяет довольно эффективно подавлять высокие частоты, низкие же частоты, т.е. наиболее опасные, подавляются плохо; к тому же всегда возможен режим колебаний, когда частота возбуждения близка или совпадает (явление резонанса) с частотой собственных колебаний системы, а это крайне нежелательно, т.к. при случайных возбуждениях, а они всегда могут присутствовать в технологической машине, вибрация машины может возрасти и система виброизоляции окажется не эффективной. Мягкая система виброизоляции наиболее предпочтительна, однако она требует специальной конструкции виброизоляторов и подбора материалов с соответствующими жесткостными и диссипативными свойствами. Мягкая система позволяет подавлять весь частотный спектр, и высокие частоты и низкие. К недостаткам следует отнести возможную раскачку машин в горизонтальном положении.

В настоящей работе рассматриваются некоторые вопросы виброизоляции тяжелых горно-обогатительных машин, работающих в экстремальных условиях. В процессе эксплуатации такие машины испытывают стационарные динамические нагрузки, действие агрессивной среды от перерабатываемого материала и нередко довольно значительный перепад температур. К ним относятся смесители, окомкователи – смесители, дробилки, вибрационные питатели, грохоты и т.д. Во всех этих машинах вибрация приводит к увеличению динамических напряжений в деталях и узлах, к повышенному звуковому давлению, к ухудшению технологии переработки материала и качества исходного продукта; вибрация приводит к интенсивному износу деталей, отрицательно сказывается на строительных конструкциях аглофабрик и зачастую является основной причиной разрушения фундаментов.

Кинематическую схему таких машин в общем случае можно представить в виде одномассной системы (рис. 1) с упруго-вязкой подвеской и двумя степенями свободы: поступательные и угловые колебания от вращения ротора и от движения загрузки. Математическая модель системы должна по возможности описывать как поступательные, так и угловые колебания и учитывать влияние нелинейных и диссипативных сил. Основным источником нелинейности машин рассматриваемого типа является нелинейная характеристика возмущающей силы и нелинейность упругой подвески.

Наиболее подходящей является нелинейная стохастическая модель с двумя степенями свободы; в качестве основной характеристики системы можно использовать коэффициент динамической жесткости, определяемый по среднеквадратическому значению случайных вынужденных колебаний.

Рассмотрим две математические модели, которые на наш взгляд, наиболее полно соответствуют физической модели (рис. 1) и динамическим процессам, протекающим в реальных машинах. Первая модель на основе уравнения Фоккера-Планка учитывает нелинейность упругой подвески и стохастичность стационарных колебаний. Она обладает сложностью и не совсем полно учитывает реологические характеристики материала виброизоляторов, что сказывается на точности определения амплитудно-частотных и фазовых характеристик систем, особенно в переходных режимах.

Вторая модель на основе интегральных соотношений Больцмана-Вольтерра достаточно полно учитывает и реологические характеристики материала, и нелинейность упругой подвески, и стохастичность колебаний.

Модель на основе структурного анализа. Используя методы структурного анализа [21] представим рассматриваемую машину в виде модели «черного ящика» (рис. 2). Такая система позволяет стабильно реализовать цель; при этом можно считать, что динамика системы не имеет развития, т.к. поставленная цель во времени не изменяется. Корпус машины представляет собой систему S , а система виброизоляции может быть представлена как некоторая подсистема S_1 , свойства которой в процессе эксплуатации могут изменяться от старения материала и действия внешней

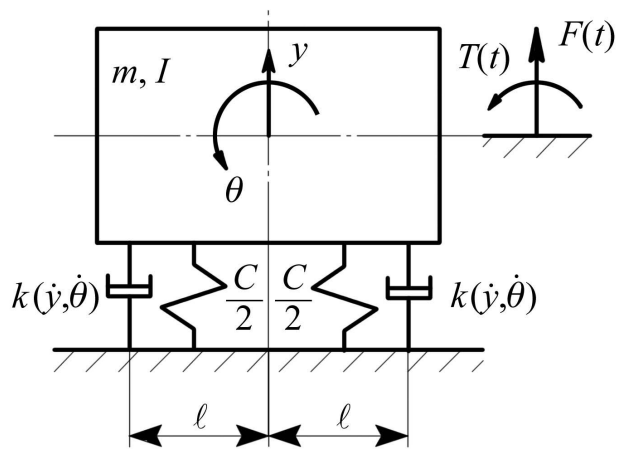


Рис. 1 – Модель системы с двумя степенями свободы

агрессивной среды. Такую подсистему обычно представляют в виде динамической модели развития.

Выполнение технологических функций машиной можно рассматривать как реакцию на некоторые входные возбуждения $F(t)$; в этом случае на выходе системы будет реализована функция $f(k_i, t)$, где k_i – некоторые выходные параметры системы.

Роль входных параметров играют вертикальные и горизонтальные нагрузки от вращения ротора и перемещения загрузки; роль выходных параметров – силы взаимодействия (реакция связей) между корпусом машины, рамой или перекрытием, а также их амплитуды колебаний.

При изменении параметров системы k_i во времени t система в целом переходит из одного состояния в другое и эволюция такой системы может быть описана некоторыми функциями состояния $y_i(k_i, t)$.

Если внешнее воздействие $F(t)$ является стохастическим и нелинейным, то траектории $y_i(k_i, t)$ будут также стохастическими и нелинейными (рис. 3), а отказ системы случайным событием. Впрочем, для линейных систем с гармоническим возбуждением $F(t)=F_0\sin\omega t$ отказ также будет случайным событием.

Для рассматриваемой системы всегда существует область допустимых состояний Q , характеризующаяся множеством состояний системы, определяемых выходными параметрами $y_i(k_i, t)$, при которых за время t не происходит отказа. Граница области Q соответствует предельным состояниям; если $y_i(k_i, t) \in Q$, то выходные параметры системы не выходят за пределы допускаемых значений и система не имеет отказа.

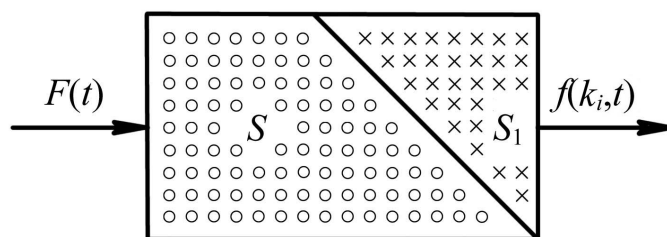
Алгоритм расчета такой системы можно представить в следующем виде.

1. На первом этапе составляется и решается система уравнений, описывающих поведение системы с учетом характеристики упругой подвески (линейной или нелинейной), внешних возмущений (гармонических или стохастических) и наличия диссипативных сил.

2. Определяются жесткостные параметры резиновых виброизоляторов с учетом их вязкоупругих свойств и особенностей деформирования (условия на торцах, фактор формы).

3. Строится феноменологическая (синергетическая) модель разрушения виброизолятора с учетом кинетики повреждения и эффектов старения.

4. Формируется алгоритм расчета долговечности; выбирается область допустимых со-



S – машина; S_1 – упругая подвеска

Рис. 2 – Структурная схема системы виброизоляции

стояний системы Q и формируются критерии отказа.

5. Составляются эволюционные уравнения долговечности системы (виброизоляторов) и определяется их срок службы с учетом полученной экспериментальной информации.

6. Определяется функция надежности системы как некоторая вероятность пребывания выходных параметров $y_i(k_i, t)$ в допустимой области Q в течение интервала времени эксплуатации $0 \leq t \leq T$. В этом случае функция надежности будет иметь вид

$$P(t) = P[y_i(k_i, t) \in Q]; \quad 0 \leq t \leq T.$$

Обобщенная математическая нелинейная стохастическая модель на основе уравнения Фоккера-Планка. Практика испытаний рассматриваемых машин показывает, что стационарные случайные колебания в них весьма близки к гармоническим и в общем случае могут быть представлены в виде процессов типа белого шума. Обычно процессы белого шума относят к процессам со спектральной плотностью, близкой к постоянной в широкой полосе частот [19].

Поэтому вынужденные стационарные колебания смесителя приближенно можно представить в виде марковского процесса в пространстве переменных состояния. Анализ таких колебаний в исследовательской работе можно проводить на основе уравнения Фоккера-Планка.

Для модели (рис. 1) стохастические дифференциальные уравнения движения можно записать в виде

$$m\ddot{y} + k\dot{y} + \frac{\partial V}{\partial y} = F(t); \quad (10)$$

$$I\ddot{\theta} + k\ell^2\dot{\theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} = M(t), \quad (11)$$

или в общепринятом виде [1]

$$m\ddot{y} + k\dot{y} + c(y)y = F(t); \quad (12)$$

$$I\ddot{\theta} + k\dot{\theta} + c(\theta)\theta = M(t). \quad (13)$$

С учетом известных преобразований получим

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + p_1^2 y = F(t)/m; \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} + 2n\dot{\theta} + p_1^2 \theta = M(t)/I. \quad (15)$$

Здесь приняты следующие обозначения

$$p_1^2 = k(y)g/W = c(y)/m; \quad 2n = k(y)g/W = k(y)/m; \quad (16)$$

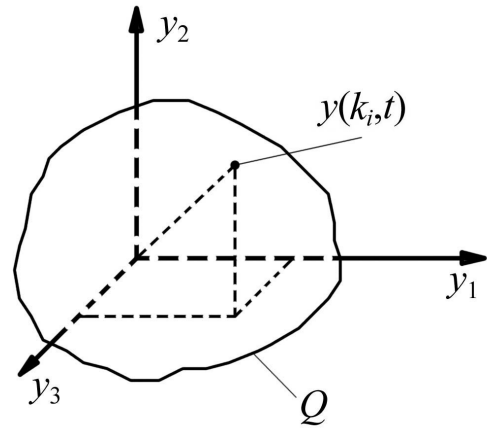


Рис. 3 – Области допустимых состояний системы виброизоляции

$$p_1^2 = c(\theta)/I; \quad 2n = k(\theta)/I, \quad (17)$$

где $c(y)$ – коэффициент нелинейной статической жесткости упругой подвески;
 $p_I(y)$ – собственная частота колебаний нелинейной системы;
 m – инерционный коэффициент (обобщенная масса);
 $y = y(t)$ – обобщенная координата поступательного движения;
 $\theta = \theta(t)$ – обобщенная координата углового движения;
 k – сила вязкого сопротивления, пропорциональная скорости;
 W – вес машины;
 g – ускорение свободного падения;
 $F(t), M(t)$ – случайно изменяющиеся во времени составляющие возмущающей силы и момента соответственно;
 I – массовый момент инерции обобщенной массы;
 V – потенциальная энергия нелинейной упругой подвески;
 ℓ – расстояние между центром тяжести системы и элементами упругой подвески.

Для системы уравнений (14) и (15) в работе [20] получено уравнение Фоккера-Планка в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} = & D_1 \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} + D_2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_4^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (x_3 p) - \frac{\partial}{\partial x_2} (x_4 p) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[\left(p^2 x_3 + \frac{1}{m} \frac{\partial V}{\partial x_1} \right) p \right] + \frac{\partial}{\partial x_4} \left[\left(\gamma x_4 + \frac{1}{I} \frac{\partial V}{\partial x_2} \right) p \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где $\dot{x}_1 = x_3; \dot{x}_2 = x_4; \dot{x}_3 = -(2n)^2 x_3 - \frac{1}{m} \frac{\partial V}{\partial x_1} + f(t); \dot{x}_4 = -\gamma x_4 - \frac{1}{I} \frac{\partial V}{\partial x_2} + T(t)$.

Здесь $x_1 = y; x_2 = \theta; x_3 = \dot{y}; x_4 = \dot{\theta};$
 $2n = k/m; \gamma = k\ell^2/I; f(t) = F(t)/m; T(t) = M(t)/I.$

В уравнении (18) совокупность переменных состояния x_1, x_2, x_3, x_4 в общем случае образует векторный марковский процесс, а совместная плотность вероятности $p(x_1, x_2, x_3, x_4, t)$ удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка.

Если принять $\partial p / \partial t = 0$, то решение уравнения (18) при $t \rightarrow \infty$ для стационарного колебательного процесса получено в [20] в виде:

$$p(x_1, x_2, x_3, x_4) = R \exp \left[-\frac{1}{2\pi} V(x_1, x_2) - \frac{p_1^2}{2D_1} x_3^2 - \frac{\gamma}{2D_2} x_4^2 \right], \quad (19)$$

где R – постоянная нормировки;
 D_1, D_2 – коэффициенты интенсивности случайных сил и моментов

$$D_1 = (2n)^2 Tm/2; \quad D_2 = \gamma T/2.$$

Из выражения (19) для плотности вероятности в работе [20] были получены формулы для моментов переменных состояния

$$\sigma^2 y = \langle x_1^2 \rangle = \frac{D_1 m^2}{2kc} \left(1 - 3\beta_1 \frac{D_1 m^2}{kc} \right); \quad \sigma_\theta^2 = \langle x_2^2 \rangle = \frac{D_2 I^2}{2kcl^4} \left(1 - 3\beta_1 \frac{D_2 m^2}{kc} \right),$$

где β_1 – коэффициент нелинейной компоненты статической жесткости упругой системы.

Расчеты по приведенным формулам при достоверной (и довольно обширной) экспериментальной информации дают удовлетворительное совпадение с экспериментом.

Как видно, рассматриваемая нелинейная стохастическая математическая модель позволяет описывать системы с поступательными и угловыми колебаниями, которые приближенно могут рассматриваться как стационарные широкополосные гауссовские случайные процессы. Модель обладает универсальностью, а сам метод дает точное решение для плотностей вероятности процессов, в данном случае стационарных колебаний.

Вместе с тем модель имеет и существенные недостатки, ограничивающие ее применение. Во-первых, решение уравнения Фоккера-Планка получено лишь для упрощенных физических моделей при определенных допущениях; при учете таких эффектов как старение (нестабильность параметров системы во времени), зависимость реологических характеристик материала от амплитуды, частоты колебаний и температуры внешней среды, решить это уравнение весьма проблематично. Во-вторых, необходимо весьма обширная экспериментальная информация о характере возмущений силы $F(t)$ и момента $M(t)$ и математическая интерпретация случайных процессов в виде корреляционных функций.

Все это сужает область применения обобщенной математической модели; для исследовательской работы эта модель весьма привлекательна, особенно если возмущающая сила имеет случайный характер в широком диапазоне амплитуд и частот. На практике ее применение ограничено, прежде всего, вследствие сложности и невозможности учесть весьма важные свойства, присущие вязко-упругим материалам типа резины. К тому же для решения уравнений (14), (15) имеются более простые и хорошо апробированные методы [1, 17].

Математическая модель на основе интегральных соотношений Вольтерра. В инженерной практике при исследовании динамики стационарных технологических машин рассмотренных выше сложностей стараются избегать, используя определенные допущения: случайные колебания считают квазигармоническими, упругую систему выполняют таким образом, чтобы в рамках рабочих амплитуд и частот ее упругая характеристика была практически линейная, а угловые колебания настолько малыми, чтобы ими можно было пренебречь.

В этом случае систему виброизоляции рассматривают как систему с одной степенью свободы, и уравнение колебаний записывают в известном виде

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega_0^2 y = P \sin \omega t . \quad (20)$$

Решение этого уравнения достаточно подробно изложено в [1, 17].

Если необходимо рассмотреть нелинейный стохастический процесс колебаний, то в правой части уравнения возмущающую силу $f(t)$ представляют как широкополосный стационарный случайный процесс и входные воздействия записывают либо в виде корреляционных функций, либо в виде функций спектральной мощности, т.е.

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + p_1^2 y = f(t),$$

где $f(t)$ – функция случайного входного воздействия на колебательную систему.

Решение этого уравнения дано в [1, 17, 19].

Обычно в качестве элементов упругой подвески используют резиновые детали специальной конструкции. Для виброизоляции тяжелых горнообогатительных машин резина на сегодняшний день не может быть заменена ни одним из существующих материалов. Она обладает способностью к большим обратимым деформациям, имеет высокие упругие и диссипативные свойства, не имеет внезапности отказа, а ее усталостные характеристики превышают все существующие конструкционные материалы.

К недостаткам следует отнести зависимость вязкоупругих свойств от режима нагружения, агрессивной среды и времени эксплуатации. К тому же резина не подчиняется упрощенным моделям Кельвина-Фохта, а ее диссипативные свойства не являются прямо пропорциональными скорости деформирования, как это следует из уравнений (14) и (15). Тем не менее, в теории колебаний используют именно эти уравнения благодаря хорошо разработанному математическому аппарату. В последнее время появились и другие подходы к рассмотрению этого вопроса.

Рассмотрим применение двух методов к расчету линейных колебательных систем с одной степенью свободы.

Первый метод предусматривает, что механическая реакция упругой подвески описывается с помощью модели Кельвина-Фохта и напряжение подчиняется закону

$$\sigma = E\varepsilon + \mu E\dot{\varepsilon},$$

где E – модуль упругости;

ε – относительная деформация виброизолятора;

μ – коэффициент внутренних сопротивлений резины, величина которого пропорциональна скорости деформации, для средне наполненных резин $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ с (получено экспериментально в работе [28]).

В этом случае уравнение движения массы m (рис. 1) можно записать в виде

$$\ddot{y} + \mu\omega_0^2\dot{y} + \omega_0^2y = q_1 \sin \omega t. \quad (21)$$

Для амплитуды стационарных вынужденных колебаний справедливо соотношение

$$A = q_1 / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \mu^2 \omega^2 \omega_0^2}, \quad (22)$$

где ω – частота вынужденных колебаний системы;

ω_0 – собственная частота колебаний системы;

q_1 – сила инерции, приходящаяся на единицу колеблющейся массы.

Второй метод предусматривает, что механическая реакция резины описывается интегральным соотношением типа Больцмана-Вольтерра с ядрами релаксации и последствия. В этом случае уравнение (21) в операторной форме переписывается в виде (12)

$$\ddot{y} + C_t y = q_1 \sin \omega t,$$

где C_t – оператор жесткости упругой подвески.

$$C_t = C_0 [1 - \chi \mathcal{E}_\alpha^*(-\beta)], \quad (23)$$

$$\mathcal{E}_\alpha^*(-\beta) \varepsilon(t) = \int_0^t \mathcal{E}_\alpha(-\beta, t - \tau) \varepsilon(\tau) d\tau, \quad (24)$$

$$\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t - \tau) = (t - \tau)^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t - \tau)^{n(n+2)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}, \quad (25)$$

где C_0 – мгновенное значение жесткости упругой подвески;

$\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t - \tau)$ – экспоненциальная функция дробного порядка типа Ю. Работнова;

α, β, λ – реологические параметры резины;

Γ – гамма-функция.

В работе [32] получены следующие основные соотношения для определения реологических параметров резины

$$\psi = 2\pi B(\omega); \quad (26)$$

$$G(\omega)/G_0 = 1 - A(\omega); \quad (27)$$

$$A = \frac{\omega^{1+\alpha} \cos \delta + \beta}{\omega^{2(1+2)} + 2\omega^{1+\alpha} \beta \cos \delta + \beta^2}; \quad (28)$$

$$B = \frac{\omega^{1+\alpha} \sin \delta}{\omega^{2(1+\alpha)} + 2\omega^{1+\alpha} \beta \cos \delta + \beta^2}; \quad (29)$$

$$\lambda = (G_0 - G_\infty)/G_0; \quad \alpha = 1 - \frac{4}{\pi} \arctg \frac{\psi_{\max}}{\pi \lambda}; \quad (30)$$

$$t_0 = [\omega(\psi_{\max})]^{-1}; \quad \beta = 1/t_0^{1+\alpha}; \quad \chi = \lambda/t_0^{1+\alpha},$$

где A и B – реологические характеристики резины (синус- и косинус-преобразования Фурье дробноэкспоненциальной функции);
 ψ – коэффициент диссипации энергии;
 $G(\omega)$ – текущее значение модуля сдвига;
 G_0 – мгновенное значение модуля сдвига;
 t_0 – обобщенное время релаксации.

Для используемой ниже средне наполненной резины типа 2959 (или ее аналога 6620) реологические параметры имеют следующие значения:

$$\alpha = -0,60; \quad \beta = 1,1; \quad \lambda = 0,58.$$

С учетом приведенных соотношений выражение амплитуды колебаний будет иметь вид

$$A = q_1 / \sqrt{[\omega_{0i}^2(1 - \chi A) - \omega^2]^2 + \chi B^2 \omega_{0i}^4}, \quad (31)$$

где ω_{0i} – частота собственных колебаний идеально упругой системы.

Выражение (31) позволяет более точно определить амплитудно-частотную и фазовую характеристики при переходных режимах, например, в области резонанса, т.е. когда $\omega = \omega_0$; при $\omega/\omega_0 > \sqrt{2}$ выражения (22) и (31) дают примерно одинаковые результаты.

Как видно, математическая модель с использованием интегральных соотношений Вольтерра основана на более строгих предположениях и более точно учитывает вязкоупругие свойства резины, чем модель Кельвина-Фохта, используемая в уравнениях (14) и (15). Она наиболее эффективна при исследовании нелинейных систем, переходных процессов в колебательных системах, а также при исследовании систем, реологические характеристики которых существенно зависят от времени, режима нагружения или медленно изменяющейся температуры (внешней или от диссипативного саморазогрева).

2.3 Оценка эффективности системы виброизоляции

Если для системы (рис. 1) реакция R_0 на силовое гармоническое возбуждение $F(t) = F_0 \sin \omega t$ представляется уравнением (20), то цель виброзащиты может состоять либо в уменьшении амплитуды силы на опорную конструкцию (раму, перекрытие, фундамент), т.е.

$$R_0 = F_0 \sqrt{\omega_0^2 + 4n^2 \omega^2} / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}, \quad (32)$$

либо в уменьшении амплитуды A_0 стационарных колебаний корпуса машины, т.е.

$$A_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}}. \quad (33)$$

В этом случае для характеристики степени реализации цели виброзащиты вводят безразмерные коэффициенты эффективности.

$$\eta = R_0/F_0; \quad K_a = cA_0/F_0. \quad (34)$$

Величину η обычно называют коэффициентом виброизоляции, а величину K_a – коэффициентом динамичности, в некоторых литературных источниках коэффициентом амортизации. Тогда:

$$\eta = \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2 Z^2}{(1 - Z^2)^2 + 4\nu^2 Z^2}}; \quad (35)$$

$$K_a = 1/\sqrt{(1 - Z^2)^2 + 4\nu^2 Z^2}. \quad (36)$$

Здесь приняты следующие обозначения

$$Z = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \nu = \frac{n}{\omega_0} = \frac{b}{2\sqrt{cm}}; \quad n = \frac{b}{2m}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad (37)$$

где b – коэффициент демпфирования упругой системы;

ν – относительное демпфирование упругой системы (при $\nu = 1$ в системе реализуется критическое демпфирование).

В литературе [19, 23] выражения (35) и (36) приведены к более удобному для практики виду. В дальнейшем при расчете конкретных систем виброизоляции будут использованы именно эти формулы.

Коэффициент виброизоляции представляется в виде

$$\eta = \sqrt{(1 + Z^2)^2 \frac{4\psi^2}{16\pi^2 + \psi^2}} / \sqrt{(1 - Z^2)^2 + Z^2 \frac{4\psi^2}{16\pi^2 + \psi^2}}. \quad (38)$$

В этой формуле коэффициент диссипации ψ либо определяется экспериментально, либо при известных реологических параметрах резины α , β , λ вычисляется по формуле (26), т.е. $\psi = 2\pi B(\omega)$. В этом случае формула (38) принимает вид

$$\eta = \sqrt{(1 + Z^2)^2 \frac{16\pi^2 B^2(\omega)}{16\pi^2 + 4\pi^2 B^2(\omega)}} / \sqrt{(1 - Z^2)^2 + Z^2 \frac{16\pi^2 B^2(\omega)}{16\pi^2 + 4\pi^2 B^2(\omega)}}.$$

Эффективность виброизоляции при этом равна

$$\mathcal{E} = (1 - \eta) \cdot 100\%. \quad (39)$$

Коэффициент амортизации (или коэффициент динамичности)

$$K_a = \sqrt{(1 - Z^2)^2 + \psi^2 Z^2} \quad (40)$$

или с учетом $\psi = 2\pi B(\omega)$

$$K_a = \sqrt{(1 - Z^2)^2 + 4\pi B^2(\omega) Z^2}. \quad (41)$$

На рис. 4 показаны графики функции $\eta = \omega/\omega_0$; на этом же рисунке штриховой линией показана кривая эффективности виброизоляции, определяемая по формуле (39) при $\nu = 0$. Из этих графиков следуют весьма важные выводы:

- при $Z < 1$ коэффициент виброизоляции η близок к единице и система изоляции практически не оказывает никакого влияния на колебательный процесс машины;
- при $Z = 1$ система работает в резонансной области;
- при $Z \geq \sqrt{2}$ система виброизоляции становится эффективной; при этом коэффициент виброизоляции уменьшается с уменьшением демпфирования системы; поэтому величину относительного демпфирования обычно выбирают такой, чтобы с одной стороны получить низкое усиление передачи силы упругой системы особенно в области резонанса, с другой – при более высоких частотах также должна быть удовлетворительная виброизоляция;
- из рис. 4 следует также, что при $Z \geq 5$ эффективность виброизоляции $\eta = 1$; это свидетельствует о том, что возможности упругой системы практически исчерпаны и выполнять ее более мягкой нет никакого смысла; поэтому на практике обычно применяют $Z = 2,5 \div 5$;
- в ряде технологических машин, возникают нерегулярные удары, которые могут увеличивать амплитуду колебаний и являться источником дополнительных динамических усилий. Обычно в таких случаях в виброизоляторах применяют высокодемпфирующие материалы типа наполненных резин, что, безусловно, увеличивает диссипацию энергии, но и увеличивает жесткость упругой подвески и, следовательно, уменьшает коэффициент виброизоляции в области высоких частот. Известно, что с помощью системы виброизоляции высокие частоты лучше подавляются, чем низкие. Именно для уменьшения вибраций низкой частоты, как уже отмечалось выше, необходимы виброизоляторы с малой жесткостью и высокой несущей способностью.

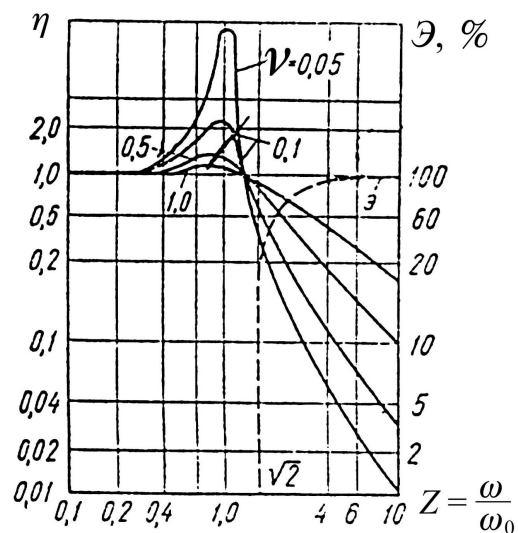


Рис. 4 – Зависимость коэффициента виброизоляции и ее эффективности от ω/ω_0

Наиболее эффективны виброизоляторы с небольшой жесткостью в направлении основных колебаний; однако в этом случае возникает эффект раскачки системы в горизонтальном направлении. Для устранения этого нежелательного эффекта обычно используют дополнительные виброизоляторы-ограничители, или так называемые упорные виброизоляторы. При этом:

- следует учесть, что при запуске и остановке машина проходит резонансную область, и амплитуда колебаний возрастает; обычно примене-

ние резиновых виброизоляторов существенно уменьшает вибрации в резонансе;

- предполагается, что система виброизоляции устанавливается на абсолютно жестком основании (перекрытии, фундаменте) с массой m_1 , которая в процессе эксплуатации машины не имеет вибросмещения.

На практике это предположение не всегда соблюдается и перекрытие, например, может колебаться с некоторой частотой. Здесь очень важно, чтобы параметры системы виброизоляции были подобраны таким образом, чтобы избежать крайне нежелательного резонанса. Для таких систем резонансная частота определяется соотношением

$$f'_0 = f_0 \sqrt{1 + m/m_1},$$

где f_0 – резонансная частота системы без учета реакции основания:

f'_0 – резонансная частота системы с учетом реакции основания, например, перекрытия.

Как видно, задача правильного выбора параметров системы виброизоляции сводится к задаче оптимального подбора жесткостных и демпфирующих свойств виброизоляторов и соблюдения отношения частот в диапазоне $Z = 2,5 \div 5$; при этом эффективность виброизоляции всегда $\mathcal{E} \cong 80 \%$.

2.4 Расчет системы виброизоляции тяжелых машин

В качестве примера рассмотрим расчет системы виброизоляции двух типов машин: вихревых смесителей и дробилки ДМРЭ 1000×1000.

Расчет системы виброизоляции вихревых смесителей. В 1986-87 г.г. Институтом геотехнической механики НАН Украины был проведен комплекс экспериментальных исследований вихревых смесителей линий *AG* и *BG*, установленных на монолитной железобетонной плите перекрытия, на отметке +10,800 м смесительного отделения аглофабрики ЦПО-2 Северного горно-обогатительного комбината (СевГОК) г. Кривого Рога. Конструктивной особенностью железобетонного перекрытия является то, что одна из его сторон у разгрузочной части смесителя является свободной и опирается на стальные стойки.

Смеситель представляет собой полый металлический цилиндр (рис. 5) в котором вращается ротор со специальными лопатками для перемешивания перерабатываемого сырья; движения ротора осуществляются от электропривода. Вследствие несовершенств изготовления элементов смесителя, неточности

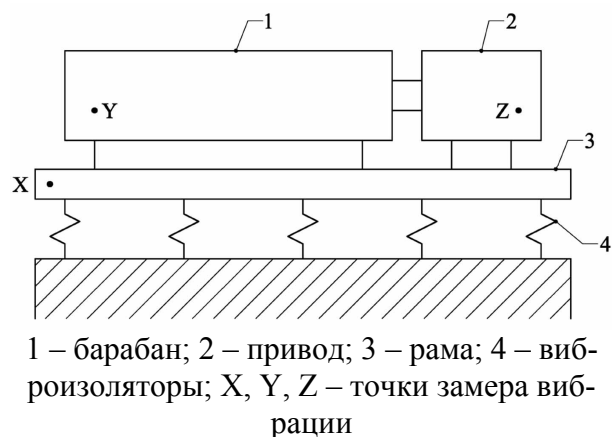


Рис. 5 – Схема смесителя

их сборки и особенностей технологии процесса смешивания (налипание продукта на лопасти ротора, падение материала с лопаток по случайному закону и т.д.) строгая круговая симметрия движения элементов смесителя относительно оси вращения нарушается, что приводит к возникновению центробежных сил, к появлению динамической неуравновешенности и возникновению вибраций с широкополосным спектром возмущающих сил, которые передаются железобетонному перекрытию.

Такая динамическая неуравновешенность наряду с поворотной симметрией движущихся частей увеличивается со временем эксплуатации смесителя благодаря изношенности его элементов. При ремонте смесителя некоторые недостатки устраняются путем замены лопаток ротора, очистки ротора от налипшего материала и т.д. Однако устранить полностью эту конструктивную и технологическую неуравновешенность не представляется возможным.

При жестком креплении смесителя на железобетонном перекрытии экспериментально полученные параметры вибрации имели следующие значения:

- амплитуда колебаний опорной конструкции смесителя составляла 0,22 мм, частота колебаний 14 Гц;
- амплитуда колебаний корпуса основных узлов смесителя составляла $0,11 \div 0,17$ мм в вертикальной плоскости и $0,05 \div 0,11$ мм в горизонтальной;
- амплитуда колебаний перекрытия между смесителями составляла $0,17 \div 0,21$ мм в вертикальной плоскости и $0,22 \div 0,27$ мм в горизонтальной.
- уровень звукового давления составлял 110 дБ.

Исследования показали, что уровень вибраций и звукового давления превышал санитарные нормы примерно в 1,5 раза. Было отмечено также, что вибрации приводят к интенсивному износу элементов смесителя и к разрушению перекрытия.

После установки смесителя в 1986 году на резиновые виброизоляторы были проведены повторные экспериментальные исследования, которые показали следующее:

- амплитуда колебаний опорной конструкции смесителя составляла 0,07 мм;
- амплитуда колебаний корпуса, основных узлов смесителя в вертикальной плоскости составляла 0,035 мм;
- амплитуда колебаний перекрытия между смесителями в вертикальной плоскости составляла 0,027 мм;
- уровень звукового давления составлял 80 дБ.

Как видно, система виброизоляции смесителя с использованием резинометаллических элементов оказалась довольно эффективной:

- динамические нагрузки на основные элементы смесителя уменьшались в три раза;
- эффективность виброизолирующей системы по снижению вибраций, передаваемых на перекрытие, составила 85 %;
- уровень вибрации на перекрытие и звуковое давление снижены до санитарных норм.

Система виброизоляции оставалась эффективной вплоть до 1996 года, т.е. в течение примерно 9 лет. Вследствие старения резины вертикальная жесткость резиновых виброизоляторов увеличилась в среднем на (60÷65) %, коэффициент диссипации энергии уменьшился в 4-5 раз. Все это привело к выходу жесткостных и диссипативных характеристик виброизолирующей системы за допустимые пределы изменения параметров, и система стала неэффективной.

В 1999-2000 годах КП «Харьковский Промстройпроект» провел круг экспериментальных исследований смесительного отделения ЦПО-2 по оценке влияния на несущие строительные конструкции динамических воздействий от работы технологического оборудования. Эти исследования в первую очередь были вызваны последствиями аварии, произошедшей в 1999 году: в результате динамических воздействий от работы оборудования было разрушено 6000 м² крыши здания. В результате исследований было установлено, что наибольшие вибрации строительных конструкций наблюдались в зоне расположения приводных станций конвейеров; для окомкователей, вибропитателей и вихревых смесителей в точках опирания их на перекрытие [8].

Для смесителей AG 1.019 и AG 1.020 вибрация измерялась с помощью сейсмодатчиков типа К-001 в комплекте с самописцем типа ЭК-М2 [8]. Наибольшие вертикальные колебания от работы двух виброизолированных (виброизоляция 1986 года) смесителей были зафиксированы в месте выгрузки концентрата из барабана – величина колебаний на перекрытии составила 0,17÷0,33 мм. При частоте 14÷15 Гц это намного превосходит не только строительные нормы равные 0,03 мм, но и в несколько раз превосходит предельные колебания для строительных конструкций, равные 0,067 [8]; уровень горизонтальных колебаний перекрытия был равным 0,16 мм, что также превосходит предельные колебания для строительных конструкций, при этом для части балок наблюдался резонансный режим. Исследования показали также, что на колебания с частотой вращения двигателя (14÷15) Гц накладываются колебания от вращения ротора с частотой 1,2 Гц; причина таких колебаний – сброс концентрата с лопаток ротора [8].

В 2002-2003 годах авторами настоящей работы были проведены комплексные экспериментальные исследования вихревых смесителей со старой виброизолирующей подвеской, установленной в 1986 году, и с новой подвеской, установленной в 2002 году (конструкция элементов подвески оставалась одинаковой – резинометаллические элементы типа ВРМ-903М).

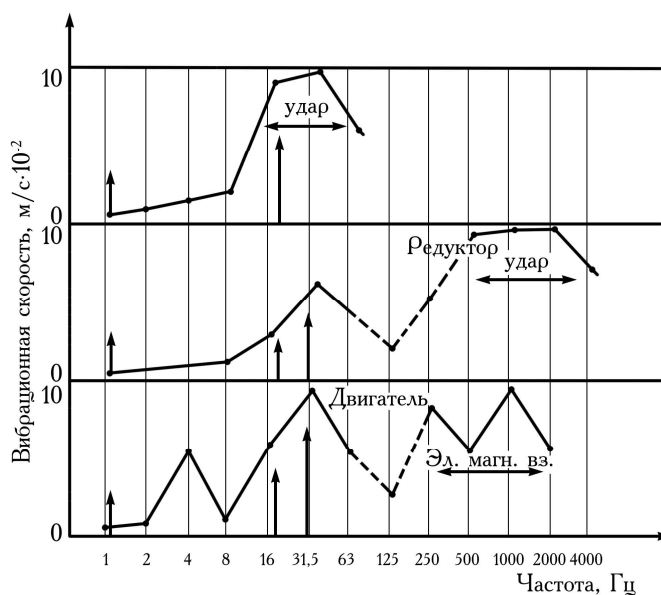
Исследования показали, что вихревые смесители относятся к системам с широкополосным спектром возмущающих сил, вызванных периодическими составляющими инерционных сил от движущихся элементов машины: двигатель, редуктор, ротор смесителя; ударное взаимодействие частей (зубья шестерен редуктора, лопатки смесителя с концентратом и т.д.); электромагнитное взаимодействие статора и ротора приводного двигателя.

Расположение основных возмущающих сил на частотной оси и их соотношение, полученные при экспериментальных исследованиях, показаны на рис. 6. Здесь стрелками показаны расположения периодических составляющих возмущающих сил (замеры выполнены на составляющих конструкции смесителя): вал смесителя и второй ступени редуктора – 1,4 Гц; лопатки смесителя – 17,5 Гц; вал двигателя и первой ступени редуктора – 25 Гц.

Периодические составляющие возмущающих сил в диапазоне частот (16÷30) Гц вызывались ударами лопаток смесителя о перемешиваемый материал и инерционными силами ротора двигателя и первой ступени редуктора. Широкополосное возбуждение в диапазоне частот 500÷2000 Гц – ударным взаимодействием зубьев редуктора и электромагнитными силами взаимодействия статора и ротора приводного двигателя.

Жесткая установка вихревого смесителя на опорные элементы перекрытия привела к возбуждению интенсивных колебаний перекрытия. Уровни вибрационной скорости в диапазоне октавной полосы со среднегеометрической частотой 16 Гц составили 108 дБ.

Разработанные институтом геотехнической механики НАН Украины виброизоляторы типа ВРМ-903М были использованы для снижения вибраций, передающихся на элемен-



Точки – фиксированные уровни вибрационной скорости (эксперимент)

Рис. 6 – Составляющие возмущающих сил вихревого смесителя

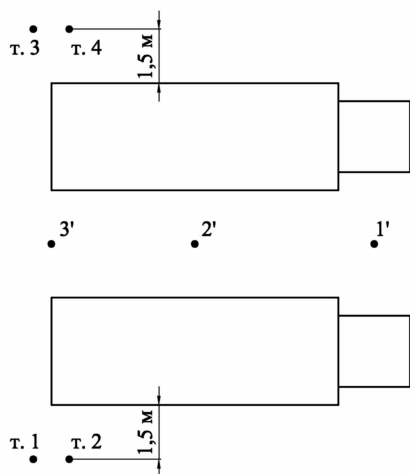


Рис. 7 – Схема замера уровней вибрации

ты здания агрофабрик. Результаты измерений показали, что в диапазоне частот 16 Гц уровни вибрационной скорости находились в пределах 90÷92 дБ.

На втором этапе, после более чем 16-летней эксплуатации разработанных виброизоляторов, проведены исследования по оценке виброакустической активности вихревых смесителей и их влияние на наиболее чувствительный элемент здания – перекрытие, представляющей собой систему с распределенными параметрами и многомодовом отклике на динамическое воздействие.

Схема расположения точек измерения на втором этапе исследований показана на рис. 7 (1', 2', 3' – для измерения уровней вибрационной скорости; 2' и 3' – для измерения уровней инфразвука и уровней звукового давления). Результаты измерений приведены в табл. 1. Установлено, что смесители являются источником повышенного излучения инфразвуковых колебаний в диапазоне (11÷22) Гц с уровнями (102÷104) дБ, а также уровней частот (125÷1000) Гц. Уровни вибрационной скорости в диапазоне частот (11÷22) Гц достигают 93 дБ на железобетонном перекрытии между приводами вихревых смесителей и до 104 дБ у разгрузочной части смесителей.

Таблица 1 – Виброакустическая характеристика смесителей после длительной (16 лет) эксплуатации системы виброизоляции

Частота, Гц	Уровни инфразвука, дБ		Уровни звукового давления, дБ		Уровни вибрационной скорости, дБ		
	Точки измерений		Точки измерений		Точки измерений		
	2'	3'	2'	3'	1',	2'	3'
2	75	80	–	–	80	83	90
4	75	80	–	–	83	85	92
8	84	85	–	–	85	88	96
16	102	104	–	–	93	99	104
31,5	–	–	87	88	85	85	90
63	–	–	81	82	78	84	90
125	–	–	92	93	–	–	–
250	–	–	92	93	–	–	–
500	–	–	93	94	–	–	–
1000	–	–	89	88	–	–	–
2000	–	–	82	83	–	–	–
4000	–	–	84	85	–	–	–
8000	–	–	75	74	–	–	–

Как видно, после 16 лет эксплуатации уровни виброскорости на перекрытии в диапазоне частот (11÷22) Гц повысились от 90 до 104 дБ. Экспериментально установлено также, что максимальные уровни инфразвука в полосе частот 16 Гц достигают 104 дБ (при норме 105 дБ), и максимальные уровни звукового давления в полосах частот (250÷500) Гц достигают 92-96 дБ (при норме соответственно 82-78 дБ).

За время эксплуатации в результате старения резиновых элементов системы виброизоляции амплитуда колебаний перекрытия увеличилась практически в 9 раз (от первоначального значения в 1985 году $A = 0,027$ мм до $A = 0,21$ мм в 2002 году). Величина амплитуды $A = 0,21$ мм практически совпадала с величиной амплитуды колебаний ($A = (0,17 \div 0,33)$ мм), полученными КП «Харьковский Промстройпроект» в 1999 году.

На третьем этапе исследований, после замены виброизоляторов смесителей № 19 и № 20 уровни инфразвука и уровни звукового давления смесителей практически не изменялись (табл. 2). Уровни инфразвука достигали 104 дБ на частоте 16 Гц, а уровни звукового давления (90÷94) дБ в диапазоне (125÷1000) Гц. Уровни вибрационной скорости на площадках привода достигали (90÷92) дБ, а со стороны разгрузочных устройств смесителя – (94÷98) дБ. Амплитуда колебаний перекрытия составляла 0,034 мм (при частоте 16 Гц).

Таблица 2 – Виброакустическая характеристика смесителей после установки новых резиновых элементов системы виброизоляции

Частота, Гц	Уровни инфразвука, дБ		Уровни звукового давления, дБ		Уровни вибрационной скорости, дБ	
	Точки измерений		Точки измерений		Точки измерений	
	2'	3'	2'	3'	1', 2'	1, 2, 3', 4
2	72	74	–	–	–	–
4	72	76	–	–	–	–
8	90	92	–	–	–	–
16	104	104	–	–	90÷92	94÷98
31,5	–	–	96	97	–	–
63	–	–	96	98	–	–
125	–	–	90	94	–	–
250	–	–	95	98	–	–
500	–	–	94	95	–	–
1000	–	–	89	90	–	–
2000	–	–	82	83	–	–
4000	–	–	79	80	–	–
8000	–	–	80	81	–	–

Расчет системы виброизоляции вихревого смесителя без учета старения резины. Данные для расчета.

1. Масса виброизолирующей системы $m = 35000$ кг.
2. Частота вынужденных колебаний $\omega = 14$ Гц.

3. Максимальная амплитуда колебаний корпуса смесителя (экспериментальные данные) $A = 0,22$ мм.

4. Скорость вращения ротора $n_1 = 75$ об/мин.

Расчет системы виброизоляции будем вести согласно уравнению (1); уравнение (6) дает поправку лишь в области резонанса, что хорошо видно из сравнения амплитудно-частотных характеристик, показанных на рис. 8.

Последовательность расчета системы виброизоляции следующая.

1. Определяем вертикальную нагрузку от смесителя на фундамент: $P = mg = 343,3$ кН.

2. Принимаем коэффициент динамичности $K_a = 5$.

3. Определяем собственную частоту колебаний смесителя: $p = 37,5$ 1/с.

4. Выбираем для элементов системы виброизоляции резину 2959 со следующими параметрами: условно-равновесный модуль Юнга $E_\infty = 3,7$ МПа, динамический модуль $E_\delta = 4,8$ МПа, коэффициент диссипации энергии $\psi = 0,31$, коэффициент динамичности $K_\delta = 1,3$.

5. Определяем динамическую жесткость системы

$$C_\delta = p^2 \cdot m = 49,0 \text{ МН/м}.$$

6. Определяем статическую жесткость системы

$$C_{ст} = C_\delta / 1,3 = 38,0 \text{ МН/м}.$$

7. Из конструктивных соображений выбираем число опорных виброизоляторов $i = 26$ шт. и число упорных (для исключения раскачки смесителя в горизонтальном направлении $k = 8$ шт.). Статическая жесткость одного виброизолятора

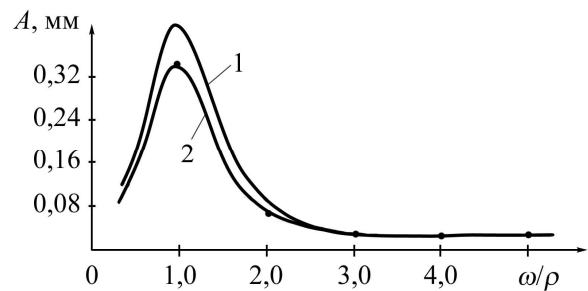
$$C'_{ст} = C_{ст} / 26 = 1,46 \text{ МН/м}.$$

8. Выбираем виброизоляторы типа ВРМ-903М [2], представляющие собой сплошной цилиндр с привулканизованными по торцам металлическими пластинами; наружный диаметр $D = 180$ мм, высота $h = 100$ мм.

9. Определяем относительную деформацию резинового элемента при статическом сжатии $\varepsilon_{ст} = 0,09$.

10. По формуле (38) определяем коэффициент виброизоляции системы $\eta = 0,21$.

11. Уточняем значение коэффициента динамичности по формулам (40) или (41) $K_a = 4,54$.



1 – расчетная кривая по формуле (3); 2 – расчетная кривая по уравнению (6); • – экспериментальные точки

Рис. 8 – Амплитудно-частотная характеристика смесителя

12. Определяем коэффициент эффективности виброизоляции по формуле (39) $\Xi = 0,79$.

Как отмечалось выше, такая система виброизоляции оказалась довольно эффективной: на практике коэффициент эффективности составил 0,85 (85 %), амплитуда колебаний корпуса смесителя $A = 0,035$ мм (против 0,22 мм до виброизоляции). Система оставалась эффективной примерно 9 лет.

Расчет системы виброизоляции вихревого смесителя с учетом старения резины. Данные по старению резины 2959 были получены в [24] и могут быть аппроксимированы следующими уравнениями.

Экспоненциальная зависимость динамического модуля Юнга $E_\delta(t)$ может быть описана соотношением

$$E_\delta(t) = E_{\delta n} + (E_{\delta k} - E_{\delta n}) \exp(k_E t), \quad (42)$$

где $E_{\delta n}$ и $E_{\delta k}$ – начальные и конечные значения динамического модуля; k_E – константа скорости.

Линейная зависимость коэффициента диссипации энергии $\psi(t)$ может быть описана соотношением

$$\psi(t) = \psi_0 - k_\psi t, \quad (43)$$

где ψ_0 – начальное значение коэффициента поглощения;

k_ψ – константа скорости.

Для исследуемых виброизоляторов ВРМ-903М: $\psi_0 = 0,31$; $E_{\delta n} = 48,0$ МПа; $E_{\delta k} = 81,6$ МПа; $k_\psi = 0,083 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$; $k_E = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$.

Подставляя соотношения (42) и (43) в уравнения (3) и (9) получим временные зависимости амплитуды колебаний смесителя (рис. 9) и коэффициента эффективности виброизоляции (рис. 10).

Обсуждение результатов

1. Несмотря на многообразие методов учета внутреннего трения при колебаниях механических систем, современные математические модели в целом недостаточно полно учитывают вязкоупругие эффекты (в основном диссипацию энергии), сопровождающие деформирование резины. При построении амплитудно-частотных характеристик системы (рис. 8) согласно уравнениям (1) и (6) и при определении коэффициента виброизоляции по формуле (7) величины A и η мало зависят от коэффициента диссипации энергии ψ , их величины определяются в основном соотношением частот ω/p . Поэтому при влиянии на динамику смесителя старения резины большую роль играют изменения жесткостных характеристик, т.к. именно они определяют собственную частоту колебаний системы; изменения коэффициента диссипации энергии в 6 раз мало изменяет коэффициент виброизоляции, что хорошо видно из анализа формулы (7).

2. Увеличение динамической жесткости (см. рис. 9, кривая 3) упругой подвески системы на (60÷70) % (16 лет эксплуатации) дает расчетное при-

ращение амплитуды колебаний на (20÷25) % согласно уравнению (1) и (42); уравнение (6) более точно учитывает вязкоупругие эффекты (см. рис. 9, кривая 2), однако совпадение с экспериментом (рис. 9, кривая 1) наблюдается исключительно в первые 3-4 года эксплуатации. Такие значительные расхождения между теоретическими кривыми и экспериментом вызваны следующими обстоятельствами: при расчетах величина силы инерции на единицу массы смесителя принималась постоянной. Вместе с тем, для большинства горно-металлургических машин в процессе эксплуатации изменяются не только параметры упругой подвески; вследствие износа движущихся элементов изменяется также степень их неуравновешенности, что приводит к увеличению силы инерции на единицу массы. Безусловно, ремонт машины приводит к уменьшению этой силы, однако в межремонтный период она может существенно увеличиться (например, за счет налипания концентрата на лопатки, неравномерного износа лопаток, износа деталей редуктора и т.д.).

Все это, как следует из рис. 9, должно учитываться при проектировании и расчете системы виброизоляции; она должна быть выполнена с определенным запасом, позволяющим на протяжении заданного времени не выходить за пределы допускаемых значений даже при отклонении от заданных параметров смесителя (например, при изменении массы или возмущающей силы). Для этого коэффициент динамичности должен быть в пределах 4,5÷5,0. Рассматриваемая система виброизоляции смесителя спроектирована именно таким образом и при изменении жесткости виброизоляторов на (60÷70) % и возмущающей силы (за счет изношенности элементов смесителя), она находилась в пределах санитарных норм и технологических требований около 9 лет.

3. Диссипация энергии практически не влияет на амплитуду колебаний смесителя; она влияет на частоту и на положение резонансного пика относительно вертикали $p/\omega = 1$. Старение резины увеличивает амплитуду колебаний смесителя (см. рис. 9), изменяет собственную частоту колебаний системы и сдвигает в сторону величины p/ω положение резонансного пика.

4. Диссипация энергии незначительно влияет на коэффициент виброизоляции η ; старение резины существенно увеличивает η в основном за счет изменения соотношения частот ω/p ; соответственно уменьшается и эффективность виброизоляции (рис. 10).

Расчет системы виброизоляции дробилки ДМРЭ 1000×1000. Причины для применения системы виброизоляции следующие:

- вибрация дробилки в 2-3 раза превышает допустимые нормы, что приводит к интенсивному износу узлов и деталей, к разрушению фундамента и близлежащих построек (силос № 1);

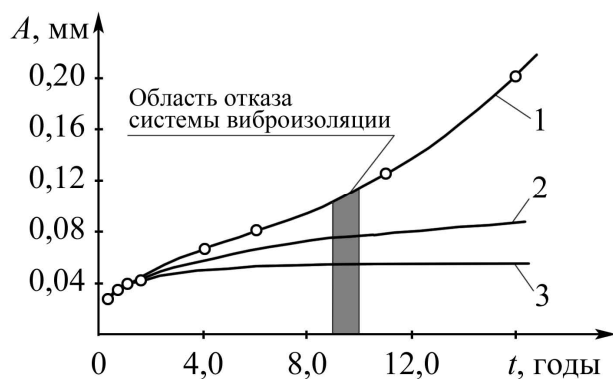


Рис. 9 – Временная зависимость амплитуды колебаний корпуса смесителя
 1 – экспериментальная кривая с учетом износа элементов смесителя; 2 – расчет по уравнению (6); 3 – расчет по уравнению (1)

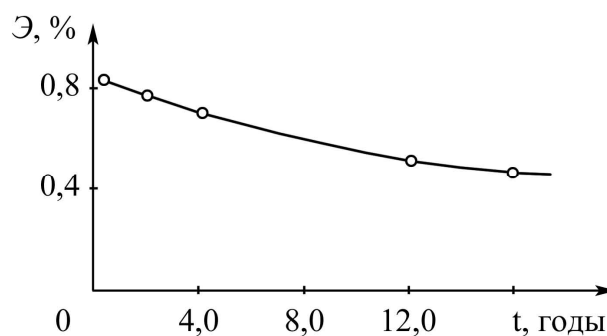


Рис. 10 – Временная зависимость коэффициента эффективности виброизоляции

- уровень звукового давления превышает санитарные нормы в 2,5 раза.

Целью работы является: расчет, проектирования и создание системы виброизоляции, позволяющей динамические нагрузки, передаваемые на фундамент, амплитуду колебаний корпуса дробилки и звуковое давление довести до норм, удовлетворяющих санитарным требованиям.

Данные для расчета:

Общая масса виброизолирующей системы: $m = 13909$ кг;

Частота вынужденных колебаний дробилки $\omega = 104,6$ с⁻¹;

Частота вращения ротора 1000 об/мин.

Расчет системы виброизоляции будем вести в следующей последовательности:

Принимаем коэффициент динамичности – 3,5;

Определяем частоту собственных колебаний системы – 29,9 с⁻¹;

Определяем суммарную жесткость виброизоляторов, обеспечивающих минимальную нагрузку на перекрытие здания – $12,4 \cdot 10^6$ Н/м;

Из конструктивных соображений выбираем число опорных виброизоляторов $i = 10$ штук; жесткость одного виброизолятора – $1,24 \cdot 10^6$ Н/м;

Выбираем виброизолятор типа ВРМ 903М из резины 2959 (диаметр 180 мм, высота 113 мм);

Определяем относительную деформацию виброизолятора – 0,0157 м ($\varepsilon = 0,139$);

Определяем по формуле (38) коэффициент виброизоляции – $\eta = 0,26$;

Определяем коэффициент эффективности виброизоляции – $\mathcal{E} = 0,74$.

Экспериментальные исследования системы виброизоляции дробилки ДМРЭ 1000×1000 показали следующее.

1. Эксплуатационные параметры системы близки к расчетным: эффективность системы по снижению вибрационного воздействия, передаваем-

мого дробилкой на фундамент и на силос № 1, составила 79 % и соответствует санитарным нормам (см. табл. 3).

2. Звуковое давление не превышает санитарных норм.

Таблица 3

Наименование величин	Среднеквадратическое значение замеренных величин				Нормативные значения величин
	на фундаменте дробилки		на силосе № 1		
	без техн. нагрузки	с техн. нагрузкой 60 т/ч	гориз.	верт.	
1. Частота основного тона колебаний, Гц	16,5	16,5	16,5	16,5	–
2. Амплитуда виброперемещений, мм	0,0041	0,0040	0,0032	0,0058	0,0282
3. Виброскорость, мм/с	0,426	0,416	0,332	0,614	5,60
4. Виброускорение, м/с ²	0,095	0,087	0,07	0,08	0,28

Выводы. 1. При расчетах систем виброизоляции машин, работающих в технологических линиях круглосуточно и в течение длительного времени следует учитывать старение резины, а также неизбежное увеличение со временем возмущающей силы.

2. Система виброизоляции должно быть «мягкой», чтобы уменьшить собственную частоту колебаний, это достигается подбором оптимальных параметров виброизолятора и выбором подходящей марки резины.

3. Система виброизоляции с применением металлорезиновых виброизоляторов ВРМ-903М является эффективной, долговечной и надежной.

3 Особенности квазистатических расчетов резинометаллических деталей

3.1 Общая классификация резиновых и резинометаллических деталей

Как уже отмечалось [2, 24] резиновые детали играют весьма важную роль в структурных схемах машин, зачастую определяя не только их кинематические и динамические характеристики, но и работоспособность. В инженерной практике существует большое количество разнообразных конструкций резиновых деталей, работающих при самых различных видах статических и динамических нагрузок: сдвиге, сжатии, кручении, сдвиге со сжатием, при сложном напряженном состоянии и т.д. В зависимости от конструктивных особенностей и назначения существуют также их различные классификации. Одна из них [25] предполагает классификацию резиновых деталей по следующим признакам:

- назначению;
- влиянию на надежность работы всего объекта;
- условиям применения;
- конструкции;
- материалам;

- технологии изготовления.

По назначению все резиновые детали можно разделить по следующим группам.

1. Уплотнительные изделия (манжеты, кольца, прокладки, сальники, клапаны, диафрагмы, мембраны, надувные и профильные уплотнители, комбинированные и др.).

2. Силовые изделия (резиновые и резиноармированные муфты и элементы муфт, резиноармированные вкладыши (вставки) для передачи крутящего момента и обеспечения плавности хода транспортных средств, резинометаллические шарниры, втулки, буферы, компенсаторы, кронштейны и др., эластичные опорные шарниры).

3. Транспортные ленты, приводные, клиновые, плоские, зубчатые и комбинированные ремни.

4. Амортизационные, вибро- и звукоизолирующие изделия.

5. Рукава (низкого и высокого давления, напорные, всасывающие, напорно-всасывающие), шланги.

6. Гибкие проставки (гнутые и гибкие патрубки, короткие шланги, семяпроводы, компенсаторы и др.).

7. Резинометаллические подшипники (резиновые и резинометаллические вкладыши подшипников, дейдвудные втулки, опоры трубопроводов и др.).

8. Резиноармированные опорные части и деформационные швы различных сооружений.

9. Противоизносные изделия (звенья гусеницы, барабаны, ванны и корпуса магнитных сепараторов; футеровка скрубберов тепловых электростанций, шаровых мельниц, трубопроводов и центробежных насосов, сита для фракционирования сыпучих материалов и др.).

10. Фрикционные изделия и инструменты (полировально-шлифовальные круги, фрикционные колеса, элементы тормозных систем транспортных средств и др.).

11. Надувные конструкции (легкие спасательные средства, уплотнители люков и трюмов, палатки, аэростаты, плоты, шары, зонды, резервуары, временные легкие сооружения и др.).

12. Защитные изделия (защитные костюмы, маски, резиновые и резиноармированные элементы для защиты от действия различных агрессивных сред, высоких и низких температур, ионизирующих излучений, брызговики, колпачки и др.).

13. Изолирующие изделия и материалы (диэлектрические коврики, оболочки кабелей и проводов, резиновые изоляторы и элементы изоляторов и др.).

14. Токопроводящие изделия и материалы (токопроводники для клавишных аппаратов и пультов, антистатика, заземлители, катодно-анодная защита и др.).

15. Вспомогательные изделия (ручки и педали к транспортным средствам, пылезащитные гофрированные чехлы, колпачки и др.).

16. Пневмооболочки (пневмобаллоны, резинокордные оболочки, камеры и др.).

17. Декоративные изделия (полосы, шнуры, колпачки, профили различных цветов, конфигураций и геометрических размеров).

18. Многофункциональные РТИ. Изделия этой группы одновременно могут выполнять сразу несколько функций, например, силовые, амортизационные, уплотнительные, компенсационные и др. К многофункциональным РТИ можно отнести асфальтоходные башмаки, обтюрирующие опорные пояса осевого и радиального сжатия, некоторые сильфоны, компенсаторы и др.

19. Шины (авиационные, автомобильные, тракторные и др.).

По влиянию на надежность всего объекта резиновые детали условно можно разделить на четыре категории.

1. Резиновые детали первой категории. Они обеспечивают жизнеспособность объекта. Нарушение или потеря эксплуатационных характеристик такими изделиями приводит к гибели объекта или системы с тяжелыми последствиями, либо к срыву выполнения стратегических задач. К таким изделиям относятся также детали, потеря работоспособности которых приводит к непосредственной гибели людей, если человек и объект рассматриваются как одна система или гибель объекта является прямым следствием гибели людей.

Примером таких изделий могут быть уплотнители, силовые изделия, рукава, шланги и др. для летательных аппаратов, ракет-носителей, кораблей и судов флота, объектов, имеющих стратегическое значение и (или) работающих в критических режимах.

2. Резиновые детали второй категории. Их выход из строя приводит к аварии, остановке работы объекта с тяжелыми последствиями (с последующими человеческими жертвами или без них). После выполнения ремонтно-восстановительных работ с заменой деталей или узла с деталями объект становится работоспособным.

Примером таких изделий могут быть уплотнители, рукава и шланги тормозных систем транспортных средств, летательных аппаратов, эластичные вкладки колесной пары трамвайных тележек, силовые изделия, ремни, транспортерные ленты, резиноармированные опорные части и др.

К этой категории можно отнести также исследуемые в настоящей статье резиновые и резинометаллические виброизоляторы машин:

- категория 2.1: виброизоляторы, которые приводят к отказу машин вследствие выхода их механических характеристик за пределы допускаемых значений (например, вследствие старения резины);
- категория 2.2: виброизоляторы, которые вследствие отказа (старение, усталостные трещины, отрыв резины от металла и другие дефекты) не обеспечивают санитарные нормы по вибрации и звуковому давлению и вся механическая система (машина и система виброизоляции) отрицательно влияет на операторов, что впоследствии может привести к их профессиональным заболеваниям;
- категория 2.3: виброизоляторы, отказ которых не влияет на операторов, но приводит к определенному экономическому ущербу.

3. Резиновые детали третьей категории. Нарушения работоспособности изделий данной категории приводят к остановке работы объекта с незначительными материальными потерями и без человеческих жертв. После недлительного восстановительного ремонта объект становится работоспособным.

Примером таких поломок может быть выход из строя резиновых деталей, выполняющих самые различные функции в транспортных средствах, передающих механизмах и устройствах, сооружениях, стационарных и подвижных объектах и др.

4. К четвертой категории можно отнести детали, потеря работоспособности которых практически никак не сказывается на жизнеспособности объекта. В этом случае нарушается дизайн объекта, создается дискомфорт и др.

К таким изделиям можно отнести, например, молдинги автомобилей, автомобильные коврики, прокладки под зажимные устройства, подставки (присоски) под приборы, аппараты и др.

Как видно, при разработке резиновых деталей необходимо учитывать степень их влияния на судьбу объекта, а также на те последствия, которые могут иметь место в случае гибели объекта или выхода его из эксплуатации.

По условиям применения различают резиновые детали в зависимости от параметров эксплуатации (температура, давление) и типа рабочей и окружающей сред. Например, детали, эксплуатируемые при высоких температурах, называют теплостойкими, при низких температурах – морозостойкими резинотехническими изделиями, эксплуатируемые в средах нефтяного происхождения – маслостойкими и т.д.

По конструкции детали разделяют на резиновые, резиноармированные (резинометаллические, резинотекстильные, резинопластмассовые), монолитные, полые, губчатые, комбинированные и др.

Резиновые детали также классифицируют в зависимости от применяемых материалов: типов каучуков, марок резин, сырья и армирующих

материалов. Например, детали созданные на основе хлоропренового каучука, называют озоностойкими, а детали из резин, содержащих от 30 до 50 массовых частей серы на 100 массовых частей каучука, называют эбонитовыми изделиями.

По технологическому признаку резиновые детали классифицируют на формовые, неформовые и комбинированные.

Как видно из приведенной классификации, требования к деталям могут быть самые различные. Это же касается и материалов, из которых они изготавливаются. Поэтому при разработке материалов необходимо учитывать все отмеченные классификационные признаки, а затем все технические вопросы на всех стадиях решать комплексно. Только в этом случае от резиновых деталей можно получить максимальный эффект в конкретной конструкции либо при конкретном его применении.

3.2 Расчет резинOMETаллических деталей с учетом эффекта на торцах

Как известно, механические свойства резиновых и резинOMETаллических деталей существенно отличаются от механических свойств резины. Причиной является, так называемый, фактор формы или положение на торцах. При сжатии резиновой детали сила трения между торцами и прилегающей арматурой (плиты пресса, чашки-детали, приклеенные или привулканизованные металлические пластины) может быть настолько значительной, что касательные усилия, возникающие на поверхности контакта, делают расширение торцов резиновой детали невозможным. Вследствие этого размер торцов остается неизменным, часть боковой поверхности резиновой детали приходит в соприкосновение с металлической арматурой и происходит как бы ужесточение детали. На такой эффект впервые обратил внимание Гебель [34] и предложил оценивать величину его влияния на жесткость изделий, так называемым, фактором формы. Для цилиндрических деталей фактор формы будет равен

$$\Phi = \pi D^2 / (4\pi Dh) = D/h ,$$

для деталей прямоугольной формы

$$\Phi = \frac{ab}{2(a+b) \cdot h} ,$$

где D – диаметр цилиндра;

h – высота;

a и b – стороны прямоугольного основания детали.

Потураев В.Н. [28] подробно исследовал влияние фактора формы при одноосном сжатии и привел большой экспериментальный материал, а также дал обзор исследований до 1966 года. Некоторые результаты из этих исследований приводятся и в настоящей статье. В дальнейшем мы будем использовать термин «коэффициент ужесточения», как это приняли

В.Л. Бидерман, Э.Э. Лавендел и другие. В оригинальном материале вводится понятие универсального конструктивно-деформационного параметра β .

Ниже приводятся известные расчетные и эмпирические формулы для определения коэффициентов ужесточения сплошных цилиндрических резинометаллических виброизоляторов.

При осевом нагружении, для малых (до 20 %) деформаций в предположении несжимаемости материала и использования гипотезы плоских сечений, получены следующие зависимости для коэффициента ужесточения.

В.Л. Бидерман при использовании вариационного метода, использующего принцип минимума потенциальной энергии, получил выражение [29]

$$\beta_{0n} = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{\sqrt{6}} \cdot \text{th}(\sqrt{6}/\rho)}.$$

Формула Э.Э. Лавендела, полученная методом разрешающих функций при использовании аппарата математической теории упругости, разработанной для несжимаемых материалов, имеет вид [30]

$$\beta_{0n} = 0,667 + 0,5\rho^2.$$

Решение С.И. Дымникова с использованием метода среднеквадратической ошибки [31]

$$\beta_{0n} = 1 + \pi^2 \rho^2 / 24.$$

Известные также эмпирические зависимости Е.Т. Григорьева и Пейна [33]

$$\beta_{0n} = 1 + 0,5\rho^2 \cdot m,$$

$$\beta_{0n} = 1 + 0,413\rho^2,$$

где m – эмпирический коэффициент, зависящий от вида соединения резинового элемента с арматурой.

Если резина привулканизована к арматуре, то $m = 4,67$. Величина $0,5\rho$ представляет собой отношение площади опорной поверхности πR^2 к площади свободной поверхности резинового элемента $2\pi RH$.

Для коэффициента жесткости сплошных, а также полых цилиндрических резинометаллических элементов с использованием точных методов построены справочные таблицы [36], которые при сравнении с экспериментальными данными дают наименьшую погрешность, при этом для низких элементов $y_0 = 2h/R \leq 0,1$ с погрешностью не выше 15 % может быть использована формула [27]

$$\beta_{0n} = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu) + 15,42\nu(1 - \nu)y_0^2}.$$

При одноосном сжатии и с учетом краевого эффекта для больших деформаций связь между нагрузкой и деформацией имеет вид [5]

$$P/(GF) = (1/\lambda^2 - \lambda) \cdot \beta_{0n}, \quad \lambda = 1 - \Delta z/H,$$

β_{0n} определено вышеприведенными формулами.

Ниже излагается расчет коэффициентов жесткости, максимальной температуры диссипативного разогрева и долговечности резинометаллических деталей базовых форм при длительном циклическом нагружении с учетом эффектов физической нелинейности и в зависимости от конструктивных особенностей элементов. Интервал исследуемых частот 0-100 Гц, диапазон изменения амплитуд деформаций: 0÷10 % при сжатии; 0÷20 % при сдвиге.

Приведен расчет жесткостных и диссипативных параметров элементов при произвольном комбинированном нагружении сдвиг-сжатие.

В основе расчетов лежит введение универсального конструктивно-деформационного параметра β , который позволяет установить параметры жесткости, температуры диссипативного разогрева и долговечности для элементов разной конфигурации, выполненных из наполненных резин, с учетом эффектов физической нелинейности.

В качестве основных концепций при получении приближенных соотношений приняты основные положения нелинейной теории вязкоупругости, разработанные В.Г. Карнауховым и И.К. Сенченковым [27], а также энергетический подход к анализу процессов разрушения элементов разработанный В.И. Дырдой [24]. Используются также основополагающие работы В.Н. Потураева, В.Л. Бидермана, Э.Э. Лавендела, С.И. Дымникова, И.И. Круша, А. Пайна [28-33].

Резинометаллические системы и резиновые детали в значительной степени определяют работоспособность машин, поэтому необходима достоверная информация об их жесткостных и диссипативных характеристиках в широком диапазоне изменения параметров гармонического нагружения.

Несмотря на разнообразие конструктивных форм резинометаллических деталей, силовые элементы базируются на двух основных формах: прямоугольной призматической и цилиндрической. Основные виды нагружения: сдвиг, сжатие, комбинированный сдвиг со сжатием при длительном циклическом нагружении. Диапазоны гармонического нагружения: частоты (0÷100) Гц; амплитуды (0÷20) мм. Предварительное статическое нагружение от 3 до 15 % [24, 26]. Используются наполненные резины на основе синтетических каучуков, содержащие от 5 до 50-60 массовых частей технического углерода. Такие резины демонстрируют при гармоническом нагружении эффекты физической нелинейности в области ма-

лых деформаций, проявляющиеся в зависимости динамических характеристик материала от амплитуд напряжений и деформаций [27].

Экспериментальные исследования. Исследования эффектов на торцах проводилось на сплошных резиновых и резинометаллических деталях цилиндрической формы, диаметром 100 мм и высотой 100 мм, изготовленных из серийной средненаполненной резины марка 2959 (на НК, 45 масс.ч. технического углерода). Детали подвергались монофазному сжатию на механическом стенде со скоростью нагружения 0,002 м/с; часть экспериментов проводилась на установке типа «Instron» модели 1126. При исследованиях фиксировались механические характеристики резины (в основном условно-равновесное усилие P_{∞} и деформация ε) и геометрическая форма свободной поверхности образцов. Исследованию подлежали резиновые и резинометаллические цилиндрические элементы при следующих вариантах присоединения резины и металлической арматуры:

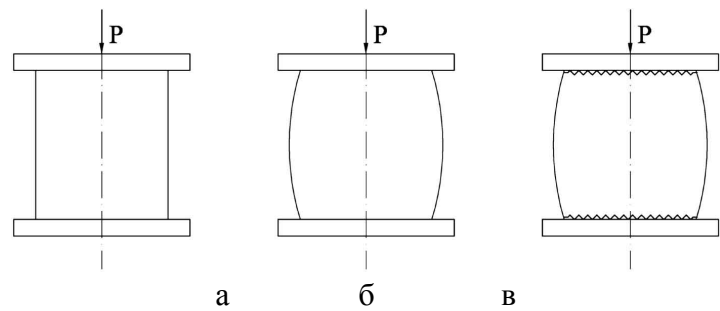


Рис. 11 – Форма свободной поверхности сплошного цилиндра при различных вариантах квазистатического сжатия силой P

• вариант *а* (рис. 11, а); металлическая арматура (высокий класс чистоты поверхности, хонингование с ручной доводкой) была смазана силиконовой смазкой или разделительной смазкой фирмы Münch; в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность оставалась цилиндрической;

• вариант *б* (рис. 11, б); металлическая арматура присоединялась к резиновому массиву в процессе вулканизации (или приклеивалась клеем «Хемосил»); в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность принимала бочкообразную форму;

• вариант *в* (рис. 11, в); между металлической арматурой и резиновым элементом размещалась наждачная бумага; в этом случае при сжатии образца его боковая поверхность также принимала бочкообразную форму.

Объяснение этому эффекту дано выше.

Общие теоретические предпосылки. Резинометаллические детали машин представляют собой достаточно массивные элементы, выполненные из наполненных резин, в связи с чем, их жесткостные и диссипативные параметры определяются в результате решения связанной задачи нелинейной термовязкоупругости.

Методика расчета жесткостных и диссипативных параметров элементов строится в результате осуществления следующих этапов исследований:

- решение связанной задачи нелинейной термовязкоупругости применительно к заданным конфигурациям элементов с целью определения их характеристик в определенном диапазоне изменения геометрических размеров, частот и амплитуд нагружения;
- выбор наиболее удобных для исследований механических характеристик, через которые достаточно просто могут быть выражены жесткостные и диссипативные параметры элементов;
- анализ и выявление закономерностей термомеханического поведения выбранных характеристик в зависимости от геометрических параметров элементов и условий нагружения;
- построение приближенных соотношений для расчета жесткостных и диссипативных характеристик элементов путем использования установленных закономерностей; оценка их точности;
- построение расчетных формул для определения максимальной температуры диссипативного разогрева и оценки локальной долговечности элементов на базе полученных приближенных соотношений;
- обобщение полученных результатов на системы элементов и элементы произвольной конфигурации.

Ниже последовательно излагаются основные положения и предпосылки, необходимые для реализации указанных этапов исследований.

При теоретических исследованиях резиновые детали рассматриваются как изотропные нелинейно-вязкоупругие тела в форме призмы прямоугольного сечения $|x| \leq \ell$, $|y| \leq h$ и цилиндра $R_0 \leq r \leq R$, $|z| \leq h$ подверженные кинематическому возбуждению по торцам $y, z = \pm h$. Боковые поверхности свободны от нагрузки. На поверхности элементов осуществляется теплообмен по закону Ньютона.

Для указанных условий нагружения в элементах реализуется простое (монофазное) деформированное состояние [27] и расчетная схема имеет тот же вид, что и в линейной вязкоупругости

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 0, \quad c\dot{\theta} = k(\theta_{,i})_{,i} + \bar{D}', \quad (44)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\tilde{G} \left(\tilde{\varepsilon}_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \tilde{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} \right), \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{ij} + \tilde{u}_{ji}), \quad (45)$$

$$\bar{D}' = \frac{\omega}{2} (\sigma_{ij}'' \varepsilon_{ij}' - \sigma_{ij}' \varepsilon_{ij}''), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (46)$$

где $(\tilde{\tau}) = (\cdot)' + i(\cdot)''$ – комплексная амплитуда;

c и k – коэффициенты объемной теплоемкости и теплопроводности;

\tilde{G} и ν – модуль сдвига и коэффициент Пуассона;

$\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{u}_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и перемещений;

ω – частота нагружения.

Нагружение характеризуется следующими граничными условиями:

для призматических элементов сжатия

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = u_{0y}, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = \pm h: \\ \tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (47)$$

для призматических элементов сдвига

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = u_{0x}, \quad y = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_x = 0, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (48)$$

для цилиндрических элементов сдвига

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z = \pm u_{0z}, \quad \tilde{u}_r = 0, \quad z = \pm h, \\ \tilde{\sigma}_r = 0, \quad \tilde{\sigma}_{rz} = 0, \quad r \in [R_0, R]; \end{aligned} \quad (49)$$

для цилиндрических элементов при сдвиге вдоль оси

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{rr} = u_{0x} \cos \theta, \quad \tilde{u}_{\theta\theta} = -u_{0x} \sin \theta, \quad u_{zz} = 0 \quad z = h \\ u_{rr} = \tilde{u}_{\theta\theta} = \tilde{u}_{zz} = 0, \quad z = -h \\ \tilde{\sigma}_{rz} = \tilde{\sigma}_{rr} = \tilde{\sigma}_{r\theta} = 0, \quad r \in [R_0, R] \end{aligned} \quad (50)$$

Комбинированное нагружение сжатие-сдвиг призматических элементов в общем случае описывается граничными условиями:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_y = u_{0y} \cos \varphi, \quad \tilde{u}_x = u_{0x} \sin \varphi, \quad y = 2h, \\ \tilde{u}_y = 0, \quad \tilde{u}_x = 0, \quad y = 0, \\ \tilde{\sigma}_{xx} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{yy} = 0, \quad x = \pm \ell, \\ u_{0i} = u'_{0i} \cos \omega t - u''_{0i} \sin \omega t = |u_{0i}| \cos(\omega t + \varphi_{0i}), \end{aligned} \quad (51)$$

где φ_{0i} – фазы колебаний, $i = x, y$.

Аналогичные граничные условия имеют место для цилиндрических элементов.

Тепловые граничные условия имеют вид:

для призматических элементов

$$\begin{aligned} \theta_{,x} \pm \alpha_1 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad y = \pm h, \\ \theta_{,y} \pm \alpha_2 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad x = \pm \ell; \end{aligned} \quad (52)$$

для цилиндрических элементов

$$\begin{aligned} \theta_{,z} \pm \alpha_1 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad z = \pm h, \\ \theta_{,r} \pm \alpha_2 k^{-1} (\theta - \theta_c) = 0, \quad r \in [R_0, R]. \end{aligned} \quad (53)$$

Здесь α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи. Начальное распределение температуры дается равенством

$$\theta(x_i, 0) = \theta_0(x_i). \quad (54)$$

В принятых соотношениях $\theta_0(\vec{x}, t), \tilde{u}_{0i}(\vec{x}, t)$ – медленно изменяющиеся функции времени и амплитуд.

Зависимость комплексного модуля сдвига от температуры, частоты и амплитуды деформации на основании экспериментальных данных [27, 32, 37, 38] имеет вид

$$\tilde{G} = \tilde{G}(\omega, \theta, e) = G_L^{i''}(\omega, \theta) F^{i''}(e), \quad (55)$$

где $G_L^{i''}(\omega, \theta)$ – модули сдвига линейной теории вязкоупругости, отвечающие очень малым деформациям $\varepsilon = 0,5\%$ [2, 3, 13];

e – интенсивность амплитуды девиатора деформации;

$$e = (e'_{ij} \cdot e'_{ij} + e''_{ij} \cdot e''_{ij})^{1/2}, \quad \tilde{e}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}, \quad |\tilde{\varepsilon}| = (\varepsilon_{ij}'^2 + \varepsilon_{ij}''^2)^{1/2}, \quad \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_{kk};$$

$F^{i''}$ – функции, удовлетворяющие условиям $F'(0) = F''(0) = 1$.

Объемное поведение материала моделируется гипотезой $\tilde{\nu} = \nu' = \text{const} = 0,495$, что характерно для элементов из слабосжимаемых эластомеров с достаточно развитой свободной поверхностью.

Решение связанной задачи (44)-(55) позволяет после конкретизации входящих в нее величин рассчитать поля напряжений и температур, а также комплексный параметр $\tilde{\beta}_n = \beta' + i\beta''$ согласно формулам:

для призматических элементов

$$\tilde{\beta}_n = \frac{\tilde{E}_k}{E_0} = \ell^{-1} \int_0^\ell \frac{\sigma_{yy}(x, h) dx}{E_0 \varepsilon_0}, \quad \tilde{\beta}_\tau = \frac{\tilde{G}_k}{G_0} = \ell^{-1} \int_0^\ell \frac{\tilde{\sigma}_{xy}(x, h) dx}{G_0 \gamma_0}, \quad (56)$$

для цилиндрических элементов

$$\tilde{\beta}_n = 2(R^2 - R_0^2)^{-1} \int_{R_0}^R \frac{r \tilde{\sigma}_{zz}(r, h) dr}{E_0 \varepsilon_0}, \quad \tilde{\beta}_\tau = \frac{1}{S} \int_S \frac{t_x dS}{G_0 \gamma_0}, \quad t_x = \sigma_{zr} \cos \theta' - \sigma_{z\theta} \sin \theta', \quad (57)$$

где индексы n, τ отвечают соответственно сжимающим и сдвигающим усилиям;

S – площадь приложения нагрузки;

G_0, E_0 – некоторые отсчетные модули:

$$G_0 = \tilde{G}_L(\omega, \theta_0), \quad E_0 = \tilde{E}_L(\omega_0, \theta_0), \quad \varepsilon_0 = u_0(y, z) / h, \quad \gamma_0 = u_{0x} / h.$$

Параметры типа $\tilde{\beta}$ являются самыми удобными для исследований. Они безразмерны, при фиксированном значении коэффициента Пуассона ν зависят только от геометрии элемента и являются его универсальной характеристикой. Ранее для них часто использовалось название фактор формы или коэффициент ужесточения. Коэффициенты $\tilde{\beta}$ дают исчерпывающую информацию о механическом поведении элементов, поскольку в полной мере характеризуют кажущиеся модули накопления и потерь

$$\tilde{E}_k = \tilde{\beta}_n E_0, \quad \tilde{G}_k = \tilde{\beta}_\tau G_0 \quad \text{или} \quad E_k^{i''} = \beta_n^{i''} E_0, \quad G_k^{i''} = \beta_\tau^{i''} G_0, \quad (58)$$

определяют коэффициенты жесткости элементов в зависимости от амплитуды нагружения через амплитудно-зависимые модули \tilde{E}_k, \tilde{G}_k

$$\tilde{C}_n = \tilde{E}_k \cdot S / H, \quad \tilde{C}_\tau = \tilde{G}_k \cdot S / H. \quad (59)$$

Коэффициенты $\tilde{\beta}$, включая в себя также информацию о конструктивном выполнении элементов, являются, таким образом, конструктивно-деформационным параметром, характеризующим деформационные свойства элементов.

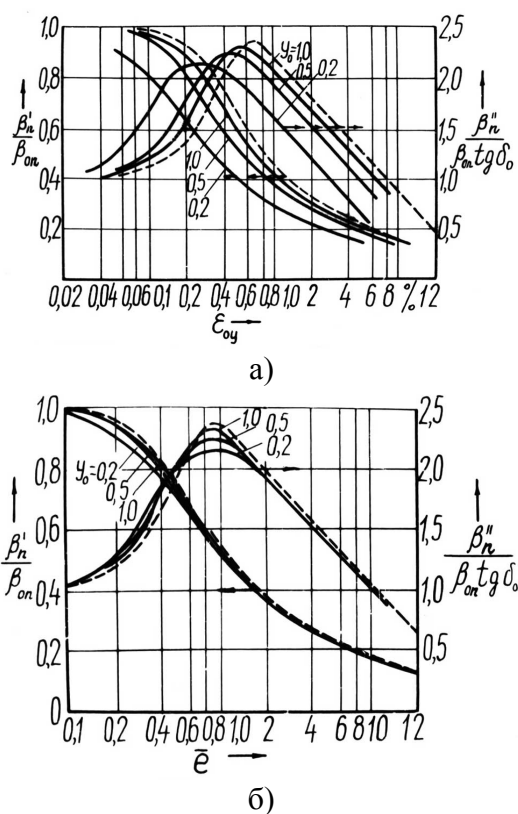
В работе [38] проведено обоснование универсальных параметров типа β как объектов исследования, однозначно определяющих все характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом деформировании.

Расчет $\tilde{\beta}$ производится по формулам (56-57) путем решения задачи (44-54) методом типа переменных параметров упругости в сочетании с МКЭ при конкретизации (52), (53), (55) свойствами модельной резины [27, 33], обладающей существенной нелинейностью в области малых деформаций ($0 \leq \gamma \leq 0,15$). Значения геометрических размеров варьируются в пределах $0,2 \leq y = h/l \leq 1$; $0,2 \leq z_0 = h/R \leq 1$. Данные экспериментальных исследований (55) обобщаются на случай многоосной деформации с помощью соотношения $e = \gamma / \sqrt{2}$ [27, 39]

$$F''(e) = G''(\sqrt{2}e) / G_L''.$$

Основные результаты расчета параметров $\tilde{\beta}$ отражены на примере плоских призматических элементов сжатия и приведены на рис. 12 [38]. Значения β_n'' , определенные по формуле (56), отнесены к значениям параметра β_{0n} , полученного в рамках соответствующей линейной задачи: $F''(0) = 1$, $\text{tg } \delta_0 = G''/G_0'$, $\tilde{G} = G_0$.

При этом кривые, отвечающие разным соотношениям размеров y_0 , смещены относительно друг друга и экспериментальных данных (штриховые линии), отвечающих однородному НДС в соответствии с нелинейными зависимостями Пейна. Типичный для практики эксплуатации элементов в вибрационных машинах случай $y_0 \leq 1$ характеризуется трансформацией кривых относительно базовых (рис. 11, а) путем горизонтального сдвига в сторону низких деформаций и некоторого вертикально-



а) в зависимости от амплитуды деформации ϵ_{0y} и соотношения размеров y_0 ; б) те же кривые, приведенные к среднеобъемной интенсивности деформаций \bar{e}

Рис. 12 – Механические характеристики плоских элементов сжатия

го смещения, что объясняется отличием НДС от однородного. В работе [38] установлена возможность такого совмещения кривых β'_n/β_{0n} и $\beta''_n/(\beta_{0n} \operatorname{tg} \delta_0)$ и для различных y путем модификации масштаба оси деформации введением параметра среднеобъемной интенсивности амплитуд деформаций $\bar{\epsilon}$. Данные, приведенные на рис. 11, б, показывающие результат такого приведения, отражают тем самым сущность принципа конструктивно-деформационной аналогии. Указанные закономерности справедливы для силовых элементов базовых форм при сжатии, сдвиге, комбинированном нагружении и для резин с другим характером физической нелинейности [38].

Анализ полученных расчетных данных позволяет записать приближенные выражения для компонент параметра $\tilde{\beta}$ в виде

$$\beta''_n = 2(1 + \nu)\beta_{0n}G''_L(\omega, \theta_0)F''(\bar{\epsilon})/G_0, \quad (60)$$

$$\beta''_\tau = \beta_{0\tau}G''_L(\omega, \theta_0)F''(\bar{\epsilon})/G_0, \quad (61)$$

где параметры β_{0n} , $\beta_{0\tau}$ соответствуют элементам из линейно-упругих материалов;

$\bar{\epsilon}$ – среднеобъемное значение интенсивности деформации в элементах;

F'' – значения функций, вычисленные при аргументе $\bar{\epsilon}$, зависящем от вида напряженного состояния, соотношения геометрических размеров и отвечающие условиям $F''(0)=1$.

Таким образом, относительно параметров типа $\tilde{\beta}$ установлен принцип конструктивно-деформационной аналогии, позволяющий описывать жесткостные параметры (58-61) с учетом амплитудных зависимостей механических свойств резины и геометрических размеров элементов путем использования единого параметра $\bar{\epsilon}$.

Погрешность формулы (60) по сравнению с данными, получаемыми МКЭ, не более 2 % для $y_0 \leq 0,8$, для y_0 и $z_0 \geq 0,2$ [27] серии кривых совмещаются с погрешностью не более 10 % в единые линии, определяемые амплитудной зависимостью модулей G' и G'' и линейным параметром β_{0n} .

С использованием полученных приближенных соотношений может быть вычислена диссипативная функция \bar{D}' согласно (46), использующая в качестве амплитудного аргумента среднеобъемную интенсивность $\bar{\epsilon}$. Диссипативная функция является основой для расчета максимальной температуры диссипативного разогрева, а также для оценки долговечности элементов, так как в качестве критерия разрушения используется энергетический критерий диссипативного типа [40].

При построении соответствующих приближенных формул, кроме сделанных выше, принимаются следующие допущения, отражающие специфику эксплуатации элементов в машинах: вся энергия, диссипируемая в

материале, расходуется на два процесса: теплообразование и изменение структуры материала, ведущие к разрушению; свойства материала не зависят от температуры, влияние тепловых напряжений на температуру саморазогрева незначительно; температурное поле стационарно, изменение температуры в течение цикла незначительно.

При расчете максимального значения температуры диссипативного разогрева принимается также, что температура на торцах элементов поддерживается постоянной и равной температуре окружающей среды, боковая поверхность элементов теплоизолирована. Последнее допущение справедливо для элементов, торцы которых находятся в контакте с металлом: при моделировании теплообмена между резиной и окружающей средой законом Ньютона коэффициент теплообмена на торцах (резина – металл) почти на два порядка больше, чем на боковой поверхности (резина – воздух).

При сделанных предположениях тепловая задача отделяется из общей схемы расчета и приобретает вид

$$k\theta_{\max,zz} = -D \cdot \eta_T, \quad \theta|_{r=\pm h} = \theta_c, \quad \alpha_1 = \infty, \quad \alpha_2 = 0, \quad (62)$$

где D – усредненная по объему диссипативная функция $D = \int_V \bar{D} dV$;

η_T – коэффициент тепловых потерь [41].

Для процессов усталостного разрушения, характеризующихся установившимся полем температур, значение η_T – принимается постоянным, и критерий разрушения диссипативного типа [2, 38] переписывается в виде [40]

$$\int_0^{t^*} \frac{D(\omega, \bar{e}, t)(1 - \eta_T) dt}{\Delta U_p^*(\theta)} = 1; \quad (63)$$

$$t^* = \Delta U_g^* / D, \quad (64)$$

где t^* – время разрушения, отвечающее зарождению усталостных трещин;

ΔU_p^* – критическое значение энергии разрушения

$$\Delta U_g^* = \Delta U_p^* / (1 - \eta_T).$$

Выражения (62), (63) легко разрешаются относительно θ_{\max} и t^* соответственно граничным условиям, условиям нагружения и конструктивным особенностям элементов.

Расчет жесткостных параметров элементов. Последовательность вычислений следующая:

а) определяются линейные параметры $\beta_{0\tau}$ и β_{τ} в зависимости от геометрии элементов по приведенным ниже аппроксимационным формулам или таблицам.

Для призматических элементов [27]

$$\beta_{0\tau} = 1 - 0,234h / \ell ; \quad (65)$$

$$\beta_{0n} = \frac{\pi \left[36 + \pi^2 \left(\alpha^2 + \beta^2 + \frac{\pi}{48} \alpha^2 \cdot \beta^2 \right) \right]}{6 \left[48 + \pi^2 (\alpha^2 + \beta^2) \right]}, \quad (66)$$

где ℓ – длина стороны, вдоль которой осуществляется сдвиг;

b – ширина элемента;

$\alpha = 1/h, \beta = b/h$.

Формула (65) при $h < \ell$ с точностью не ниже 3 % может быть использована для вычисления жесткости при сдвиге в случае трехмерной и плоской задачи, так как при сдвиге резиновый массив в виде параллелепипеда деформируется практически плоско [27, 40]. Погрешность формулы (66) при $h \leq \ell \leq 20h$ не превышает 1 % [27, 42].

В случае плоской задачи о сжатии БРМ в области малых деформаций могут быть использованы точные решения соответствующих граничных задач. Значение коэффициентов ужесточения $\beta_{0\tau}, \beta_{0n}$, полученные в соответствии с [27] приведены в табл. 4.

Таблица 4 – Коэффициенты ужесточения β_{0n} и $\beta_{0\tau}$ призматических резиновых элементов (плоская задача)

Коэффициенты ужесточения	Соотношение размеров $y_0 = h/\ell$,										
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	5,0
$\beta_{0\tau}$	33,8	9,37	4,91	3,37	2,67	2,29	2,07	1,92	1,82	1,75	1,40
β_{0n}	0,98	0,95	0,93	0,91	0,88	0,86	0,84	0,81	0,79	0,76	–

Для сплошных цилиндрических элементов [43]

$$\beta_{0\tau} = 1 - h/(2D); \quad (67)$$

$$\beta_{0n} = 1,05 + \frac{1}{16} \cdot \frac{D^2}{h^2}, \quad D \geq 2h, \quad (68)$$

где $2h$ – высота элемента;

D – диаметр элемента.

Для коэффициента β_{0n} в [35] приведен ряд соотношений, полученных различными авторами

$$\beta_{0n} = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{\sqrt{6}} \cdot \text{th}(\sqrt{6}/\rho)}; \quad (69)$$

$$\beta_{0n} = 1 + 0,413\rho^2; \quad (70)$$

$$\beta_{0n} = 0,92 + 0,5\rho^2; \quad (71)$$

$$\beta_{0n} = 1 + \pi^2 \rho^2 / 24, \quad \rho = R/(2h). \quad (72)$$

Погрешность приведенных формул можно оценить сравнением с результатами расчета точными методами [27] (табл. 5), которые имеют [43] достаточно близкую аппроксимацию (68). Сравнительный анализ результатов, приведенных в табл. 5, показывает, что наименьшую погрешность на всем интервале изменения $z_0 = h/R$ имеет формула (68).

Таблица 5 – Коэффициент ужесточения β_{0n} сплошных цилиндрических элементов при сжатии

Номер формулы	$z_0 = h/R$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Точный метод	13,10	4,03	2,37	1,81	1,54	1,40	1,32	1,26	1,23	1,20
(69)	13,70	4,32	2,58	1,96	1,66	1,51	1,41	1,34	1,29	1,26
(70)	11,32	3,58	2,15	1,65	1,41	1,29	1,21	1,16	1,13	1,10
(71)	13,42	4,04	2,31	1,70	1,42	1,27	1,17	1,20	1,07	1,04
(72)	11,28	3,57	2,14	1,64	1,41	1,20	1,21	1,16	1,13	1,10
(68)	13,55	4,18	2,44	1,83	1,55	1,40	1,31	1,25	1,20	1,18

Для полых цилиндрических элементов [38]

$$\beta_{0\tau} = \left[1 + (0,336 + 1,15\varepsilon_0^{1,72}) \cdot z_0^{1,16} \right]^{-1}, \quad (73)$$

$$\varepsilon_0 = R_0/R, \quad z_0 = h/R,$$

$$1 \leq z_0^{-1} \leq 10, \quad 0 \leq \varepsilon_0 \leq 0,5,$$

где $2h$ – высота элемента;

R_0, R – внутренний и внешний радиусы элемента.

Коэффициенты ужесточения $\beta_{0\tau}$ при сдвиге полого цилиндра, рассчитанные точными методами [27. 38], приведены в табл. 6.

Таблица 6 – Коэффициенты ужесточения $\beta_{0\tau}$ для полых цилиндрических элементов

ε_0	$1/z_0$					
	1	2	3	4	5	6
0	0,723	0,875	0,920	0,952	0,966	0,975
0,1	0,715	0,867	0,915	0,949	0,964	0,973
0,3	0,670	0,828	0,890	0,935	0,955	0,967
0,5	0,610	0,760	0,841	0,910	0,939	0,955
0,7	0,552	0,651	0,736	0,845	0,898	0,927

В интервале $1 \leq z_0 \leq 10$ и $0 \leq \varepsilon_0 \leq 0,5$ погрешность (73) не превышает 4 %, а для $\varepsilon_0 = 0,7$ – не более 8 %. Уменьшение значения $\beta_{0\tau}$ для сравнительно высоких элементов объясняется изгибом, проявляющимся с увеличением относительной высоты h/R_0 [38].

Коэффициенты ужесточения β_{0n} при сжатии полых цилиндрических элементов, рассчитанные по формулам (57) с использованием точных методов [27], приведены в табл. 7 и табл. 8.

При произвольном комбинированном нагружении используются приведенные выше соотношения (65)-(68), (73).

Таблица 7 – Коэффициент ужесточения β_{0n} для полых цилиндрических резиновых деталей

ε_0	z_0^{-1}									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	9,219	3,488	2,239	1,757	1,523	1,392	1,311	1,258	1,220	1,192
0,2	7,020	2,912	2,038	1,675	1,484	1,370	1,297	1,247	1,211	1,184
0,3	5,526	2,495	1,865	1,594	1,442	1,345	1,279	1,233	1,200	1,175
0,4	4,361	2,180	1,727	1,524	1,401	1,319	1,261	1,219	1,187	1,164
0,5	3,427	1,934	1,615	1,463	1,363	1,292	1,240	1,202	1,174	1,152
0,6	2,691	1,743	1,526	1,409	1,326	1,264	1,218	1,183	1,158	1,138
0,7	2,135	1,596	1,450	1,358	1,288	1,233	1,191	1,160	1,138	1,121
0,8	1,747	1,482	1,381	1,304	1,239	1,190	1,155	1,131	1,113	1,100
0,9	1,492	1,374	1,291	1,215	1,160	1,126	1,104	1,090	1,080	1,073

Таблица 8 – Коэффициенты ужесточения β_{0n} для полых цилиндрических резиновых деталей

ε_0	z_0^{-1}									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,01	1,20	1,54	2,12	22,94	4,01	5,32	6,86	8,65	10,70	12,90
0,05	1,20	1,54	2,10	2,86	3,83	4,96	6,26	7,72	9,32	11,10
0,10	1,19	1,52	2,03	2,70	3,49	4,40	5,42	6,56	7,83	9,22
0,15	1,19	1,50	1,96	2,52	3,18	3,92	4,77	5,73	6,79	7,98
0,20	1,18	1,48	1,89	2,36	2,91	3,54	4,26	5,08	6,00	7,02
0,25	1,18	1,46	1,82	2,22	2,69	3,22	3,84	4,54	5,34	6,22
0,30	1,18	1,44	1,75	2,10	2,50	2,95	3,48	4,08	4,76	5,53
0,35	1,17	1,42	1,70	1,99	2,33	2,72	3,16	3,68	4,26	4,91
0,40	1,16	1,40	1,64	1,90	2,18	2,51	2,89	3,32	3,81	4,36
0,45	1,16	1,38	1,60	1,81	2,05	2,32	2,64	3,00	3,41	3,87
0,50	1,15	1,36	1,56	1,74	1,93	2,16	2,42	2,72	3,05	3,43
0,55	1,15	1,34	1,52	1,67	1,83	2,01	2,22	2,46	2,73	3,04
0,60	1,14	1,33	1,48	1,61	1,74	1,89	2,05	2,24	2,45	2,69
0,65	1,13	1,31	1,45	1,56	1,66	1,78	1,91	2,05	2,21	2,39
0,70	1,12	1,29	1,42	1,51	1,60	1,68	1,78	1,88	2,00	2,14
0,75	1,11	1,27	1,39	1,47	1,54	1,60	1,67	1,75	1,83	1,92
0,80	1,10	1,24	1,35	1,43	1,48	1,53	1,58	1,63	1,89	1,75
0,85	1,09	1,21	1,31	1,38	1,43	1,47	1,50	1,54	1,57	1,61
0,90	1,07	1,16	1,26	1,32	1,37	1,41	1,40	1,44	1,47	1,49
0,95	1,05	1,09	1,15	1,20	1,27	1,31	1,23	1,27	1,30	1,33

б) определяется среднеобъемная интенсивность $\bar{\varepsilon}$ в элементах в зависимости от вида нагружения и геометрии элементов по формулам:

при произвольном комбинированном нагружении

$$\bar{\varepsilon} = \left[\varepsilon_{0x}^2 \beta_{0r} + 2(1 + \nu) \beta_{0n} \varepsilon_{0y}^2 \right]^{1/2}; \quad (74)$$

при комбинированном нагружении с одной фазой возбуждения (угол приложения нагрузки равен φ)

$$\bar{\varepsilon} = \frac{u_0}{H} \left(\beta_{0n} \cos^2 \varphi + \frac{\beta_{0r}}{2(1 + \nu)} \sin^2 \varphi \right), \quad (75)$$

где u_0 – смещение элемента в направлении действия силы;
 $H = 2h$;

при сжатии и сдвиге соответственно

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{0y} \sqrt{(1+\nu)\beta_{0n}}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{0x} \sqrt{\beta_{0\tau}/2} \quad (76)$$

в) вычисляются экспериментальные зависимости $G''(\gamma)$ при $\gamma = \bar{\varepsilon}\sqrt{2}$ и с их использованием жесткостные параметры типа β в виде:
 для призматических и цилиндрических элементов при комбинированном нагружении сдвиг-сжатие

$$\beta_n'' = 2(1+\nu)\beta_{0n}G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon})/G_0, \quad \beta_\tau'' = \beta_{0\tau}G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon})/G_0, \quad (77)$$

$$E_k'' = \beta_n''E_0, \quad G_k'' = \beta_\tau''G_0, \quad G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}) = G_L''(\omega, \theta_0)F''(\bar{\varepsilon}), \quad (78)$$

где значения $\bar{\varepsilon}$ определены выше;

G_L'' – сдвиговые модули линейной теории.

Коэффициенты жесткости \tilde{C}_n и \tilde{C}_τ рассчитываются согласно (59). Все остальные частные случаи гармонического нагружения описываются зависимостями типа (77), (78), при этом при комбинированном нагружении с фиксированной фазой возбуждения согласно [44]

$$\beta'' = \beta_0 G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}), \quad E_k'' = 2(1+\nu)\beta_0 G''(\omega, \theta_0, \bar{\varepsilon}), \quad (79)$$

$$\beta_0 = \beta_{0n} \cos^2 \varphi + \frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)} \sin^2 \varphi, \quad \bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_0 [(1+\nu)\beta_0]^{1/2}, \quad (80)$$

где $\bar{\varepsilon}_0 = u_0 / H$ – амплитуда перемещения;

φ – угол между направлением действующей силы и нормалью к поверхности торца.

Пересчет от параметров $\tilde{\beta}_\tau$, полученных при сдвиге, к параметрам $\tilde{\beta}_n$, характеризующим сжатие, и наоборот, что позволяет значительно сократить объем экспериментальных исследований, может быть выполнен при одинаковых значениях средней интенсивности деформации в элементах

$$\varepsilon_{\begin{smallmatrix} 0y \\ 0x \end{smallmatrix}} \left[(1+\nu)\beta_{0n} \right]^{1/2} = \varepsilon_{0x} (\beta_{0\tau}/2)^{1/2}$$

по формуле [38]

$$\beta_n'' / \beta_{0n} = \beta_\tau'' / \beta_{0\tau}.$$

Таким образом, если известен коэффициент β_τ' при сдвиге ε_{0x} , то можно рассчитать величину β_n' при деформации сжатия ε_{0y}

$$\varepsilon_{0y} = \varepsilon_{0x} \left(\frac{\beta_{0\tau}}{2(1+\nu)\beta_{0n}} \right)^{1/2}$$

в соответствии с формулой

$$\beta_n' = \beta_\tau' \beta_{0n} / \beta_{0\tau}.$$

Для элементов цилиндрической формы все расчетные формулы аналогичны приведенным выше (77-80), но используют данные $\tilde{\beta}_n$ и $\tilde{\beta}_\tau$, отвечающие упругим цилиндрам.

Область применения приближенных соотношений (63-70), (73-80): $y_0, z_0 \geq 0,2$ с погрешностью менее 10 % при сжатии и $y_0, z_0 \leq 0,8$ с погрешностью менее 2 % при сдвиге.

Расчет диссипативных параметров резиновых элементов. Усредненная по объему диссипативная функция D , максимальная температура диссипативного разогрева θ_{\max} и время разрушения элементов t^* определяются соответственно из формул

$$D = \frac{1}{V} \int_V \bar{D} dV = \omega \cdot G'_L(\omega, \theta_0, t) \cdot F''(\bar{e}) \cdot \bar{e}^2; \quad (81)$$

$$\theta_{\max} = \theta_c + D(H^2 - z^2)/(2k); \quad (82)$$

$$t^* = \Delta U_g^* / D = \Delta U_g^* / (\omega G'_L(\omega, \theta_0, t) \cdot F''(\bar{e}) \cdot \bar{e}^2), \quad (83)$$

где z – изменяющееся по высоте значение координаты.

При сделанных выше допущениях процессы старения учитываются в (81-83) достаточно просто: вместо постоянных свойств материала подставляются их экспериментальные функции $G' \cdot ''(t)$.

Формулы (81-83) справедливы для элементов сжатия $y_0, z_0 \geq 0,5$ с погрешностью не более 10-12 % и для элементов сдвига $y_0 \leq 0,8$ с погрешностью не более 5 %.

Следует также отметить, что время разрушения t^* , вычисляемое из (83), нельзя полностью отождествлять со сроком службы элементов, так как последнее связывается со временем, в течение которого элемент выполняет свои функции. Тем не менее, время t^* свидетельствует о нарушении целостности детали, что приводит к изменению жесткостных параметров, появлению концентраторов напряжений, росту температуры и существенному ускорению процесса разрушения [38]. Значение t^* может быть использовано при назначении гарантийного ресурса элементов.

Обобщение результатов. Приведенные приближенные соотношения (74)-(78) построены для элементов базовых форм: призматической и цилиндрической, при указанных выше геометрических параметрах. Из общего характера соотношений следует, что они справедливы, по крайней мере, для элементов произвольных конфигураций с параллельными торцами, возбуждаемых сжимающей, сдвиговой или комбинированной нагрузками. Численные эксперименты подтверждают, что жесткостные параметры виброизоляторов со сложной формой свободной поверхности типа ВР также рассчитываются по приведенным выше формулам, при этом значения β_{0n} могут быть отнесены к произвольному сечению детали S ,

значение $\bar{\epsilon}$ определяются по формулам (74)-(76), где вместо β_{0n} и $\beta_{0\tau}$ используются, β_{0nS}/α_S , $\beta_{0\tau S}/\alpha_S$, где $\alpha_S = V/(HS)$, V – объем элемента.

В табл. 9 приведены значения параметров жесткости для различных деталей типа ВР, использующихся при виброизоляции, например, конусных инерционных дробилок, конвейеров и других машин. Эти значения отнесены к среднему значению $S = \pi(R^2 - R_0^2)$.

Таблица 9 – Значения коэффициентов ужесточения β_{0n} ряда ВР

Тип ВР	Характерные размеры			β_{0n}
	R_0 , м	R , м	H , м	
ВР-201	0,050	0,038	0,080	0,47
ВР-203	0,080	0,056	0,150	0,83
ВР-204	0,100	0,066	0,180	0,91
ВР-205	0,116	0,076	0,200	0,86
ВР-103	0,060	0,036	0,148	0,87

Долговечность элементов также оценивается выражением (84), а значения максимальной температуры диссипативного разогрева для ВР не могут быть рассчитаны по формуле (82), так как эти детали обладают достаточно развитой свободной поверхностью, что не подтверждает гипотезы (62).

Полученные результаты по расчету параметров типа $\tilde{\beta}$ и t^* обобщаются также на составные элементов. В частности, для цилиндрических слоистых резинометаллических элементов при сдвиге параметр жесткости $\tilde{\beta}_{\tau_{экв.}}$ в случае полной идентичности слоев определяется выражением

$$\tilde{\beta}_{\tau_{экв.}} = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_i)} = \frac{\tilde{\beta}_{\tau_i}(\gamma_i)}{n} = \frac{\tilde{\beta}_{0\tau_i}}{n} \tilde{F}(\gamma_i), \quad (84)$$

где n – количество слоев в элементе.

Если набор элементов производится слоями резины разной высоты $\tilde{\beta}_{\tau_{экв.}}$ определяется аналогично (84)

$$\tilde{\beta}_{\tau_{экв.}}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n) = 1 / \sum_{k=1}^n \frac{1}{\tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_k)}, \quad \sum_{k=1}^n \gamma_k = \gamma,$$

но уже в зависимости от деформаций γ_k , отличающихся для каждого слоя и определяемых системой уравнений

$$\begin{cases} \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \dots + \gamma_n h_n = u_{0x}, \\ \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_1) \gamma_1 - \gamma_2 \tilde{\beta}_{\tau} \gamma_2 = 0, \\ \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_2) \gamma_2 - \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_3) \gamma_3 = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_{n-1}) \gamma_{n-1} - \tilde{\beta}_{\tau}(\gamma_n) \gamma_n = 0. \end{cases}$$

Долговечность слоистых элементов при этом отождествляется с долговечностью слоя, обладающего наименьшим значением t^* , рассчитанного согласно (84). Аналогичные формулы имеют место для $\tilde{\beta}_{n_{экр.}}$ при деформациях сжатия ε_i .

Все приведенные выше расчетные соотношения получены в предположении независимости свойств материала от температуры. В случае существования такой зависимости не удастся получить существенного упрощения общей постановки задачи, частичное упрощение достигается за счет замены локальной температуры $\theta(\bar{x}_i)$ ее среднеобъемным значением $\langle \theta \rangle_V$, которое может быть установлено только после решения нелинейной связанной задачи термовязкоупругости.

При необходимости существенного расширения исследуемого диапазона частот используется математический аппарат, разработанный [32] применительно к конструкционным резинам, широко использующимся в машиностроении. Наряду с ядрами Работнова, являющимися теоретической основой в указанных разработках, практически с одинаковой погрешностью могут быть приняты ядра Колтунова, Ржаницына и др. [45].

При этом необходимо учитывать, что существенное изменение свойств $G_L''(\omega, \theta_0)$ для $\omega > 8$ Гц соответствует изменению ω на несколько порядков, т.е. в исследуемом диапазоне изменения частот можно принять

$$G_L''(\omega, \theta_0) = G_L''(\omega_0, \theta_0),$$

где $\omega_0 \in (8 \div 50)$ Гц.

В заключение отметим, что возможность расчета механических характеристик элементов по динамическим свойствам материала позволяет решить и обратную задачу – по экспериментально измеренной жесткости элементов определить амплитудную зависимость компонент модуля сдвига G (при $\dot{\nu} = \text{const}$). При этом в качестве образца для исследования могут быть использованы элементы практически любой формы, свойства конструкции учитываются параметрами β_{0n} и $\beta_{0\tau}$. Из существующих стандартных элементов рекомендуются для испытаний резинометаллические блоки типа БРМ-101, так как для них в силу особенностей их конфигурации (закругленность торцов) $\beta_{0\tau} \sim 1$ допускаются деформации сдвига до 30 %.

Полученные аналитические выражения могут быть использованы для определения рациональных конструктивных и эксплуатационных параметров элементов с заданной долговечностью, а также марки резины на базе температурного критерия разрушения [46]

$$\theta_{\max} \leq \theta_{\text{дон.}} \quad (85)$$

где $\theta_{\text{дон.}} = (60 \div 70)$ °С для резин на основе НК и СКИ каучуков.

В частности, выбрав предварительно тип резины (из опыта, эксплуатации элементов известно, что для основных упругих связей вибрационных машин, работающих при больших деформациях, используется в основном резина типа 51-1562, для виброизоляторов – резина типа 2959), можно определиться со значением ΔU_g^* при заданных t^* . В соответствии с (81)-(83)

$$D \leq \Delta U_g^* / t^*$$

и при этом

$$D \leq 2\theta_{\max} k / H^2, \quad (86)$$

где $\theta_{\max} = 60$ °С в соответствии с (85);

$k = k_0 + 0,22 (C'/100)$ – теплопроводность резины;

k_0 – теплопроводность ненаполненного вулканизата;

$C'/100$ – количество технического углерода в мас. частях.

Определив таким образом D , на основании (86) получаем выражение для максимально допустимой высоты элемента

$$H \leq (2\theta_{\max} k / D)^{1/2}$$

и условий нагружения

$$\omega G_L'' F''(\bar{\epsilon}) \bar{\epsilon}^2 \leq D,$$

при этом нужно учитывать также ограничения, связанные с допускаемыми деформациями элементов [26-28]:

$\epsilon_{0x} \leq 0,25 \div 0,35$; $\epsilon_{0y} \leq 0,1 \div 0,15$ – для слабонаполненных резин;

$\epsilon_{0x} \leq 0,10 \div 0,15$; $\epsilon_{0y} \leq 0,05 \div 0,1$ – для средненаполненных резин.

Остальные геометрические размеры элементов уточняются на основании требований необходимой несущей способности и требуемых жесткостных параметров.

Выводы. Приведенные выше основные результаты расчета параметров $\tilde{\beta}$ отражены на примере силовых элементов базовых форм (призматической и цилиндрической) при сжатии, сдвиге, комбинированном нагружении, достаточно просто обобщаются на другие конфигурации и составные элементы. Результаты обобщены в виде справочных таблиц, даны их аналитические аппроксимации.

Параметры β являются универсальными параметрами, однозначно определяющими все механические характеристики элементов (силовые и диссипативные) при циклическом нагружении с учетом физической нелинейности материала. При этом зависимости механических характеристик от амплитуды деформации и соотношения размеров выражаются посредством единого параметра – среднеобъемной интенсивности амплитуд деформаций $\bar{\epsilon}$. Все выражения для определения механических характеристик представлены в замкнутой аналитической форме и с достаточной точностью.

Это позволяет использовать $\tilde{\beta}$ параметры (и метод их определения $\tilde{\beta}$ -метод) при обосновании рациональных параметров и марки резины силовых элементов с заданными жесткостными свойствами и долговечностью. Такие резиновые детали используются в вибрационных машинах, работающих в различных отраслях промышленности, а также в разнообразных системах вибро- и сейсмозащиты.

Изложенный метод является перспективным и в дальнейшем может быть обобщен на задачи механики разрушения массивных металлорезиновых систем: определение локальной долговечности, определение очагов разрушения и т.д.

3.3 Расчет жесткостных параметров сплошных резиновых и резинометаллических виброизоляторов

Сплошные цилиндрические резиновые и резинометаллические элементы получили широкое распространение в инженерной практике в качестве виброизоляторов, упругих звеньев вибрационных машин, гасителей колебаний, демпферов, звукопоглощающих устройств, компенсационных прокладок (так называемые компенсаторы перекося) и других деталей тяжелых, кинематически сложных машин [18, 24]. Как правило, они используются в тех случаях, когда наблюдаются большие вертикальные нагрузки в сочетании со сдвиговыми усилиями, а амплитуды колебаний не являются чрезмерными и не превышают 1-3 % относительной деформации сжатия. Поэтому в таких горных и горно-обогачительных машинах как грохоты, дробилки различного технологического назначения, смесители, окомкователи и т.д. применение сплошных цилиндрических элементов выгодно отличает их от других типов, например, сферических шарниров, пневматических виброизоляторов и т.д.

При длительных интенсивных динамических нагрузках, которые наблюдаются в грохотах, питателях и других вибромашинах, одним из недостатков таких элементов является отрыв резинового массива от металлической арматуры. В последнее время эта проблема частично решена благодаря использованию уникальных клеев типа «Хемосил».

Ниже рассматривается расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) и жесткостных параметров сплошного резинометаллического цилиндра при монофазном сжатии.

Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС). Рассмотрим осесимметричную задачу для тела вращения (рис. 13) при отсутствии кручения. В рамках линейной теории вязко-упругости при отсутствии массовых сил и в предположении о несжимаемости материала ($\nu = \text{const}$) квазистатические уравнения равновесия имеют вид [24]

$$\nabla \bar{u} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \bar{u} = 0. \quad (87)$$

Из соотношения Коши для деформаций имеем

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}). \quad (88)$$

Уравнения состояния через амплитуды для общего случая можно записать в виде

$$\bar{\sigma}_{ij} = 2\bar{G}\left(\bar{\varepsilon}_{ij} + \frac{\bar{\nu}}{1-2\bar{\nu}}\bar{\eta}\right),$$

где для рассматриваемого случая $\bar{\eta} = \bar{\varepsilon}_{ij}$.

В этом уравнении параметры напряженно-деформированного состояния удобно записать в комплексной форме в виде

$$\begin{aligned} \tilde{G}' &= \tilde{G}'(\omega, T) + i\tilde{G}''(\omega, T), \\ \tilde{\nu}' &= \tilde{\nu}'(\omega, T) + i\tilde{\nu}''(\omega, T). \end{aligned}$$

В приведенных уравнениях приняты следующие обозначения: \bar{u} – вектор перемещений; ν – коэффициент Пуассона; ∇ – оператор Лапласа; G – модуль сдвига; u_{ij} , ε_{ij} , σ_{ij} , – компоненты вектора перемещений, тензоров деформации и напряжений соответственно; ω – частота; T – температура; δ_{ij} – символ Кронекера; $i, j, k = x, y, z$; условие несжимаемости записывается в виде $\varepsilon_{ij} = u_{ij}$.

Для цилиндрической системы координат (r, z, θ) в комплексной форме уравнения равновесия, определяющие уравнения и соотношения Коши удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{r\theta} + \frac{1}{r}(\tilde{\sigma}_r - \tilde{\sigma}_\theta) + \tilde{\sigma}_{rz,z} + y\tilde{b}_r &= 0; \\ \tilde{\sigma}_{rz} + \frac{1}{r}\tilde{\sigma}_r + \tilde{\sigma}_z + y\tilde{b}_z &= 0; \\ \tilde{\varepsilon}_r = \tilde{u}_{r,r}; \quad \tilde{\varepsilon}_\theta = \tilde{u}_r/r; \quad \tilde{\varepsilon}_z = \tilde{u}_{z,z}; \\ \tilde{\varepsilon}_{rz} = \frac{1}{2}(\tilde{u}_{r,z} + \tilde{u}_{z,r}); \\ \tilde{u}_{(r,z,\theta)} = \tilde{u}_{(r,z,\theta)}(r, z); \quad \tilde{b}_{(r,z)} = \tilde{b}_{(r,z)}(r, z), \end{aligned} \quad (89)$$

где \tilde{b} – заданная функция.

При этом компоненты напряжений запишутся в виде

$$\tilde{\sigma}_r = 2\tilde{G}\left(\tilde{\varepsilon}_r + \frac{\nu}{1-2\nu}\tilde{\eta}\right);$$

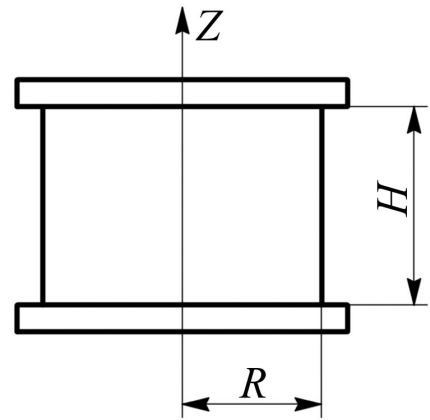


Рис. 13 – Расчетная схема сплошного резино-металлического цилиндра

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_z &= 2\tilde{G}\left(\tilde{\varepsilon}_z + \frac{\nu}{1-2\nu}\tilde{\eta}\right); \\ \tilde{\sigma}_\theta &= 2\tilde{G}\left(\tilde{\varepsilon}_\theta + \frac{\nu}{1-2\nu}\tilde{\eta}\right); \\ \tilde{\sigma}_{rz} &= 2\tilde{G}\tilde{\varepsilon}_{rz}; \quad \tilde{\eta} = \tilde{\varepsilon}_r + \tilde{\varepsilon}_z + \tilde{\varepsilon}_\theta.\end{aligned}$$

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние сплошного цилиндра с заземленными торцами. Используем уравнения равновесия (89) при $r \leq R$, $|z| \leq H$, $\tilde{b}_r = \tilde{b}_z = 0$ и следующие граничные условия

$$\tilde{u}_x = \pm a_0, \quad \tilde{u}_y = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm x_0; \quad (90)$$

$$\sigma_y = 0, \quad \sigma_{xy} = 0 \quad \text{при} \quad y = 1. \quad (91)$$

Здесь $y = r/R$; $x = z/R$; $x_0 = H/R$; циклическое деформирование осуществляется по закону $a(t) = a_0 \sin \omega t$.

Общее решение однородных уравнений равновесия в перемещениях при $\nu = \text{const}$, обладающее достаточным функциональным произволом для удовлетворения граничных условий (90) и (91), получено в работе [27] в виде

$$\begin{aligned}\tilde{u}_y &= 2(1-2\nu)\alpha_0 y + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \alpha_n \left[4(1-\nu)I_1(k_n y) - k_n y I_0(k_n y) \right] - \beta_n k_n I_1(k_n y) \right\} \cos k_n x + \\ &+ \sum_{j=1}^{\infty} (\gamma_j \lambda_j x \operatorname{sh} \lambda_j x + \delta_j \lambda_j \operatorname{ch} \lambda_j x) J_1(\lambda_j y); \\ \tilde{u}_x &= 2(1-2\nu)\gamma_0 x + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\alpha_n k_n y I_1(k_n y) - \beta_n k_n I_0(k_n y) \right] \sin k_n x + \\ &+ \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \gamma_j \left[(3-4\nu) \operatorname{sh} \lambda_j x - \gamma_j x \operatorname{ch} \lambda_j x \right] - \delta_j \lambda_j \operatorname{sh} \lambda_j x \right\} J_0(\lambda_j y).\end{aligned} \quad (92)$$

Здесь $\alpha_0, \gamma_0, \alpha_n, \beta_n, \gamma_j, \delta_j$ – произвольные постоянные; $k_n = (2n-1)\pi/2x_0$; λ_j – корни уравнения $J_1(\lambda) = 0, j = 1, 2, 3, \dots$; J_0, J_1, I_0, I_1 – функции Бесселя.

Алгоритм решения уравнений (92), (93) представлен в работах [24, 27]; там же получены выражения для определения компонент напряжений. Приведем здесь выражение для осевого безразмерного напряжения в виде

$$\begin{aligned}\sigma_x^* &= \frac{\tilde{\sigma}_x}{2\tilde{a}_0\tilde{G}} = 2(1-\nu)\gamma_0^* - \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n \left\{ k_n x \frac{I_1(k_n x)}{I_1(k_n)} - \left[k_n \frac{I_0(k_n)}{I_1(k_n)} - 2 \right] \frac{I_0(k_n x)}{I_0(k_n)} \right\} \times \\ &\times \cos k_n x + \frac{x_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} y_j \left[(2-2\nu + \lambda_j x_0 \operatorname{th} \lambda_j x_0) \frac{\operatorname{ch} \lambda_j x}{\operatorname{ch} \lambda_j x_0} - \lambda_j x \frac{\operatorname{sh} \lambda_j x}{\operatorname{ch} \lambda_j x_0} \right] \frac{J_0(\lambda_j y)}{J_0(\lambda_j)},\end{aligned} \quad (94)$$

где $\gamma_0^* = \gamma_0 / \tilde{a}_0$.

В работе [27] значения безразмерного напряжения σ_x^* для сплошного цилиндра табулированы при $\nu = 0,5$ и $x_0 = 0,5$ ($r^* = r/R$, $z^* = z/H$).

На рис. 14 и рис. 15 показаны распределения главных нормальных

$\sigma_x^* = \frac{\tilde{\sigma}_x}{2\tilde{a}_0\tilde{G}}$ и максимальных касательных $\tau^* = \frac{\tilde{\tau}}{2\tilde{a}_0\tilde{G}}$ напряжений при $\nu = 0,5$ и $x_0 = 0,88$. Как видно, в угловых точках имеются особенности: вблизи угловых точек наблюдаются максимальные напряжения. Это хорошо согласуется с механизмом разрушения сплошных цилиндрических резинометаллических виброизоляторов [24].

Определение жесткостных параметров сплошных резинометаллических цилиндров при деформациях сжатия. Этот вопрос является весьма важным для резиновых цилиндров, с жестко защемленными торцами, в связи с возникновением краевого эффекта или так называемого положения на торцах, при достаточно прочном соединении резины с металлом, возникающие на поверхности контакта касательные напряжения, препятствуют расширению торцов, и часть боковой поверхности резинового цилиндра может выходить за пределы металлической арматуры. Такое явление, краевой эффект, приводит к существенному ужесточению элементов при сжатии. Для учета степени ужесточения вводят специальный коэффициент β , являющийся отношением некоторого условного модуля упругости резинометаллического элемента E_y к модулю упругости резины E

$$\tilde{\beta} = \tilde{E}_y / \tilde{E}.$$

В этом случае при малых деформациях ($\varepsilon \leq 20\%$) значения для коэффициента ужесточения будут иметь вид:

при сжатии

$$\beta_n = \frac{1}{F} \int \frac{\sigma_{zz} dF}{E_0 \varepsilon_{0z}}; \quad \varepsilon_{0z} = \frac{u_{0z}}{H} \quad (95)$$

при сдвиге

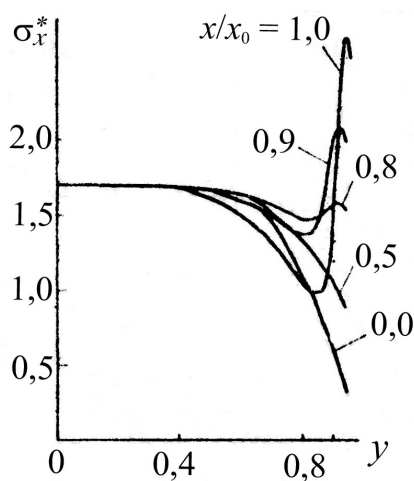


Рис. 14 – Распределение по координатам главных нормальных (вертикальных) напряжений

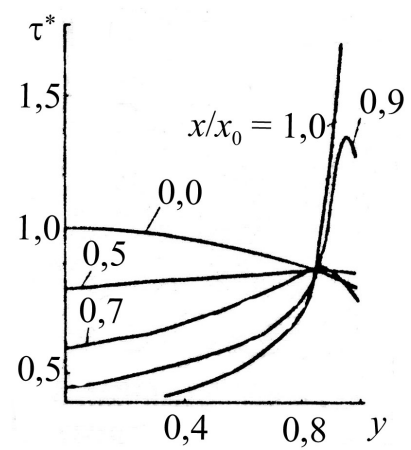


Рис. 15 – Распределение по координатам максимальных касательных напряжений

$$\beta_\tau = \frac{1}{F} \int \frac{\tau_x dF}{G_0 u_{0x}}; \quad \tau_x = \sigma_{zr} \cos \theta - \sigma_{z\theta} \sin \theta.$$

И соответственно жесткость цилиндра будет равна:
при сжатии

$$C_n = EF \beta_n / H; \quad (96)$$

при сдвиге

$$C_\tau = EF \beta_\tau / H. \quad (97)$$

Интегрируя уравнение (95) по площади заделки и используя выражение для средней деформации и известную формулу

$$\tilde{E} = 2(1 + \nu) \tilde{G}$$

можно получить для β_n соотношение в виде

$$\beta_n = \frac{\tilde{E}_y}{\tilde{E}} = \frac{2x_0(1-\nu)}{(1+\nu) \left[2(1-2\nu)x_0 - \nu \sum_{n=1}^{\infty} x_n/k_n^2 \right]}. \quad (98)$$

Здесь $x_0 = H/R$; неизвестные x_n и k_n определяются из бесконечной системы алгебраических уравнений [27].

Соответствующая аппроксимация для $x_0 = H/R < 0,1$ позволяет получить более удобное для расчетов выражение в зависимости от значений коэффициента Пуассона

$$\beta_n = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu) + 15,42\nu(1-\nu)x_0^2}. \quad (99)$$

Это уравнение дает погрешность не выше 15 % при $x_0 \leq 0,1$ и $0 \leq \nu \leq 0,5$;

При $\nu = 0,5$

$$\beta_n = 1,05 + \frac{1}{8} \cdot \frac{D^2}{H^2}, \quad (D = 2R). \quad (100)$$

Из уравнения (99) следует весьма важное предельное равенство, наблюдаемое при малых значениях x_0 , т.е.

$$\lim_{x_0 \rightarrow 0} \frac{\tilde{E}_y}{\tilde{E}} = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

Отсюда следует, что при малых высотах и больших диаметрах резинового цилиндра для определения жесткостных параметров следует использовать модуль объемного сжатия \tilde{K} , т.е.

$$\tilde{E}_y \cong \frac{\tilde{E}}{3(1-2\nu)} \cong \tilde{K}.$$

Ниже, при расчетах конкретных сплошных цилиндрических резино-металлических виброизоляторов тяжелых обогатительных машин для определения коэффициента ужесточения β_n использовались перечисленные

(в п. 3.2) зависимости. Наименьшая грешность при сравнении с экспериментом была получена при использовании уравнения (99) для случаев, когда коэффициент Пуассона ν определялся экспериментально для конкретной марки резины, а условно-равновесный модуль сдвига определялся при независимых экспериментальных исследованиях.

Поэтому в дальнейшем уравнение (99) использовалось как наиболее соответствующее для рассматриваемых резинометаллических цилиндров.

Для удобства проведения инженерных расчетов на рис. 16 приведен график зависимости коэффициента β_n от соотношения $2R/H$, полученный при $\nu = 0,5$ из уравнений (99) и (100). Как видно, зависимость является существенно нелинейной.

Эта зависимость и выражение (98) показывают, что коэффициент β_n является сложной функцией геометрических параметров резиновых элементов и коэффициента Пуассона; при фиксированном значении ν коэффициент ужесточения β_n зависит только от геометрических размеров элемента и поэтому его довольно часто называют фактором формы.

Следует подчеркнуть, что коэффициент β является универсальной характеристикой элемента и не зависит от вида нагружения – статического, динамического и т.д.

Формулы (96)-(97) пригодны также при расчете β для последовательно соединенных элементов одного радиуса. В этом случае каждый элемент характеризуется величинами $x_0^{(i)}$, $\nu^{(i)}$, $E^{(i)}$ где $i = 1, 2, 3 \dots m$.

Рассмотрим случай осевого сжатия резинометаллического пакета (рис. 11), состоящего из трех элементов ($m = 3$). Среднее напряжение $\langle \sigma \rangle_s$ будет равно

$$\langle \sigma \rangle_s = \langle \varepsilon \rangle \tilde{E}_y,$$

где $\langle \varepsilon \rangle$ – общая деформация пакета.

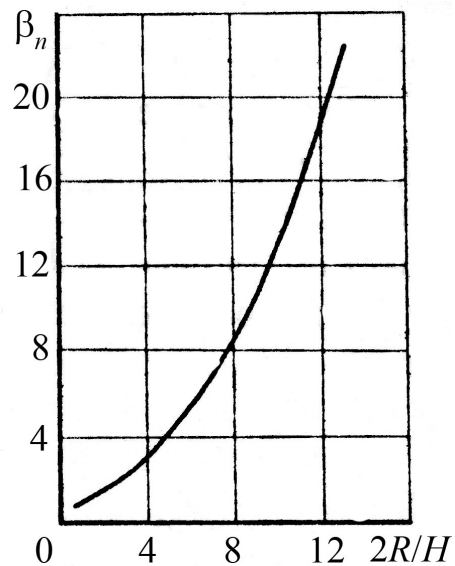


Рис. 16 – Зависимость коэффициента ужесточения β_n от соотношения $2R/H$

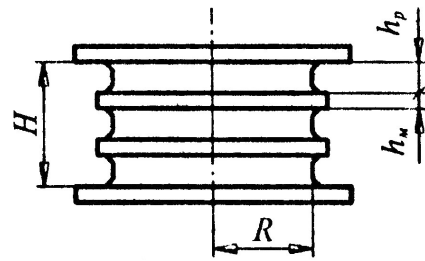


Рис. 17 – Резинометаллический трехэлементный виброизолятор роторной дробилки типа Бармак В9000×НД

В этом случае для каждого элемента имеем

$$\langle \sigma^{(i)} \rangle = \langle \varepsilon^{(i)} \rangle \tilde{E}_y$$

и, следовательно,

$$\tilde{E}_y = 1 / \sum_{i=1}^m \frac{1}{E_y^{(i)}}.$$

В последнем уравнении величины $E_y^{(i)}$ для каждого элемента в отдельности можно рассчитать по приведенным выше формулам.

Пример. Рассмотрим определение жесткости сплошного цилиндрического резинометаллического элемента используемого в качестве виброизоляторов дробилок. По конструктивным параметрам наиболее подходящим является элемент типа ВРМ 903М со следующими геометрическими размерами: наружный диаметр 180 мм, высота 100 мм. При условии несжимаемости резины, т.е. коэффициент Пуассона $\nu = 0,5$ из уравнения (100) и графика (рис. 10) находим коэффициент ужесточения при осевом сжатии $\beta_n = 1,455$. Выбираем резину типа 2959: статический модуль Юнга $E = 3,7 \text{ МН/м}^2$. В этом случае из уравнения (96) получаем значение для вертикальной жесткости виброизолятора $C_n = 1420 \text{ кг/см}$, что соответствует экспериментальным данным, полученным для реального элемента.

4 Прогнозирование долговечности резино-металлических деталей

4.1 Общие сведения

Выше рассматривался расчет напряженно-деформированного состояния сплошного металлорезинового цилиндрического виброизолятора: определены напряжения в резиновом массиве (в том числе и в угловых точках), показана важная роль учета коэффициента ужесточения, возникающего на стыке резина-металл за счет так называемого эффекта торцов. Ниже рассматривается прогнозирование долговечности виброизолятора с учетом эволюции структуры, т.е. изменения со временем его основных макро- и микрохарактеристик.

Тяжелые машины, в том числе и горно-обогатительные машины – смесители, дробилки и т.д. – обладают рядом специфических технологических особенностей, и это накладывает определенные требования к их системам виброизоляции. Среди них в первую очередь следует назвать.

1. Большой вес машин и установка их на значительной высоте; например, смесители могут устанавливаться на отметке +18 м, что не всегда позволяет установить требуемые по массе фундаменты. Амплитуды колебаний подвижных частей машин (за исключением вибромашин) редко превышают (1,0÷2,0) мм и обычно находятся в пределах (0,2÷0,6) мм; диапазон частот нагружения (0...50) Гц, высшие гармоники могут достигать нескольких мегагерц.

2. Виброизоляторы, как правило, устанавливаются в опорном варианте и при нагружении испытывают статические деформации сжатия от массы машины и технологической загрузки и динамические деформации сжатия и сдвига (нередко наблюдаются эллиптические колебания) от вращения подвижных частей и движения перерабатываемого сырья: при этом деформации сдвига намного меньше деформаций сжатия и в расчетах обычно не учитываются.

3. Температура в резиновом массиве от диссипативного саморазогрева незначительна (ввиду малых амплитуд колебаний) и обычно в центре виброизолятора не превышает (2-10) °С (при температуре внешней среды 20 °С); температура внешней среды соответствует сезонным изменениям внутрицеховой температуры горно-обогачительных предприятий.

4. Внешняя среда также соответствует условиям работы таких предприятий: повышенная концентрация озона, пыли, нередко горячая или холодная вода с повышенным содержанием pH и т.д. Такая активная среда при длительной эксплуатации приводит к коррозии металлической арматуры и появлению на свободной поверхности резины микротрещин и особого твердого слоя (так называемая «слоновая кожа»); все это повышает поврежденность и увеличивает старение внешнего слоя резины, но не является доминирующим для виброизолятора в целом именно вследствие его массивности.

5. Отказ виброизоляторов редко происходит от разрушения резинового массива или от нарушения прочности стыка резина-металл; при соблюдении технологии изготовления, правил конструирования и использовании современных адгезивов (например, клеев типа «ХЕМОСИЛ») отказ обычно связан с эволюцией структуры резины, которая приводит к выходу упругих и диссипативных характеристик материала за пределы допускаемых значений, устанавливаемых исходя из динамики машины и существующих санитарных и технологических норм.

6. В связи с этим к конструированию формы виброизолятора и к выбору подходящей марки резины предъявляются особые требования, наиболее полно они изложены в [18, 22, 24]. Из существующих многочисленных марок резин наиболее подходящими являются средненаполненные резины (наполнение техническим углеродом (20-50) масс. частей) на основе НК или СКИ-3 с усиленной защитной группой для снижения эффектов старения. В инженерной практике хорошо зарекомендовали себя резины типа 2959, 6620, 1224, 1378, 51-1714 и другие; их характеристики приведены в [18, 22, 24].

7. Виброизоляторы из таких резин при малых величинах деформаций сжатия ($\varepsilon < 0,15$) обладают квазилинейной характеристикой $\sigma \sim \varepsilon$; анализ колебаний исследуемых машин позволяет считать, что нагружение элементов происходит по гармоническому закону

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon \sin \omega t,$$

где ε_0 – величина статического поджатия.

Экспериментально было показано, что для исследуемых резин статическое поджатие при $\varepsilon < 0,2$ незначительно влияет на модуль сдвига и коэффициент диссипации резины и при квазистатических расчетах его можно не учитывать; поджатие влияет на напряженно-деформированное состояние, и это следует учитывать при расчете долговечности либо при определении напряжения σ .

4.2 Некоторые закономерности механики разрушения резиновых и резино-металлических деталей

В настоящее время существует два основных подхода к проблеме разрушения [24]. Первый – механика разрушения, описывающая макроаспекты разрушения; второй – физика (кинетика) или микромеханика разрушения.

Механика разрушения является основой инженерных методов расчета прочности и долговечности резиновых элементов, находящихся в сложном напряженном состоянии, но в то же время оставляет в стороне физическую кинетику в целом.

Кинетический подход исходит из термофлуктуационного механизма разрушения, предполагающего, что химические связи в материале разрываются в результате локальных тепловых флуктуации, а приложенные напряжения увеличивают вероятность разрыва связей.

Каждый из подходов предоставляет для исследователей группу параметров, которые назовем соответственно микро- и макропараметрами процессов разрушения. К сожалению, в настоящее время не существует единого подхода, органически связывающего указанные выше подходы и параметры. В этой связи необходимы отдельные исследования закономерностей процессов макро- и микроразрушения.

Определим разрушение резинового (резинометаллического) элемента конструкции как изменение его структуры (любое изменение размеров, формы, свойств), в результате которого он утрачивает способность удовлетворительно выполнять свои функции.

При этом вид разрушения определяется одним или несколькими взаимосвязанными между собой процессами, приводящими к разрушению. Закономерности механики разрушения эластомерных конструкций тяжелых горных машин будем исследовать применительно к каждому виду разрушения.

В целях проведения наиболее общей классификации видов разрушения будем следовать Старки и Коллинзу [38]. Их система основана на учете трех факторов: характера разрушения, причин разрушения, места раз-

рушения. Каждый вид разрушения будет определяться, таким образом, тем, как проявляется разрушение, что его вызывает и где оно происходит.

С учетом специфики эластомерных материалов и конструкций на их основе названная выше классификация будет выглядеть следующим образом.

Характер разрушения можно описать четырьмя классами:

- 1) упругая (обратимая) деформация;
- 2) пластическая (необратимая) деформация;
- 3) разрыв, раздир или разделение на части;
- 4) изменение свойств материала (физико-механическое старение).

По причинам разрушения можно выделить четыре класса:

- 1) нагрузки: установившиеся; неуставившиеся; циклические; случайные;
- 2) время процесса: незначительное; малое; продолжительное;
- 3) температуры: низкие, комнатные, повышенные; установившиеся, неуставившиеся, циклические, случайные;
- 4) воздействия окружающей среды: химические; радиационные (солнечная радиация, ионизирующее облучение).

По месту разрушения существует два класса разрушения: объемное и поверхностное разрушение, включающее в себя подкласс, характеризующий разрушение на границах контакта резина-металл, резина-воздух и т.д.

Для описания какого-либо отдельного наблюдаемого вида разрушения необходимо выбрать характеристики процесса из приведенного выше перечня.

Ниже приведем наиболее часто встречающиеся на практике виды разрушения резиновых (резинометаллических) элементов конструкций.

Упругая деформация, вызванная действием внешних нагрузок и (или) температур. Этот вид разрушения имеет место, когда упругая (обратимая) деформация элемента, возникающая при действии эксплуатационных нагрузок и температур, становится настолько большой, что элемент утрачивает способность выполнять предназначенную ему функцию.

Термомеханическое разрушение происходит в основном в массивных элементах при диссипативном разогреве. При недостаточном теплоотводе температурное поле внутри массива не устанавливается, и температура неконтролируемо растет вплоть до разрушения образца.

Усталостное разрушение характеризуется зарождением усталостных трещин, их развитием и отказом резинового элемента конструкции вследствие достижения ими критических величин при весьма умеренных температурах, а также старением и утомлением. Старение характеризуется изменением теплофизических, механических и др. свойств материала в такой степени, которая исключает возможность функционирования элемента в допускаемых нормах.

Износ является процессом постепенного изменения размеров вследствие удаления отдельных частиц с контактирующих поверхностей при их движении относительно друг друга. Износ является в основном результатом механического действия. Это ряд различных процессов, результатом действия которых является удаление материала с контактирующих поверхностей вследствие сложного взаимодействия локальных сдвигов, вдавливания, разрывов и других механизмов.

Абразивный износ характеризуется тем, что частицы эластомера удаляются с поверхности в результате режущего или царапающего действия неровностей более твердой из контактирующих поверхностей или твердых частиц, задерживающихся между поверхностями. При этом малые частицы эластомера отделяются путем разрыва при действии фрикционных сил, когда происходит скольжение между поверхностью эластомера и подложкой.

Разрушение при ударе происходит в результате действия неустановившихся нагрузок, вызывающих такие напряжения или деформации, что элемент не в состоянии выполнить предписанную ему функцию.

Разрушение выпучиванием, или упругая неустойчивость характеризует процесс разрушения потерей устойчивости элемента. В этих случаях деформация становится резко неоднородной, и элемент разрушается преждевременно.

Тепловое разрушение, или тепловой удар, происходит в том случае, когда температура внешней окружающей среды приводит к резкому изменению свойств материала и даже к его деструктурированию.

Разрушение вследствие влияния внешней активной среды означает: произошли такие необратимые изменения свойств материала, что элемент не может выполнять свои функции.

Коррозионное растрескивание под действием ионизирующих излучений обусловлено тем, что ионизирующие излучения разлагают воздух и создают повышенную концентрацию озона, который вызывает на поверхности деформирования резины острые тонкие трещины. При многократном циклическом нагружении озонные трещины становятся, как правило, концентраторами напряжений, быстро разрастаются.

Поверхностное разрушение проявляется вследствие влияния масел, кислот, щелочей, вредных газов и т.д. Со временем наработки на поверхности резины (к примеру, в случае воздействия повышенного содержания пыли и SO_2) появляется слой, состоящий из твердых частиц, пыли и газа, который не исчезает в процессе динамического нагружения. Между отдельными частицами этого слоя появляется сеть очень мелких перекрещивающихся трещин. Эти трещины создают дополнительные очаги концентрации напряжений, особенно в местах стыка резина-металл и способствуют разрушению резиновой конструкции.

Смешанное разрушение характерно для разрушения резиновых (резинометаллических) элементов и происходит в результате одновременного проявления перечисленных выше видов разрушения.

Помимо указанных выше видов разрушения можно назвать и другие: хрупкое разрушение, которое наблюдается в резиновых элементах при сверхвысоких частотах, а также текучесть, ползучесть, вязкое разрушение, фреттинг-усталость, фреттинг-износ и т.д.

Учитывая, однако, специфику работы горных предприятий, обуславливающую экстремальные условия нагружения для эластомерных конструкций горных машин, ниже остановимся на некоторых наиболее характерных указанным условиям видах разрушения и закономерностях их протекания.

Термомеханическое разрушение характеризуется [24] термическим разложением резины в наиболее разогретых точках (значение температуры превышает 140 °С). Причинами его являются циклические нагрузки и неустанавливающиеся повышенные температуры. В массивных резиновых (резинометаллических) элементах разрушение происходит в основном внутри объема. При этом в центре резинового массива образуется область деструктурированного материала, обычно имеющая форму вытянутой вдоль элемента линзы. Линза растет, жесткость элемента падает, появляются большие остаточные деформации, и несущая способность в целом резко уменьшается. Вследствие наличия теплообмена с окружающей средой и неравномерного распределения поля температур по объему линза растет до определенных размеров, зависящих от размеров элемента, условий теплоотвода и теплообмена с окружающей средой. Дальнейшее разрушение обусловлено действием локальных напряжений внутри резинового массива, инициирующих зарождение и рост трещин, фронт движения которых направлен наружу. Несколько из таких трещин, как правило, распространяются довольно быстро, и это приводит к разделению образца на части.

Указанные общие особенности разрушения реализуются в каждом отдельном случае (условия нагружения, марка резины, форма элемента) по-разному и это соответствует разному ресурсу наработки резиновых элементов (от нескольких часов до их десятков) [24].

Исследование закономерностей усталостного разрушения резиновых элементов горных машин с целью создания прикладных методов их расчета представляет наибольший интерес, так как конечной задачей всех исследований в любом случае является создание долговечных и надежных конструкций.

Усталостное разрушение характеризуется длительностью протекающих процессов, изменением структуры материала вследствие протекания различных химических реакций, происходящих внутри и на поверхности

резинового элемента и приводящих к старению материала, изменению его теплофизических и механических свойств.

В общем случае комплекс экспериментальных исследований [24] позволяет сформулировать следующие закономерности усталостного процесса разрушения:

1) разрушение деталей в общем случае происходит в три стадии: время формирования трещины (τ_1), время медленного развития трещины (τ_2), время быстрого развития трещины (τ_3);

2) активными инициаторами трещин являются случайные дефекты, рассеянные по объему и поверхности, а также области, содержащие перенапряженные и значительно разогретые точки массива;

3) все трещины можно условно разделить на нераспространяющиеся и мобильные;

4) трещины первоначально развиваются в основном на поверхности перпендикулярно главным растягивающим и максимальным касательным напряжениям;

5) кинетика развития трещин происходит по-разному и зависит от таких факторов, как условия нагружения, внешняя среда, физико-механические свойства и т.д.;

5) скорость роста трещин в какой-то мере характеризует поврежденность материала: если поврежденность на поверхности больше, чем в массиве, то скорость роста трещины на поверхности будет соответственно больше;

6) длительное утомление существенно изменяет механизм роста трещин: при наработках до предкритического момента трещины могут расти вглубь с несколько большей скоростью, чем на поверхности; это связано, прежде всего, с повреждаемостью материала: повреждаемость внутри массива равна повреждаемости на поверхности или превосходит ее;

7) массивные резиновые и резинометаллические изделия удовлетворительно противостоят действию кислорода, озона и других активных агентов благодаря своему большому объему; поврежденный наружный слой не оказывает существенного влияния на физико-механические характеристики, но все же сокращает срок их службы на 5-10 % по сравнению с нормальными условиями эксплуатации;

8) топография поверхности разрушения характеризуется многими особенностями, в том числе сколом, гребневидностью, бороздками, вторичными трещинами, зонами истирания, остановками фронта трещины, наличием крупного и мелкого размера шероховатых и гладких зон и т.д.;

9) долговечность резиновых элементов в значительной степени зависит от условий нагружения и эксплуатации;

10) кривые долговечности в зависимости от величины амплитуды нагружения напоминают кривые Веллера;

11) особую роль при усталостном разрушении играет поверхность раздела резина-металл, часто наблюдается отрыв металлических пластин от резины, она является инициатором появления трещин;

12) продолжительности трех стадий разрушения при отсутствии дефектов, инициаторов трещин, находятся в зависимости

$$\tau_1 \gg \tau_2 \gg \tau_3;$$

13) долговечность массивных элементов в ряде случаев можно отождествить со временем формирования магистральных трещин (τ_1);

14) основными параметрами, характеризующими способность элементов выполнять заданные конкретные функции, являются жесткостные и диссипативные во всем диапазоне их изменения и в зависимости от различных факторов;

15) значение жесткости массивных элементов при деформациях сдвига и сжатия с увеличением магистральных трещин уменьшается;

16) значение коэффициента диссипации энергии при деформациях сдвига и сжатия с появлением магистральных трещин растет.

Как уже отмечалось выше, смешанный тип разрушения характеризуется наличием признаков, свойственных разным типам; и останавливаться на нем подобно не будем. Примеры его осуществления приведены в [24].

Известно также [24], что любая внешняя агрессивная среда активно влияет на разрушение резиновых элементов. В ряде случаев ее действие может оказаться доминирующим.

На резиновые элементы, помимо ионизирующих излучений [24], оказывает влияние и другие агрессивные среды: кислоты, щелочи, масла, вредные газы, солнечная радиация и т.д.

На основании исследования [24] можно утверждать, что массивные резиновые элементы удовлетворительно противостоят умеренному действию активных агентов благодаря своему большому объему. Поврежденный наружный слой не оказывает существенного влияния на физико-механические характеристики, но все же способствует разрушению деталей, уменьшая их общую долговечность на 5-10 %.

Основные факторы, определяющие работоспособность резиновых деталей машин, работающих при длительных циклических нагрузках. К таким машинам относят, как правило, все типы вибрационных машин (грохоты, питатели, конвейеры, вибромельницы и т.д.), а также машины, которые в силу специфики кинематической схемы и технологии режима в той или иной мере испытывают постоянные циклические нагрузки (мельницы, дробилки, окомкователи, смесители, вентиляторы и т.д.). Резиновые детали таких машин испытывают действие самых разнообразных факторов, характеризующихся практически всеми видами энергии: механической, тепловой, химической, электромагнитной. При этом

возникает ряд процессов, отрицательно сказывающихся на работоспособности изделий, ухудшающих их начальные параметры.

Эти процессы связаны со сложными физико-химическими явлениями и приводят к разным видам разрушения или, в терминах теории надежности, к разным видам повреждений, изменению выходных параметров и отказам. Таким образом, прежде всего, необходимо установить и проанализировать так называемые выходные параметры, а затем применительно к ним решать задачу исследования основных факторов, влияющих на работоспособность эластомерных элементов конструкций.

Каждый отдельный элемент обладает, как правило, рядом характерных эксплуатационных свойств и параметров, обусловленных функциональным назначением этих деталей и их ролью в рассматриваемой конкретной машине.

Сказанное выше наглядно иллюстрируется данными, приведенными в табл. 10 для вибрационных машин и машин, испытывающих в процессе эксплуатации постоянные вибрации.

Таблица 10 – Эластомерные элементы и их эксплуатационные параметры

Назначение элемента		Примеры выполнения	Эксплуатационные показатели
наименование	основные признаки		
Основные	Определяют режим работы вибрационных машин и характеризуют их структурно-динамическую схему	Резинометаллические блоки	Усталостная прочность; жесткость; диссипативный разогрев
Опорные (поддерживающие)	Соединяют рабочий орган с основанием	Резинометаллические шарниры	Диссипативный разогрев; усталостная прочность; жесткость; несущая способность
Приводные	Облегчают запуск вибрационных машин, снижают пусковые нагрузки на элементы конструкций, регулируют настройку машин	Резинометаллические блоки, цилиндры, шарниры	Жесткость; диссипативный разогрев
Виброизолирующие	Снижают динамические нагрузки на фундамент, уменьшают вибрацию и шум	Резинометаллические блоки, цилиндры, элементы сложной формы типа ВР, слоистые типа ВРМС	Жесткость; устойчивость; несущая способность; структурная устойчивость

В табл. 10 резиновые и резинометаллические элементы машин классифицированы согласно своему функциональному назначению и выделены их основные параметры, характеризующие способность выполнять требуемые функции.

Данные таблицы и результаты исследований, полученные ранее [24], свидетельствуют о том, что основными выходными параметрами таких элементов следует считать: прочность, жесткость, температуру диссипативного разогрева и несущую способность.

Применительно к другим машинам и, соответственно, другим условиям эксплуатации, эти параметры могут быть другими. Так, для защитных покрытий необходимо выделить параметры, характеризующие абразивный износ, т.е. износостойкость и т.п.

Выходные параметры в свою очередь могут быть связаны вполне определенным образом функционально с другими параметрами – модулями упругости и сдвига, динамическим модулем, модулем потерь, коэффициентом механических потерь и т.д. Они косвенно характеризуют работоспособность изделия, и в ряде случаев исследования осуществляются применительно к ним. Упомянутые исследования определенной группы параметров относятся к методам так называемой параметрической теории надежности, в которой отказ трактуют как выход параметров (в нашем определении выходных), определяющих работоспособность изделия, за некоторые установленные пределы.

Значения установленных пределов регламентируются в соответствующей технической документации. Применительно к резиновым и резинометаллическим элементам примерами могут служить отраслевые стандарты на резинометаллические блоки и шарниры.

Совершенно очевидно, что прежде чем рекомендовать какие-то предельные значения выходных параметров, необходимо их теоретически и экспериментально обосновать, осуществив для этого программу целенаправленных исследований.

В первую очередь необходимо установить и проанализировать основные факторы, влияющие на поведение и выходные параметры эластомерных элементов конструкций.

В самом общем случае таких факторов достаточно много, и даже слишком много, чтобы можно было разумно исследовать каждый фактор индивидуально. В этой связи их необходимо классифицировать. Естественно, что классификация может быть разной в зависимости от признаков, по которым она производится.

Согласно Хевиленду [93] и изложенным выше подходам к исследованию проблем надежности все факторы, влияющие на надежность исследуемого объекта, могут быть разделены на две группы. Одна из групп содержит факторы, влияние которых может быть оценено статистически, другая – факторы, связанные с параметрами (показателями) надежности функционально.

Из этих двух групп остановимся на второй, нас будет интересовать выявление основных функциональных связей, определяющих изменения

выходных параметров изделия. Основные факторы, ответственные за изменение выходных параметров в указанном выше смысле, сгруппируем следующим образом: внешние факторы и внутренние факторы.

Внешние факторы характеризуют влияние окружающей среды и условия нагружения. Последние, вообще говоря, также принадлежат окружающей среде: все вместе можно определить как условия эксплуатации. Удобнее, однако, и прежде всего с инженерной точки зрения, рассматривать условия нагружения в виде отдельного фактора, а к окружающей среде отнести все остальные факторы, являющиеся внешними по отношению к рассматриваемому объекту.

К основным факторам, характеризующим окружающую среду и оказывающим существенное влияние на прочность, упругие и диссипативные характеристики резиновых деталей, относятся: воздействие масел, химически активной среды, солнечного и радиоактивного облучения, а также температуры окружающей среды.

Условия нагружения относятся к факторам механического воздействия и характеризуются обычно значениями амплитуды и частоты нагружения, величиной приложенных нагрузок.

Внешние факторы, как уже отмечалось выше, оказывают различное влияние на долговечность и надежность резиновых и резинометаллических элементов конструкций. Изменения, происходящие при этом с элементами, их свойствами и выходными параметрами, можно отнести к двум видам:

- 1) обратимые изменения, временно изменяющие характеристики элементов в некоторых пределах без тенденции прогрессивного ухудшения;
- 2) необратимые изменения, приводящие к прогрессивному ухудшению характеристик с течением времени.

Обратимые изменения могут возникать в результате упругих деформаций, колебания температуры окружающей среды и т.д. Примерами необратимых изменений являются старение, усталость и т.д.

Первый вид изменений не приводит, как правило, к существенной дестабилизации свойств и параметров, поэтому наибольший интерес представляют необратимые изменения, обуславливающие нестабильность свойств и выходных параметров, и приводящие в конечном итоге к отказам.

К внутренним факторам, влияющим на работоспособность эластомерных элементов, отнесем конструкционные (форма и способ крепления к примыкающим частям машины) и технологические (материал, изготовление).

Выбор формы и способов соединения эластомерных элементов с окружающими их деталями машины существенным образом влияет на ско-

рость и степень потери работоспособности элементом в зависимости от его функционального назначения.

Все компоненты технологического процесса – способ и режим вулканизации, применяемое оборудование, методы контроля определяют в первую очередь показатели качества изделия (точность изготовления, качество поверхности, структура и др.), а в конечном итоге и его выходные параметры (износостойкость, усталостная прочность, жесткость и др.). Технологические факторы оказывают непосредственное и существенное влияние на показатели надежности, хотя эти связи сложны и многоэтапны и не являются очевидными.

В результате исследования основных факторов, действующих на резиновые элементы тяжелых горных машин при экстремальных условиях нагружения и оказывающих превалирующее влияние на их работоспособность, связь между ними и потерей работоспособности элементов может быть выражена схематично (рис. 17).

Таким образом, необходимыми этапами исследований является установление функциональных зависимостей между основными факторами, действующими на резиновые элементы конструкций и их выходными параметрами с учетом изменения состояния и повреждения материала, а также нестабильности его свойств.

Причины и характер отказов резиновых деталей. Специфика исследований причин и характера отказов резиновых деталей и покрытий горных машин обусловлена спецификой эксплуатации последних. Современные горные машины работают в тяжелых условиях, связанных с ограниченностью габаритов, абразивностью горных пород, запыленностью атмосферы, воздействием агрессивных шахтных вод. В подземных условиях для них существует опасность обрушения горных пород; на открытых разработках для горной техники характерен широкий диапазон изменения температур.



Рис. 17 – Схема потери элементом работоспособности

Указанные специфические особенности эксплуатации горных машин приводят к тому, что наибольшее число отказов приходится на детали, воспринимающие большие динамические нагрузки. К таким деталям относятся и упругие элементы, выполненные из резиноподобных материалов, условия эксплуатации которых можно характеризовать как экстремальные. Все перечисленные факторы накладывают свой неповторимый отпечаток на характер отказов и должны быть в комплексе учтены при формировании критериев отказов.

На современном этапе возможна классификация отказов, основанная на внешних признаках, а также с учетом механизмов разрушения объектов по физическим и физико-химическим процессам разрушения.

Внешний или феноменологический подход позволяет объединить причины отказов резиновых и резинометаллических элементов в четыре группы: конструктивные, технологические, эксплуатационные дефекты, старение (износ). Все отказы элементов связаны с происходящими в них процессами разрушения, поэтому в дальнейшем попытаемся связать причины отказов с причинами разрушения, а также с возможными их последствиями. В табл. 11 представлены результаты анализа данных, полученных на основании литературных источников, а также длительных стендовых и натурных испытаний, методика проведения которых подробно описана в [24].

В пояснение к табл. 11 еще раз следует отметить, что последствия отказов резиновых и резинометаллических элементов анализируются применительно к горным машинам, деталями и узлами которых они являются. При этом под экономическим ущербом понимается следующее: повышенные простои в ремонте; работа на пониженных режимах; работа с ухудшенными параметрами. Если затраты на ремонт (замену) элемента находятся в пределах установленных норм, то такой отказ классифицируется «без последствий».

Проиллюстрируем далее табл. 11 некоторыми примерами. Так, примерами конструктивных дефектов могут служить: деталь, которая не имеет возможности изменять форму в процессе деформирования; деталь, рассчитанная на деформирование растяжением; несоответствие значений жесткости и температуры диссипативного разогрева номинальным; неправильный выбор резины и т.д.

Примеры технологических дефектов: недовулканизация, недостаточная прочность соединения резина-металл, перекося металлической арматуры и т.д.

Эксплуатационные дефекты характеризуются нарушением правил и режимов эксплуатации, в частности, резким увеличением амплитуды деформации, резким изменением температуры окружающей среды.

В случае, когда деталь правильно спроектирована, изготовлена, эксплуатируется согласно установленным техническим условиям, остается одна причина отказа: физико-химические изменения материала, которые при длительном нагружении проявляются в изменении основных свойств и параметров детали, в появлении и развитии магистральных трещин.

Таблица 11 – Классификация причин отказов резиновых и резинометаллических элементов

Признаки разрушения	Причины разрушения	Причины отказов	Последствия отказов
Быстрый разогрев	Диссипативный разогрев	Конструкционные, эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Охрупчивание резинового массива	Действие внешнего температурного поля, внешней среды	Эксплуатационные, старение, утомление	Без последствий; экономический ущерб
Набухание резинового массива	Действие внешней агрессивной среды (масло, щелочь и т.д.)	Эксплуатационные, старение, утомление	Без последствий; экономический ущерб
Разрыв резинового массива; вырыв резинового массива	Перенапряжение; ударные нагрузки	Конструкционные, эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Выпучивание, потеря устойчивости	Перенапряжение	Конструкционные, эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Отслаивание резинового массива от металлической арматуры	Перенапряжение; повышенный разогрев; недостаточная прочность связей	Конструкционные; технологические; эксплуатационные	Аварийные; экономический ущерб
Изменение жесткости резины, физико-механических свойств резины	Перевулканизация; недовулканизация; воздействие внешней агрессивной среды, внешнего поля температур, длительные циклические нагрузки	Технологические, эксплуатационные	Без последствий; экономический ущерб
Коррозия металлической арматуры, появление на поверхности резинового массива сетки мелких трещин	Воздействие внешней агрессивной среды	Технологические, эксплуатационные	Без последствий; экономический ущерб
Появление и рост магистральных трещин	Длительные циклические нагрузки, воздействие внешней агрессивной среды	Старение, утомление, износ	Без последствий; экономический ущерб

На практике время безотказной работы резиновых и резинометаллических элементов определяется вариациями конструктивного качества, качества изготовления, условий эксплуатации и процессами старения.

Классификация отказов резиновых и резинометаллических элементов может быть продолжена по разным признакам: устойчивый (не может быть самоустранен); очевидный (разрыв массива, трещины); скрытый (из-

менение жесткости); полный, неполный, частичный (по степени влияния на работоспособность); зависимый и независимый (по связи с другими отказами); внезапный и постепенный (по характеру процесса проявления) и т.д.

В дальнейшем, в связи с необходимостью построения моделей отказов, наибольший интерес представляют отказы, характер которых определяется как постепенный.

Такие отказы, называемые часто износowymi, отражают естественные термодинамически обусловленные процессы разрушения (возрастание энтропии) объектов при их нагружении и взаимодействии со средой. Характер таких отказов обусловлен усталостным разрушением. Ниже остановимся на некоторых особо важных моментах.

Многочисленные испытания позволяют сделать вывод, что трещины при усталостном разрушении появляются преимущественно на поверхности, при этом в большинстве случаев вдоль границы резина-металл (если такая присутствует), затем траектория движения их изменяется, рост продолжается по направлению к центру, затем вглубь.

У резинометаллических шарниров трещины могут пересекать весь массив резины от одной металлической обоймы до другой, затем, с гораздо меньшей скоростью, трещины начинают развиваться вглубь. При этом элементы с трещинами еще долгое время сохраняют свою работоспособность. Это свойство, характеризующее износowe отказы, является весьма ценным для промышленной эксплуатации, так как исключает внезапный отказ горных машин и дает возможность заменить дефектную деталь в плановом порядке, т.е. отказ не чреват катастрофическими последствиями.

В связи с тем, что наиболее актуальным в настоящее время является исследование работоспособности длительно работающих деталей, возникает вопрос о стабильности их жесткостных свойств. Для некоторых резин (типа 51-1562) стабильность жесткостных свойств сохраняется на протяжении 10-15 тыс. часов (наблюдается возрастание модуля на 10-15 %). Для других, средне- и сильнонаполненных резин, характерно изменение жесткостных характеристик на 50-60 %. В этой связи необходимо своевременное прогнозирование механических свойств элементов, особенно при их использовании в резонансных машинах, и построение соответствующих критериев и моделей отказов.

В частности, анализ причин и последствий отказов эластомерных элементов, выполненный в настоящем разделе, позволяет сформулировать критерии отказов резиновых и резинометаллических элементов следующим образом:

- 1) разделение на части вследствие роста усталостных трещин;
- 2) достижение усталостными трещинами критических размеров;

3) отслаивание резинового массива элемента от металлической арматуры;

4) изменение жесткостных и диссипативных параметров.

Последний критерий отказа связан со старением материала, воздействием масел, химически активных сред, солнечного или радиоактивного облучения. Он может оказаться основным для вибрационных машин с упругим приводом, так как влечет за собой значительное изменение амплитуды колебаний конвейера.

В общем случае критерий отказа может быть выбран из четырех приведенных выше на основании анализа последствий отказа. При этом, очевидно, что в критерий отказа вкладывается существенным образом элемент субъективности, но в каждом конкретном случае он может быть только один для всех показателей надежности исследуемого объекта.

Выбор модели отказов резиновых деталей. Наиболее достоверные оценки показателей надежности получают при использовании результатов эксплуатационных наблюдений и испытаний на надежность, их статистической обработке [78-116]. Основные затруднения при этом состоят в ограниченности информации об отказах, объективных трудностях, связанных со сложностью наблюдений в реальных условиях, а также в незавершенности таких испытаний. Поэтому важно иметь возможность определять показатели надежности до завершения эксплуатационных испытаний.

Основная задача при расчете показателей надежности состоит в правильном, обоснованном выборе модели отказов, которая с высокой степенью достоверности отражала бы объективную картину процесса потери изделием работоспособности. Сформулированные выше на основе многочисленных комплексных исследований работоспособности и закономерностей разрушения натуральных резинометаллических элементов различных типов, критерии их отказов [24] являются основой для выбора соответствующей модели отказов.

На практике установлено, что для резиновых элементов в процессе эксплуатации, как правило, характерны отказы нескольких видов. Это отказы как внезапные, вызываемые случайными причинами или неблагоприятным их сочетанием (скрытые дефекты, механические повреждения резины, нарушения технологии изготовления или норм эксплуатации, возникновение пиковых концентраций нагрузок и т.д.), так и постепенные отказы, связанные с усталостным разрушением резины, ее износом и старением. Кроме указанных причин к статистической неоднородности данных по отказам приводят: эксплуатация изделий в различных условиях и режимах; изготовление одного и того же изделия различными предприятиями; улучшение качества изделий по мере выпуска и т.д.

В практических приложениях очень важно понять и изучить причины возникновения неоднородности, с тем, чтобы исключить их или правиль-

но учитывать при выборе модели отказов и расчете показателей надежности. Игнорирование же неоднородности приводит обычно к серьезным ошибкам в оценке показателей надежности.

В случае выявления неоднородных данных специальными методами (приработочные испытания) и их статистически обоснованного исключения из выборки для эластомерных элементов основной математической моделью распределения ресурса работоспособности установлено распределение Вейбулла, плотность распределения вероятности которого задается выражениями [99]

$$f(t) = \frac{b}{a} (t/a)^{b-1} \exp[-(t/a)^b] \text{ или } f(t) = b\lambda \cdot t^{b-1} \exp[-\lambda \cdot t^b], \quad (101)$$

где b – параметр, характеризующий форму данного распределения;
 a – параметр масштаба;
 t – время наработки;
 $\lambda = 1/a^b$.

Основные показатели надежности в этом случае определяют параметрическим методом по вычисленным оценкам параметров \hat{a} и \hat{b} распределения (101).

При эксплуатации эластомерных элементов на практике, как правило, наблюдаются отказы и в начальный период еще до начала усталостного разрушения основной массы элементов по случайным причинам, приводящим к неоднородности данных и наличию различных видов отказов в данной выборке. В этом случае общей математической моделью распределения времени безотказной работы является суперпозиция нескольких законов распределения для отдельных видов отказов, плотности распределения которых хорошо описываются одним из простых законов, в общем случае различных типов.

Плотность распределения смеси распределений представляется в виде [99]

$$W(t, a) = \sum_{j=1}^k \beta_j f_j(t, a_j), \quad (102)$$

где k – число компонент в смеси, т.е. количество функций $f_j(t, a_j)$, входящих в функцию $W(t, a)$, количество видов отказов;

β_j – весовые коэффициенты составляющих смесь распределений

$f_j(t, a_j)$, удовлетворяющие условию $\sum_{j=1}^k \beta_j = 1$; $f_j(t, a_j)$ – плотности рас-

пределений составляющих законов;

a_j – векторы параметров составляющих законов;

a – вектор параметров суперпозиции законов

$$a = \{a_1, a_2, \dots, a_j, b_1, b_2, \dots, b_j\}.$$

На практике обычно используют смеси конечного типа, т.е. количество составляющих распределений $f_j(t, a_j)$ – конечно, в противном случае будет не определена размерность пространства неизвестных параметров.

Интерпретация j -го компонента смеси как j -го искомого класса (сгустка, скопления) обуславливает наложение дополнительного ограничения, требующего одномодальности (одновершинности) составляющих плотностей распределения $f_j(t, a_j)$. Этому требованию отвечают распределения экспоненциальное, нормальное, Вейбулла, которые наиболее часто используются в качестве математических моделей ресурса работоспособности резиновых деталей.

Экспоненциальное распределение является хорошей моделью внезапных отказов резиновых деталей, нормальное и Вейбулла распределения – моделью постепенных отказов, являющихся следствием усталостного разрушения резины, ее старения и износа. Поэтому эти распределения будем рассматривать как наиболее вероятные составляющие смеси распределений, и все необходимые математические выкладки будут приведены для указанных распределений.

С достаточной для практических целей точностью, оценку показателей надежности технических систем можно проводить с использованием смеси распределений, состоящих из 2-3 компонент при известных законах распределения.

В нашем случае, если некоторая часть элементов имеет скрытые технологические дефекты – «слабые места», а основная масса элементов, выходит из строя по причине износа, то математическая модель распределения времени безотказной работы выбрана в виде суперпозиции двух распределений: экспоненциального для дефектных экземпляров и распределения Вейбулла, отвечающего характеру износа (старения) для остальных. Плотность распределения смеси при этом будет иметь вид

$$W(t, a) = \beta_1 \lambda_1 \exp(-\lambda_1 t) + (1 - \beta_1) b_2 \lambda_2 t^{b_2 - 1} \exp(-\lambda_2 t^{b_2}) \quad (103)$$

или двух распределений Вейбулла

$$W(t, a) = \beta_1 \lambda_1 b_1 t^{b_1 - 1} \exp(-\lambda_1 t^{b_1}) + (1 - \beta_1) \lambda_2 b_2 t^{b_2 - 1} \exp(-\lambda_2 t^{b_2}) \quad (104)$$

где β_1 – доля внезапных отказов;

$\lambda_1, b_1, \lambda_2, b_2$ – параметры составляющих смесь распределений;

t – наработки на отказ.

Таким образом, задача оценки показателей надежности ЭЭК по неоднородным данным с учетом различных видов отказов сводится к задаче описания наработок на отказ конечной смесью распределений вида (102-104).

Разрушение резины обычно происходит постепенно и формирование отказов резинометаллических элементов связано с постепенным накопле-

нием повреждений: усталостных, износа, старения и т.д. Математическим отражением такого факта служат модели постепенных отказов, которые описывают ухудшение выходных параметров изделия, происходящее в процессе его эксплуатации. Решение задачи оценки и прогнозирования надежности в этом случае состоит в установлении выходного показателя (показателей), определяющего работоспособность элементов, оценку рассеяния начального значения этого показателя и изменения его величины во времени вплоть до отказа. Отказ возникает при достижении выходным параметром $x(t)$ своего предельно допустимого (критического) значения X_{max} . Вероятность безотказной работы $P(t)$ элемента на заданную наработку $t=T$ определится законом распределения выходного параметра $f_x(x)$, как вероятность невыхода его за допустимую границу X_{max} , т.е.

$$P(t=T) = P(X \leq X_{max}).$$

В общем случае временная зависимость выходного параметра имеет квазидетерминированный вид

$$x = f(u) = f[u(t)], \quad (105)$$

где $u(t)$ – обычно случайная функция степени повреждения;

$f(\dots)$ – описывает детерминированную зависимость, рассматривается функция случайного аргумента.

Оценка показателей надежности в этом случае сводится к нахождению плотности распределения функции f_x по закону распределения ее аргумента f_u . Общий метод решения таких задач рассматривается в курсах теории вероятностей.

Основная трудность состоит в обосновании выбора зависимости (105). Наиболее распространенный случай – выходной параметр соответствует линейной зависимости, а распределение ее аргументов нормальному закону. При более сложных или эмпирических законах распределения бывает трудно получить аналитические выражения для получения функций $f(t)$ или $P(t)$.

В каждом конкретном случае в качестве выходного параметра выбирают наиболее ответственный за работоспособность изделия параметр, большое значение при этом имеет сложность (а зачастую и практическая возможность) определения или визуального наблюдения за его изменением в реальных условиях эксплуатации.

В соответствии со сформулированными выше критериями отказов резиновых деталей в качестве выходного параметра для них может быть использован коэффициент жесткости, температура диссипативного разогрева, а также изменение во времени наиболее важных характеристик детали – модуля сдвига $G(t)$ и коэффициента диссипации энергии $\psi(t)$. Так, приняв за выходной параметр изменение во времени жесткости, а за отказ достижение жесткостью своего предельно допустимого (критического

значения), показатели надежности определяют по формулам [84, 92]. Данный методический подход может быть использован при расчете показателей надежности на стадии проектирования резинометаллических элементов.

4.3 Синергетическая модель разрушения резиновых и резинометаллических виброизоляторов

Как известно, физической причиной разрушения резины является флуктуация внутренних термодинамических параметров. В этой связи становится очевидным, что разрушение возникает в неравновесной области состояний и носит эволюционный характер. Известно также, что для равновесных и линейно-необратимых процессов существует отклик системы на флуктуации, возвращающий ее в исходное состояние, а, следовательно, включающий всякое необратимое изменение свойств материала и его разрушение.

В работе [61] дается критерий флуктуационной устойчивости термодинамических систем

$$\delta_x \sigma = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\delta^2 S}{2} \right) \geq 0,$$

где $\delta_x \sigma$ – избыток продукции энтропии вследствие флуктуаций;

δS – отклонение энтропии от равновесного значения в результате флуктуаций.

Отсюда видно, что появление отрицательного вклада в избыток продукции энтропии может нарушить флуктуационную устойчивость системы. Именно такие явления имеют место для открытых систем, в которых идут нелинейные необратимые процессы и разрушение материала.

Таким образом, разрушение материалов является одним из проявлений флуктуационной неустойчивости внутренних термодинамических параметров системы в нелинейно неравновесных процессах, каковыми являются достаточно интенсивные условия нагружения. Качественно это дает объяснение значительной разрушающей способности циклических нагрузок по сравнению со статическими.

Очевидно, что нелинейность процесса разрушения обусловлена взаимосвязью роста повреждений с общим уровнем поврежденности, т.е. в основе термодинамики разрушения лежит автокаталитический механизм.

Как известно, нелинейные процессы не имеют определенной кинетики, т.е. при заданных внешних условиях нагружения может реализовываться несколько кинетик. В каждый момент времени реализуется та кинетика, которая наиболее устойчива по отношению к флуктуациям внутренних параметров. При нарушении этой устойчивости происходит смена кинетик. Из практики известно, что разрушение материалов проходит, как правило, через некоторое число эволюционных этапов, последовательно

сменяющих друг друга. Условия, при которых происходит смена кинетик разрушения, получили название условий бифуркаций решений.

Флуктуационно-диссипативная теорема [62] устанавливает связь между уровнем флуктуации в термодинамической системе и диссипацией энергии. На связь диссипативных свойств эластомеров с разрушением указывается и в работе [63]. Здесь, в частности, отмечается, что если энергия разрушения для наполненных и ненаполненных эластомеров примерно одинакова, то около $4/5$ подведенной энергии рассеивается в случае типично наполненных и около $1/2$ (или несколько меньше) в случае ненаполненных.

Таким образом, можно констатировать, что закономерности разрушения эластомерных материалов в условиях как циклического, так и статического нагружения находят свое объяснение в рамках термодинамики необратимых нелинейных процессов. Это направление в современных исследованиях механики разрушения эластомерных материалов представляется наиболее общим и перспективным.

Используя концепции термодинамики необратимых процессов изложим основные положения синергетической модели разрушения резиновых и резинометаллических виброизоляторов. Созданию таких моделей посвящена литература [24, 62, 64]; многие исследователи сходятся во мнении, что создать единую модель адекватно отображающую особенности молекулярного строения резины для всех случаев нагружения весьма затруднительно. Функциональные механизмы деформирования и разрушения резины и ее физическая природа настолько специфичны и сложны, что любая модель является лишь некоторым, во многом условным, отображением того, что происходит в действительности. Существует также мнение, что именно сложность процессов, сопровождающих длительное нагружение резины (эффекты старения, влияние агрессивной внешней среды, нелинейность и т.д.) не позволяют создать такую интегральную модель, которая учитывала бы все многообразие механизмов разрушения. Тем не менее, существующие модели успешно используются при расчетах реальных резиновых и металлорезиновых систем, и это свидетельствует о том, что, по крайней мере, в феноменологическом смысле такие модели соответствуют уровню накопленной экспериментальной информации. Известно, что длительное нагружение резины, а именно этот тип нагружения наиболее интересен для виброизоляторов машин, в которых сочетаются статические и динамические нагрузки, вызывают в резиновом массиве необратимые изменения структуры материала и, следовательно, временные изменения его микро- и макрохарактеристик. Уровень знаний в механике резины позволяют смоделировать эти изменения и создать синергетическую модель, т.е. такую модель, в которой объединяются наиболее важные механизмы разрушения, проявляющиеся в коллективно-функциональ-

ном взаимодействии и влияющие друг на друга. Такая модель с одной стороны должна учитывать по возможности наиболее широкий спектр особенностей механического поведения резин, а с другой, использовать определенные допущения, которые не позволили бы стать ей чересчур громоздкой и поэтому мало пригодной для построения адекватной математической модели.

Имеющуюся на сегодняшний день информацию в области механики резины можно изложить в виде кратких эмпирических обобщений.

1. Резину необходимо рассматривать как неоднородную систему на поверхности и в объеме; анизотропия на поверхности вызвана поверхностными эффектами с повышенной поврежденностью тонкого слоя и концентрацией микроповреждений; в объеме анизотропия вызвана неоднородностью структуры и наличием определенного уровня микроповреждений [24, 55].

2. Циклическое нагружение резины приводит к образованию субмикротрещин, которые впоследствии превращаются в микротрещины; их величина определяется структурой материала [57-59].

3. Микротрещины, благодаря релаксации напряжений возле них, диссипируют энергию, которая приводит к резкому повышению температуры (до 420 К) и образованию так называемых зон термомеханического разрушения; эти зоны способны на определенное время тормозить рост трещин и уменьшать скорость изменения структуры резины [24].

4. Процесс разрушения резины отличается локальностью. Сущность локальности в следующем: в резине существует неоднородность структуры, а следовательно, и неоднородность полей напряжений и температур. Поэтому зарождение субмикротрещин и их эволюционный переход в микротрещины, концентрация последних и зарождение макротрещин носит вероятностный характер. Разрушение металлорезиновой системы начинается в локальных местах, как в объеме, так и на поверхности (очаги разрушения), т.е. в местах, где напряжения и температуры максимальны. При этом даже при зарождении и развитии магистральных трещин металлорезиновая система еще некоторое время сохраняет целостность, жесткостные и диссипативные характеристики и может соответствовать своим функциональным назначениям.

5. Процесс разрушения отличается дискретностью. В принципе это означает, что развитие микро- и макротрещин происходит в виде скачкообразно протекающих элементарных актов. В устье движущейся трещины по вероятному закону происходит слияние суб- и микродефектов и структура материала существенно изменяется в некотором локальном объеме; изменение структуры (с повышением концентрации повреждений) вызывает рост диссипации энергии, что, в свою очередь, вызывает еще большие структурные изменения материала; температура диссипативного ра-

зогрева в локальном объеме повышается вплоть до термодеструкции (расплавления) резины; трещина временно прекращает свой рост и при дальнейшем деформировании, т.е. при повышении скорости накопления упругой энергии, растет скачкообразно. На поверхности разрушения резины это вызывает определенные фрактографические особенности: бороздки, гребни, следы остановки фронта трещин и т.д. [24].

6. Основным видом разрушения большинства известных резиновых виброизоляторов при длительном циклическом нагружении является усталостное разрушение по классификации [24]. Закономерности этого разрушения предполагают наличие трех основных этапов. На первом этапе продолжительность t_1 в локальных объемах материала развивающиеся повреждения в виде субмикротрещин вследствие внешнего поля напряжений растут до некоторого критического значения, после чего объединяются в микротрещины. Развитие таких микротрещин, их слияние приводит к нарушению сплошности локального (характерного) объема, изменению структуры и зарождению макротрещины. Для ответственных силовых виброизоляторов появление макротрещин может служить отказом; для других элементов сигналом о том, что такой виброизолятор отработал основное время и его остаточный ресурс составляет менее 10 %. Длительность первого этапа составляет 90-96 % времени до полного отказа. Именно эта долговечность резины называется долговечностью при рассеянном разрушении или локальной долговечностью, обозначается t^* и определяется с помощью известных методов [24].

Второй этап характеризуется относительно медленным развитием магистральных усталостных трещин в объеме и на поверхности резинового массива; продолжительность его t_2 составляет 5-10 % времени до полного отказа.

Третий этап характеризуется быстрым развитием магистральных трещин; его продолжительность t_3 составляет 1-2 % времени до полного отказа. Как правило, на этом этапе происходит слияние макротрещин, и разделение образца на части.

Здесь уместны несколько важных замечаний.

- Природа усталостного разрушения носит вероятностный характер.
- При определении продолжительности этапов разрушения t_1 , t_2 , t_3 соблюдается неравенство $t_1 \gg t_2 \gg t_3$. Срок службы массивных резиновых виброизоляторов отождествляется со временем t_1 , определяющем локальную долговечность; именно этот срок службы и представляет основную ценность для инженерной практики.
- Срок службы $t_1 + t_2$ характеризует глобальную долговечность и определяется временем развития в трехмерном пространстве ансамбля магистральных трещин; для этого существует специальный математический аппарат, связанный с теорией трещин, здесь не рассматривается.

7. В металлорезиновых виброизоляторах в процессе их длительного циклического нагружения концентрация микрповреждений может локально возрастать на стыке резина-металл, благодаря микроструктурной неоднородности, вызванной концентрацией напряжений, а, следовательно, и температур, особенно в краевых областях. Скорость накопления таких микрповреждений может быть более высокой, чем в объеме резинового массива, и это может привести к появлению видимых на поверхности (и наблюдаемых внутри массива, например, при расчленении виброизолятора) усталостных трещин. Эти трещины растут до определенного размера, определяемого структурой материала и интенсивностью деформаций, после чего их рост прекращается вплоть до того момента, когда поврежденность материала в объеме резины достигает некоторого критического значения, определяемого временем t_1 (или t^*). В дальнейшем эти трещины, следуя вероятностной природе механизмов разрушения резин, могут медленно расти или сливаться с магистральными трещинами, приводя систему к глобальному разрушению, т.е. разделению виброизолятора на части. Здесь следует отметить, что усталостные трещины на стыке резина-металл в правильно сконструированных виброизоляторах редко определяют срок службы; при неправильном конструировании металлической арматуры и резинового массива трещины могут стать причиной отказа.

С учетом изложенного выше синергетическую модель циклического разрушения резиновых и металлорезиновых виброизоляторов можно представить следующим образом. В процессе длительного циклического нагружения концентрация субмикротрещин в объеме материала будет возрастать до того времени, когда их размеры станут критическими, и они начнут сливаться между собой, образуя микротрещины. Размер последних определяется структурой резины и составляет 10-100 мкм. На этом этапе утомления модуль сдвига (или упругости) растет примерно по экспоненциальному закону, а коэффициент диссипации почти линейно уменьшается. Такое изменение макрохарактеристик резин связано как с ростом концентрации микрповреждений, так и с общим старением материала; феноменологически это изменение является в целом результатом изменения структуры, разделить эти процессы и выделить долю, например, участия роста микрповреждений на сегодняшний день не представляется возможным.

Изменения структуры могут быть таковыми, что жесткостные и диссипативные характеристики виброизолятора могут выйти за пределы допускаемых значений, величины которых определяются из условий нормального функционирования механической системы. К такому же отказу может привести и наличие чрезмерной остаточной деформации, вызванной общим старением резины.

Дальнейшее нагружение приводит к росту микротрещин, их локальному слиянию и зарождению магистральных трещин. На этой стадии разрушения виброизолятора происходит существенное изменение его физико-механических характеристик. Модуль сдвига уменьшается, а коэффициент диссипации энергии за счет высокой концентрации микроповреждений резко возрастает; его рост продолжается до отказа [2-5]. Следует подчеркнуть, что на всех стадиях разрушения виброизолятора экспериментально определяемые параметры (модуль сдвига, коэффициент диссипации энергии, коэффициент Пуассона) являются интегральными характеристиками.

Изложенная синергетическая модель наиболее полно учитывает все особенности циклического разрушения металлорезиновых систем и позволяет построить алгоритм для определения их локальной долговечности, т.е. времени до отказа системы в локальных объемах. Обычно для этого следует использовать такие макрохарактеристики системы, которые интегрально описывали бы процесс разрушения вплоть до появления магистральных трещин; с этой целью используют время t^* или количество циклов N^* . При инженерных расчетах можно использовать допускаемые значения напряжений $[\sigma]$, относительных деформаций $[\varepsilon]$ и температуры диссипативного саморазогрева $[T]$.

4.4 Алгоритм выбора параметров и расчета долговечности резинометаллических виброизоляторов

Такой алгоритм будем строить на комплексном подходе к расчету металлорезиновых систем с учетом взаимосвязи аналитических расчетов, оптимального синтеза и экспериментальной информации о реологических, теплофизических и усталостных параметрах резины и виброизолятора. Алгоритм является обобщенным и включает в себя решение ряда промежуточных задач, имеющих вполне самостоятельное значение. Согласно алгоритму последовательность решения задач принимается следующей.

1. Для рассматриваемой машины при решении соответствующих уравнений движения определяется приведенная жесткость виброизолирующей системы и необходимые диссипативные свойства; методами рационального конструирования определяются геометрические размеры виброизоляторов; методом оптимального синтеза или с учетом экспериментального опыта выбирается подходящая марка резины, и определяются ее физико-механические и теплофизические характеристики.

2. С учетом реологических характеристик резины определяются жесткостные параметры виброизоляторов; при необходимости может быть выполнено изменение их геометрических размеров или формы.

3. Производится прогнозирование долговечности виброизолятора с учетом доступной экспериментальной информации: эффекты старения, действие внешней агрессивной среды и т.д.

Процедура прогнозирования долговечности резинометаллических систем предусматривает решение взаимосвязанных между собой следующих уравнений:

- уравнений равновесия и совместности деформаций для определения напряженно-деформированного состояния виброизолятора;
- реологических уравнений, учитывающих вязкоупругие эффекты в резине для определения ее реологических параметров;
- уравнение теплопроводности с внутренним источником тепла для определения температурного поля в резиновом массиве;
- критериальных уравнений разрушения, связывающих параметры разрушения системы со временем наработки до отказа.

Рассмотрим эти уравнения более подробно.

1) уравнения равновесия

$$\nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \vec{u} = 0, \quad (106)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа;

\vec{u} – вектор перемещений;

ν – коэффициент Пуассона с граничными условиями, отражающими условия нагружения, в частности, при кинематическом возбуждении опорных поверхностей виброизолятора;

$u_r = 0, \quad u_z = 0$ – на нижней грани резинового массива,

$u_r = 0, \quad u_z = FA_0 \sin \omega t$ – на верхней грани резинового массива;

u_r, u_z – радиальное и осевое перемещения соответственно, напряжения $\tau_{rz}, \tau_z = 0$ – на боковой поверхности виброизолятора;

2) уравнение стационарной теплопроводности

$$k \text{ div grad } T + D' = 0, \quad (107)$$

где k – коэффициент теплопроводности;

D' – усредненная за цикл диссипативная функция, определяемая выражением:

$$D' = \frac{\omega}{2\pi} \left[2G'' \left(|\varepsilon_z|^2 + |\varepsilon_\varphi|^2 + |\varepsilon_r|^2 + 2|\varepsilon_{rz}|^2 + \frac{(3K'' - 2G'')}{3|\varepsilon_z + \varepsilon_\varphi + \varepsilon_r|^2} \right) \right], \quad (108)$$

$\varepsilon_z, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_r, \varepsilon_{rz}$ – компоненты тензора деформаций, вычисляемые через перемещения u_r, u_z по формулам теории упругости;

$$G'' = \frac{G_0 \nu}{2\pi}; \quad 3K'' = \frac{2G''(1+\nu)}{1-2\nu},$$

G'' – динамический модуль упругости;
 ψ – коэффициент диссипации энергии.

Граничные условия в предположении конвективного теплообмена с окружающей средой, происходящего на поверхности виброизолятора, имеют вид:

$$\begin{aligned} k \operatorname{grad} T \vec{n} &= \alpha_1 (T - T_0) & \text{– на боковой поверхности;} \\ k \operatorname{grad} T \vec{n} &= \alpha_2 (T - T_0) & \text{– на опорных поверхностях;} \\ T &= T_0 & \text{в начальный момент времени,} \end{aligned} \quad (109)$$

где T_0 – температура окружающей среды;

3) уравнение локальной долговечности

$$\int_0^{t^*} \dot{U}_\rho dt = \int_0^{t^*} (\tau_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{q} + \dot{\chi}) dt,$$

где \dot{U}_ρ – часть внутренней энергии, которая расходуется на перестройку системы (разрушение);

$\tau_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ – энергия, диссипируемая в материале при его деформировании;

\dot{q} – тепловая энергия;

$\dot{\chi}$ – энергия немеханического воздействия;

t^* – время локального разрушения.

В рассматриваемой схеме расчета используется энергетический критерий разрушения, как наиболее перспективный в настоящее время и обладающий большими потенциальными возможностями. Критерий сочетает теоретические возможности термодинамики процессов разрушения и механики сплошной среды и формулируется следующим образом: разрушение системы происходит в тот момент, когда плотность энергии разрушения достигнет некоторой критической величины, являющейся постоянной характеристикой материала. Применительно к резиновым деталям этот критерий обоснован в [24], там же проведена конкретизация критериальных уравнений для расчета долговечности резинометаллических блоков и шарниров. При выводе этих уравнений существенным является предположение о том, что вся энергия, диссипируемая в материале, расходуется на два процесса: теплообразование и разрушение. Это допущение справедливо для установившихся процессов, связанных с производством и отдачей тепла и с независимостью свойств материала от температуры, что справедливо в определенном диапазоне частот и амплитуд нагружения. Существенным при выводе этих уравнений является также наличие решений задачи (106)-(109) в замкнутом виде.

Для описания термомеханического поведения исследуемых виброизоляторов такие решения построить невозможно, для расчета полей температур в рамках конечноэлементного анализа используются численные

методы; в этой связи целесообразно принять критериальное уравнение в виде [40]

$$t^* = \Delta U_o^* / D, \quad (110)$$

где ΔU_o^* – как и выше критическое значение диссипируемой в материале энергии;

t^* – время разрушения локального объема, определенного значением D' согласно (108).

Еще раз отметим, что критериальное уравнение (110) справедливо в применении к описанию процессов усталостного разрушения, протекающего в диапазоне температур

$$0 < T < T_{дон},$$

где $T_{дон}$ для большинства амортизационных резин равно $\approx 60-70$ °С.

В этом диапазоне температур свойства слабо- и средненаполненных резин на основе натурального НК и синтетического изопренового СКИ-3 каучуков можно принять постоянными [24].

При постановке задач (106-110), кроме указанных выше предположений, были приняты также следующие экспериментально обоснованные положения:

- 1) материал виброизоляторов линейно-вязкоупругий;
- 2) напряженно-деформированное состояние квазистатическое, т.е. все компоненты тензоров напряжений и деформаций изменяются по гармоническому закону согласно условиям нагружения;
- 3) коэффициент Пуассона – постоянная величина.

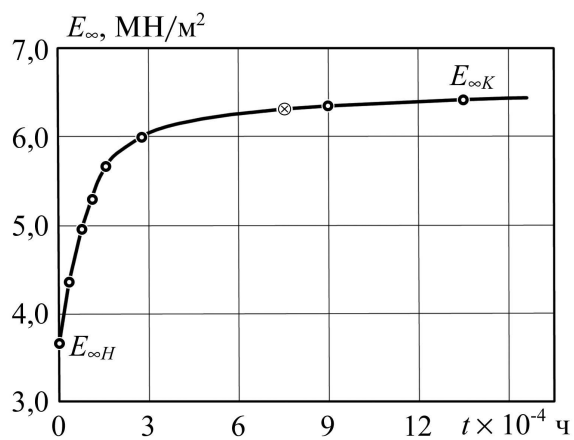
4.5 Изменение физико-механических характеристик резинометаллических виброизоляторов в процессе длительного циклического нагружения.

Известно [24], что в процессе длительного хранения или нагружения реологические характеристики резины не остаются постоянными, а со временем претерпевают изменения. Такие изменения могут происходить и от действия внешней среды: тепла, масел, щелочей, солнечной радиации. В ряде случаев именно они являются основной причиной отказа, т.к. параметры системы могут выйти за пределы допустимых. Такие процессы, как правило, охватывают все механические, химические и электрические явления, которые в своем синергетическом взаимодействии приводят к необратимому изменению структуры резины. Причин временных изменений параметров резины довольно много, но в механике обычно фигурируют две: структурирование и деструкция. Структурирование приводит к увеличению жесткостных характеристик и снижению диссипации и появлению остаточных деформаций; деструкция связана с разрушением молекулярной сетки и приводит к снижению жесткости системы. Для исследуемой резины преобладающим является структурирование.

Известно [24], что со временем параметры резины могут изменяться на 50 % и более и без учета таких изменений расчет виброизолятора, особенно прогнозирование долговечности, будет неполным. При этом наиболее достоверные данные можно получить в процессе длительного нагружения. Именно такие данные были получены при наблюдении за системой виброизоляции смесителя со следующими параметрами:

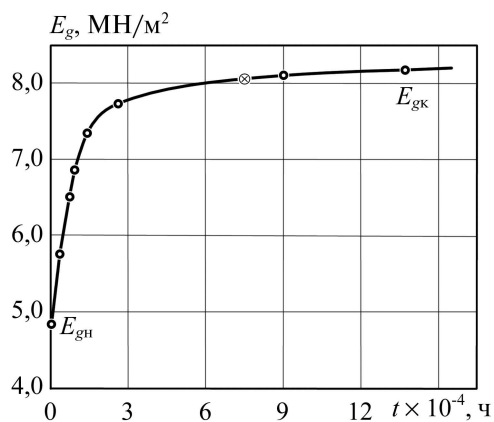
- количество виброизоляторов: опорных – 26, упорных – 8;
- статическая нагрузка на один опорный виброизолятор – 15,0 кН;
- виброизоляторы металлорезиновые типа ВРМ903 с размерами резинового элемента: диаметр 180 мм, высота 100 мм;
- резина 2959 со следующими начальными физико-механическими характеристиками: условно-равновесный модуль упругости $E_{\infty} = 3,7 \text{ МН/м}^2$; динамический (при частоте вынужденных колебаний смесителя $\omega = 14 \text{ Гц}$ и малых амплитудах нагружения $A < 10 \text{ мм}$, т.е. $\varepsilon < 10 \%$) модуль упругости $E_{\partial} = 4,8 \text{ МН/м}^2$; коэффициент диссипации энергии $\psi = 0,31$.

Наблюдение за системой виброизоляции в общей сложности велось в течение 16 лет: периодически виброизоляторы (не менее трех) извлекались из системы и подвергались комплексу механических испытаний по методикам [24]. Результаты испытаний представлены на рис. 18 – рис. 20.



\otimes – нижняя граница срока службы виброизолятора (примерно 10 лет)

Рис. 18 – Временная зависимость условно-равновесного модуля сжатия



\otimes – нижняя граница срока службы виброизолятора

Рис. 19 – Временная зависимость динамического модуля сжатия

Обработка результатов испытаний проводилась согласно методике [24, 60]; как видно изменения условно-равновесного модуля упругости и динамического модуля упругости происходило по экспоненциальному закону; функциональная зависимость $E(t)$ может быть принята в виде

$$E_{\infty}(t) = E_{\infty H} + (E_{\infty K} - E_{\infty H}) \exp(k_E t); \quad E_{\partial}(t) = E_{\partial H} + (E_{\partial K} - E_{\partial H}) \exp(k_E t), \quad (111)$$

где $E_{\infty n}$ и $E_{\infty d}$ – начальные значения соответственно статического и динамического модуля упругости;

$E_{\infty k}$ и $E_{\infty \kappa}$ – их конечные значения.

Для виброизолятора ВРМ-903:

$E_{\infty n} = 37,0$ МПа, $E_{\infty k} = 62,9$ МПа;

$E_{\infty d} = 48,0$ МПа; $E_{\infty \kappa} = 81,6$ МПа,

константа скорости $k_E = 1,1 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹.

Функциональная зависимость $\psi(t)$ практически линейная

$$\psi(t) = \psi_0 - k_\psi t, \quad (112)$$

где ψ_0 – начальное значение коэффициента поглощения энергии;

k_ψ – константа скорости.

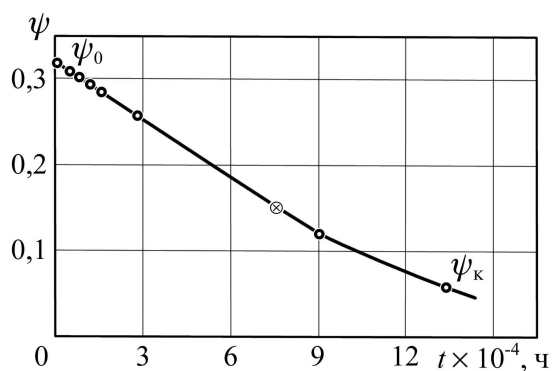
Для рассматриваемого виброизолятора: $\psi_0 = 0,31$; $k_\psi = 0,083 \cdot 10^{-8}$ с⁻¹.

Следует подчеркнуть, что за время эксплуатации виброизолятора ($t \cong 16$ лет) модуль упругости изменился на 70 %, а коэффициент диссипации энергии более чем на 300 %, что в целом свидетельствует об изменении структуры материала, изменении его релаксационных свойств и потере способности поглощать энергию механических колебаний.

На практике такие изменения основных параметров резины привели к следующему: система виброизоляции сохраняла эффективность в течение примерно 9-10 лет (около 70-85 тыс. часов); при дальнейшей эксплуатации параметры резины вышли за пределы допускаемых, остаточная деформация виброизолятора составила 6 % (6 мм) и система виброизоляции потеряла свое функциональное назначение: амплитуда колебаний корпуса смесителя превысила санитарные нормы.

4.6 Прогнозирование долговечности резинометаллических виброизоляторов с учетом изменения во времени механических характеристик

Как уже отмечалось, такое прогнозирование будем вести по трем, совершенно различным критериям разрушения: по энергетическому критерию диссипативного типа, по критерию развивающейся в резине поврежденности и по допускаемым напряжениям и деформациям сжатия; критерий по допускаемой температуре разогрева резины ($T_p \leq 80-90$ °С) в данном случае неприемлем, т.к. температура диссипативного разогрева в сочетании с внешним температурным полем при эксплуатации в условиях горно-металлургических предприятий намного ниже допускаемой рабочей температуры резины.



⊗ – нижняя граница срока службы виброизолятора

Рис. 20 – Временная зависимость коэффициента поглощения энергии

Прогнозирование долговечности виброизоляторов с использованием энергетического критерия разрушения. Аналитические выражения для рассматриваемого случая имеют вид [24]:

$$\int_0^{t^*} \dot{U}_p dt = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dt + \dot{\chi} - \dot{q}) dt; \quad (113)$$

$$\int_0^{t^*} \dot{U}_p dt = \Delta U_p^*; \quad (114)$$

$$N^* = \frac{\Delta U_p^*}{0,5 |E^*| \varepsilon^2 \psi (1 - \eta_T) f(x, y, z)}$$

где $t^* = 2\pi N^* / \omega$ – время до локального разрушения виброизолятора;

N^* – количество циклов до локального разрушения виброизолятора;

$|E^*|$ – абсолютное значение комплексного модуля упругости;

ε – относительная деформация виброизолятора;

ΔU_p^* – предельное (критическое) значение плотности энергии, идущей на разрушение резины;

ψ – коэффициент диссипации энергии;

η_T – коэффициент, показывающий какая часть диссипируемой в резине энергии расходуется на теплообразование;

$f(x, y, z)$ – функция, характеризующая распределение полей напряжений и деформаций в нагруженном виброизоляторе;

\dot{q} – тепловой поток;

χ – энергия внешней агрессивной среды, например, энергия внешнего теплового поля.

В рассматриваемом случае нагружение виброизолятора характеризуется стационарным полем температур от диссипативного саморазогрева, и поэтому параметр η_T в первом приближении можно принимать не зависящим от условий нагружения и температуры внешней среды; его можно принимать также постоянным по объему резины.

При таких допущениях критериальное уравнение (114) для центральной области виброизолятора можно записать в более упрощенном виде

$$N^* = \frac{\Delta U_p^*}{0,5 |E^*| \varepsilon^2 \psi \eta_p}, \quad (115)$$

где $\eta_p = 1 - \eta_T$ – коэффициент, характеризующий часть энергии, идущей непосредственно на разрушение структуры резины; для резины 2959 $\eta_p = 0,52$ [24].

Или с учетом

$$\eta_p = \Delta U_p^* / \Delta U_\delta^* \quad (116)$$

получаем

$$N^* = \frac{\Delta U_{\delta}^*}{0,5|E^*|\varepsilon^2\psi}, \quad (117)$$

где ΔU_{δ}^* – критическое (допускаемое) значение плотности энергии, диссипируемой в виброизоляторе при нагружении.

Если параметры резины $|E^*|$ и ψ зависят от времени нагружения виброизолятора, то выражение (117) можно переписать в виде

$$N^* = \frac{\Delta U_{\delta}^*}{0,5|E^*(t)|\varepsilon^2\psi(t)}, \quad (118)$$

или

$$\frac{\varepsilon^2}{2} \cdot \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{t^*} |E^*(t)|\psi(t) dt = \Delta U_{\delta}^*. \quad (119)$$

Следует отметить, что здесь время до локального разрушения виброизолятора t^* отождествляется с разрушением центральной области резинового массива.

Перепишем эволюционные уравнения для динамического модуля упругости и коэффициента диссипации энергии в виде

$$E_{\delta}(t) = E_{\delta n} + (E_{\delta k} - E_{\delta n}) \exp(k_E t), \quad \psi(t) = \psi_n - k_{\psi} t.$$

При подстановке этих выражений в (49) получим уравнение в виде

$$\begin{aligned} E_{\delta k} \psi_k t^* - \frac{E_{\delta k} k_E \psi}{2} t^{*2} + \frac{k_{\psi} (E_{\delta k} - E_{\delta n})}{k_E^2} \cdot [\exp(-k_E t^*) (k_E t^* + 1) - 1] + \\ + \frac{\psi_k (E_{\delta k} - E_{\delta n})}{k_E^2} [\exp(-k_E t^*) - 1] = \frac{4\pi}{\varepsilon^2 \omega} \Delta U_{\delta}^*. \end{aligned} \quad (120)$$

Пренебрегая последними двумя членами уравнения (120) ввиду их малости, получаем

$$E_{\delta k} \psi_k t^* - \frac{E_{\delta k} k_E \psi}{2} t^{*2} = \frac{4\pi}{\varepsilon^2 \omega} \Delta U_{\delta}^*. \quad (121)$$

Экспериментальные данные и анализ уравнения (121) показывают, что основной вклад в долговечность виброизолятора вносит изменение коэффициента диссипации энергии; за 15 лет нагружения модуль упругости изменился на 70 %, а коэффициент диссипации более чем на 300 %. Поэтому прогнозирование долговечности можно проводить по формуле [24]

$$\Delta U_p^* = \eta_p \varepsilon^2 E_{\delta k} (N^*) (\psi_0 N^* - k_{\psi} N^{*2}) / 2. \quad (122)$$

Пример. Рассмотрим прогнозирование долговечности виброизолятора типа ВРМ903М из резины 2959 при следующих параметрах уравнения

$$(52): \quad \psi_0 = 0,31; \quad \eta_p = 0,52; \quad E_{\text{ок}} = 81,6 \text{ МН/м}^2; \quad k_{\psi} = 0,083 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}; \\ \Delta U_p^* = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ Дж/м}^3; \quad \varepsilon = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

При этом величина ΔU_p^* получена в [24] для резины 2959, исследуемой при малых (относительный сдвиг $\gamma = 0,01$) деформациях сдвига в течение более 70000 часов циклического нагружения, что весьма близко к условиям эксплуатации металлорезинового виброизолятора ВРМ903 в условиях эксплуатации смесителя. Величина относительного сжатия резинового элемента $\varepsilon = 0,003$, что соответствует максимальным амплитудам колебаний корпуса смесителя.

При решении квадратичного уравнения

$$0,6 \cdot 10^{12} = 0,52 \cdot (3 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 81,6 \cdot 10^6 (0,31 N^* - 0,083 \cdot 10^{-8} N^{*2}) / 2$$

получаем $N^* = 1,3 \cdot 10^{10}$ циклов.

При частоте нагружения 14 Гц и круглосуточной работе (в год $4,4 \cdot 10^8$ циклов) это соответствует примерно 29 годам эксплуатации. Такая долговечность не противоречит ранее полученным экспериментальным данным для резины 2959 [24]: резинометаллические шарниры типа ШРМ102 при деформациях циклического сдвига ($\gamma = 0,02$), используемые в качестве упругих звеньев вибрационных конвейеров КВ2Т (частота колебаний 12,6 Гц), в условиях химического предприятия отработали примерно 26 лет; из наблюдаемой партии шарниров (около 300 образцов) вышло из строя два элемента вследствие отрыва резинового массива от металлической арматуры, остальные находились в нормальном (с точки зрения сохранности геометрической формы и целостности резинового массива) состоянии.

Как видно, долговечность виброизоляторов ВРМ903 $t^* = 29$ лет соответствует локальной долговечности центральной области резинового массива, и не противоречит эксплуатационным данным; в принципе долговечность до отказа может быть и больше. На практике же следует учитывать, прежде всего, функциональное назначение виброизолятора.

Рассмотрим с этой точки зрения систему виброизоляции смесителя. До виброизоляции амплитуда колебаний корпуса смесителя составляла (0,22-0,5) мм, после виброизоляции – 0,035 мм; эксплуатация осуществлялась в течение 15 лет. За это время виброизоляторы получили примерно (без учета простоев на ремонт смесителя) $6,6 \cdot 10^9$ циклов нагружения. Длительная эксплуатация привела к изменению жесткостных и диссипативных свойств резины: модуль упругости изменился на 70 %, коэффициент диссипации на 300 %. Это, в свою очередь, привело к изменению параметров виброизоляции: амплитуда колебаний корпуса смесителя через 10 лет увеличилась до 0,33 мм, что не соответствовало ни санитарным, ни технологическим нормам. На практике система виброизоляции соответст-

вовала требуемым нормам примерно в течение 9-10 лет (т.е. $(4 \div 4,4) \cdot 10^9$ циклов нагружения). Следует также отметить, что остаточная деформация резинового массива при этом составила 6 мм, т.е. 6 %.

Таким образом, критерием отказа виброизолятора будет выход параметров за пределы допускаемых значений; на рис. 2 – рис. 4 эти значения параметров отмечены и составляют: $\psi_{пред} = 0,12-0,15$; $E_{дпред} = 81,0 \text{ МН/м}^2$; $E_{\infty} = 6,2 \text{ МН/м}^2$.

Уравнения (110), (113) и (118) являются универсальными и позволяют включать в алгоритм определения локальной долговечности вязкоупругой системы такие эффекты как старение материала, действие внешней активной среды, физическую нелинейность, например за счет амплитудной зависимости модуля сдвига и эффекта на торцах, за счет сложного напряженного состояния и т.д.

Перепишем уравнение (110) в виде

$$t^* = \Delta U_{\sigma}^* / D(\bar{x}, t, e), \quad (123)$$

где D – полная механическая энергия, которая рассеивается в резине при циклическом нагружении

$$D = \frac{\omega}{2} (\sigma_{ij}'' \varepsilon_{ij}' - \sigma_{ij}' \varepsilon_{ij}''); \quad (124)$$

\bar{x} – координаты рассматриваемой области резинового массива;

e – интенсивность деформаций;

В зависимости от требуемой точности уравнение (123) позволяет использовать три метода: первый метод – локальный позволяет определить t^* в произвольных точках (в основном в центральной области) резинового массива (кроме угловых точек); второй метод – локально-усредненный, использует усредненные по объему значения усредненной функции D , которая имеет вид

$$\bar{D} = \langle D(\bar{x}, t) \rangle = \frac{1}{V} \int_V D(\bar{x}, t) dV \quad (125)$$

Третий метод предполагает исследование угловых точек вязкоупругой системы.

Для рассматриваемого виброизолятора

$$\bar{D} = C \omega \psi A^2 / (4\pi V), \quad (126)$$

где A – амплитуда деформации;

V – объем резинового массива;

C – жесткость резинового элемента,

$$C = E_{\infty} F \beta_n / H; \quad (127)$$

F – площадь резинового элемента;

H – высота резинового элемента;

β_n – коэффициент заделки элемента или коэффициент ужесточения на торцах

$$\beta_n = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu) + 15,42\nu(1 - \nu)x_0^2}, \quad (128)$$

$$x_0 = H/R;$$

R – радиус элемента.

Тогда уравнение (123) можно переписать в виде

$$t^* = 4\pi\Delta U_\delta^* V H / (\omega \psi A^2 E F \beta_n). \quad (129)$$

Уравнение (129) позволяет учесть особенности на торцах виброизолятора с помощью параметра β_n .

Прогнозирование долговечности виброизоляторов по критерию развивающейся в резине поврежденности. Для этого воспользуемся термофлуктуационной теорией прочности и критерием длительного разрушения резин.

$$\Delta P_{кр} = \int_0^{t^*} \dot{P}(t) dt$$

где $\Delta P_{кр}$ – критическое значение в резине.

Критерий постулирует следующее: вязкоупругая система локально разрушится при условии, что накапливаемая в течение времени поврежденность $P(t)$ достигает некоторого критического значения $\Delta P_{кр}$. При этом разрушение рассматривается как процесс накопления повреждений, зависящий от температуры, условий нагружения и активности внешней среды. Экспериментально установлено, что на поверхности и в объеме резины приращение накопления повреждений ΔP (в основном разрывов в молекулярной цепи) подчиняется закономерностям реакции первого порядка и описывается уравнением типа

$$\Delta P_{кр}(t) = \Delta P_\infty [1 - \exp(-k_\sigma t)] \quad (130)$$

где k_σ – константа скорости;

ΔP_∞ – приращение накопления перенапряженных в молекулярных цепях связей, способных порваться под действием тепловых флуктуаций.

В целом термофлуктуационная теория прочности твердых тел предполагает, что разрушение представляет собой кинетический процесс, активированный внешним механическим полем и температурой и подчиняющийся уравнению Журкова

$$t = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{RT}\right), \quad (131)$$

где τ_0, γ, R – постоянные;
 U_0 – энергия активации;
 σ – напряжение в резине.

Величины $\Delta P_\infty, \Delta P_{кр}, U_0, \gamma$ были найдены экспериментально для ряда резин в [24]; там же получено и критериальное уравнение вида

$$t^* = \tau_0 \ln \frac{\Delta P_\infty}{\Delta P_\infty - \Delta P_{кр}} \exp \left[\frac{U_0 - \gamma(\sigma, T)\sigma}{RT} \right]. \quad (132)$$

Здесь: $\tau_0 = 10^{-13} \text{ с}^{-1}$; $R = 8,32 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К})$.

Функция поврежденности резины $\ln \left(\frac{\Delta P_\infty}{\Delta P_\infty - \Delta P_{кр}} \right)$ определялась при экспериментальных исследованиях модельных образцов; $\Delta P_{кр} = (3,5 \div 3,7) \cdot 10^{19} \text{ 1/см}^3$ для объема резинового массива; в относительных единицах $\Delta P_{кр} = 5,2 \div 5,6$; $\Delta P_\infty = 7,0 \div 7,5$; для исследуемой резины при $T = 335 \text{ К}$ функция поврежденности принималась $3,5 \div 4,5$ [24].

Энергия активации резины U_0 зависит в основном от поля напряжений и определяется из зависимости $U_0(\sigma)$, полученной экспериментально; для напряжений порядка $0,1-0,3 \text{ МПа}$ величина $U_0 = (120-134) \cdot 10^6 \text{ Дж/кмоль}$; постоянная γ характеризует влияние полей температур и напряжений на процесс разрушения и при температурах $T \leq 345 \text{ К}$ можно принимать: при $\sigma \leq 0,15 \text{ МПа}$, $\gamma = 32 \div 36$; при $\sigma \leq 0,25 \text{ МПа}$, $\gamma = 25 \div 27$.

Пример. Определим локальную долговечность виброизолятора ВРМ-903М при следующих параметрах уравнения (132):

$$\tau_0 = 10^{-13} \text{ с}^{-1}; \gamma = 26,6; R = 8,32 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К});$$

$$U_0 = 125,4 \cdot 10^6 \text{ Дж/кмоль}; \sigma = 0,18 \div 0,24 \text{ МПа};$$

$$\ln \left(\frac{\Delta P_\infty}{\Delta P_\infty - \Delta P_{кр}} \right) = 4,5;$$

температура нагрева образца $T = 299 \text{ К}$ определялась как эквивалентная температура по ГОСТ 9.713-86 [9].

$$t^* = 10^{-13} \cdot 4,5 \cdot \exp \left(\frac{125,4 \cdot 10^6 - 26,6 \cdot 0,18 \cdot 10^6}{8,32 \cdot 10^3 \cdot 299} \right) = 4,51 \cdot 10^8 \text{ с}.$$

Т.е. долговечность до отказа составляет примерно 14 лет, что меньше, чем по формуле (122), но ближе к реальному сроку эксплуатации $9 \div 10$ лет.

Критерий разрушения (132) наиболее полно отражает физическую сущность процесса разрушения резины, так как включает в себя и микроструктурные характеристики материала и его макрохарактеристики. Он довольно прост и имеет малый объем вычислительных работ. Однако он

обладает рядом недостатков, не позволяющим его широко использовать в инженерной практике. Прежде всего, это необходимость располагать довольно широким спектром экспериментальных данных; при наличии экспериментальной информации он не только позволяет прогнозировать долговечность образца, но и выбрать подходящую марку резины или назначить более правильный режим нагружения.

Прогнозирование долговечности виброизоляторов по инженерным критериям разрушения. При прогнозировании долговечности по таким критериям в качестве параметров, характеризующих поле нагружений и поле температур виброизолятора, используют допускаемые значения температур, напряжений и деформаций. Для массивных металлорезиновых виброизоляторов из средненаполненных резин такие допускаемые значения были получены рядом авторов. Среди них В.Н. Потураев, Б.М. Горелик, Е.Т. Григорьев, В.И. Дырда, Гебель, Кервилсон, Деви и другие; полученные результаты обобщены в разное время в [2,32] и для резины 2959 сведены в табл. 12.

Если для рассматриваемого виброизолятора в качестве условия длительного срока службы выбрать критерий разрушения по допускаемым относительным деформациям сжатия (при статическом и динамическом нагружении условие $T < T_{кр}$ безусловно соблюдается), то:

при статическом сжатии $\varepsilon_{ст} = 12 \%$; $\varepsilon_{ст} < [\varepsilon]$;

при динамическом сжатии $\varepsilon_{дин} = 0,3 \%$; $\varepsilon \ll [\varepsilon]$.

Таблица 12 – Допускаемые значения напряжений и деформаций для виброизоляторов при сжатии

Тип резины	При статическом нагружении		При длительном циклическом нагружении*	
	σ , МПа	ε , %	σ , МПа	ε , %
2959	0,9 ÷ 1,1	15 ÷ 20	0,4	5 ÷ 10

Примечание: Режим нагружения предполагает $T < T_{кр}$ и в этом случае $t^ > 5000$ ч.

Как видно, условия соблюдены, и можно утверждать, что долговечность виброизолятора до отказа будет $t^* > 5000$ часов, что и подтверждается практикой. Такая односторонняя оценка не позволяет прогнозировать реальный срок службы виброизолятора, но с довольно большой точностью позволяет установить гарантированную (при соблюдении правил конструирования, технологии изготовления и условий эксплуатации) нижнюю границу наработки на отказ.

4.7 Прогнозирование надежности резинOMETаллических виброизоляторов при длительных циклических нагружениях

Общие сведения.

Проблемы надежности и долговечности являются основными проблемами практически для всех отраслей промышленности. Для современных горных машин характерны такие направления их развития как увели-

чение степени автоматизации, увеличение нагрузок, скоростей, температур, стремление к уменьшению габаритов и массы, повышение требований к точности функционирования, к эффективности их работы и т.д.

Усложнение машин и усиление требований к ним привели к необходимости повышения требований к их надежности и долговечности. Каждая остановка машины из-за повреждений отдельных ее элементов или снижения их технических характеристик ниже допустимого уровня препятствует эффективному функционированию машины, делает ее ненадежной, влечет за собой материальные убытки, а иногда имеет катастрофические последствия. В настоящее время в горных машинах, работающих при длительных циклических нагрузках (вибрационные машины – грохоты, питатели, мельницы; смесители, вентиляторы, окомкователи, дробилки и т.д.) одним из основных звеньев, определяющих их режим работы, долговечность и надежность, являются резиновые и резинометаллические детали. Благодаря их использованию удалось резко снизить вибрации и шум, повысить долговечность и надежность машин и уменьшить их вредное влияние на операторов.

Как всякая прикладная отрасль знаний наука о надежности базируется на фундаментальных математических и естественных науках, на тех их разделах и теоретических разработках, которые способствуют решению поставленных задач.

Особое значение для науки о надежности, при этом, как и для любой науки, имеет вопрос о применении математического аппарата. В последние годы возросли объем и уровень исследований, посвященных вероятностным методам расчета конструкций на надежность и долговечность, разработаны основы общей теории надежности конструкций, основанной на теории случайных функций, даны различные примеры расчетов надежности конструкций [65-106].

Для анализа различных вариантов потери машиной или отдельной системой, конструкцией, элементом работоспособности необходимо представить вначале математическую модель этого процесса.

Математическая модель должна быть результатом формализации описания процесса и учитывать, насколько это возможно, все основные закономерности процесса. Построение математической модели складывается обычно из следующих последовательных этапов [67]: описание процесса, формализационная схема процесса, математическая модель.

Описание процесса концентрирует сведения о физической природе протекающих процессов старения, условиях эксплуатации изделия, количественных характеристиках элементарных явлений, результатах наблюдений за работоспособностью изделия при эксплуатации и испытаниях.

Формализованная схема процесса – это промежуточный этап к построению математической модели. Она полностью использует данные

экспериментального исследования процесса. В схеме процесса, как правило, графически или в виде таблиц представляются основные зависимости и выясняются все вопросы, связанные с интерполяцией и экстраполяцией экспериментального материала.

Математическая модель представляет собой систему соотношений, связывающих характеристики процесса и исходные показатели изделия с его выходными параметрами.

В общем виде процесс потери объектом работоспособности может быть представлен в виде траектории случайной функции $x(t)$ в n – мерном фазовом пространстве. Рассматривая модель надежности изделия, как эволюцию системы во времени в фазовом пространстве, Гнеденко [69] для оценки в общем виде показателей надежности использует понятие функционала Φ .

Считается, что функционал Φ определен на процессе, если каждой траектории $x(t)$ ставится в соответствие некоторое число $\Phi[x(t)]$. Это число характеризует роль данной траектории (реализации процесса) в потере изделием работоспособности. Тот или иной показатель надежности φ определяется как математическое ожидание функционала, т.е.

$$\varphi = M \left[\Phi [x(t)] \right].$$

Так, если функционал Φ равен длительности работы изделия до попадания в область отказов $G_{от}$, то $\Phi = T$ случайная величина, равная сроку службы данного изделия, а математическое ожидание будет представлять собой среднее время безотказной работы изделия $\varphi = T_{ср}$. Если же функционал Φ принимаем равным единице при нахождении траектории процесса в области G_1 и равным нулю при попадании в область отказов $G_{от}$, то математическое ожидание данного функционала будет равно вероятности безотказной работы $P(t)$ в интервале $[0; t]$, т.е. $\varphi = P(t)$. Возможны и другие подходы к определению в общем виде показателей надежности через функционал случайного процесса [69].

При постановке большинства задач показатели надежности элементов считают заданными. Для невосстанавливаемых элементов обычно ищут подходящие аналитические зависимости аппроксимации либо для вероятности безотказной работы $P(t)$, либо для интенсивности отказов $\lambda(t)$, которая связана с функцией надежности $P(t)$ формулой

$$\lambda(t) = -P'(t)/P(t).$$

Основная задача при расчете надежности состоит в выявлении и математическом описании такого закона распределения $F(t)$, который бы с высокой степенью достоверности отражал объективную действительность. Наиболее простой и широко распространенный путь для решения этой задачи заключается в непосредственном выборе закона распределе-

ния, который, по мнению исследователя, отражает действительную картину. Закон распределения времени работы изделия до отказа, выраженный в дифференциальной форме в виде плотности вероятности $f(t)$ или в интегральной форме в виде функции распределения $F(t)$ является полной характеристикой надежности изделия или его элемента. Он позволяет определить вероятность безотказной работы $P(t) = 1 - F(t)$, математическое ожидание (средний срок службы или средняя наработка до отказа)

$$T = \int_0^{\infty} f(t) \cdot t \cdot dt = \int_0^{\infty} P(t) dt ;$$

дисперсию D или среднеквадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{D}$

$$D = \int_0^{\infty} (T_{cp} - t)^2 f(t) dt$$

и другие численные характеристики, которые дают оценку того, как будет в среднем протекать процесс потери изделием работоспособности. Представление процесса потери работоспособности изделия в общем виде как траектории в n -мерном фазовом пространстве позволяет перейти к более простым частным моделям надежности изделия.

К моделям отказов, нашедшим наиболее широкое применение, относятся модели наиболее слабого звена, модели последовательного накопления повреждений, модели пропорционального накопления повреждений, модели Марковского типа, модели Пуассоновского типа. Вид расчетной схемы, способ описания свойств нагрузок, характер назначаемых ограничений на состояние объекта и другие факторы существенно определяют математическую структуру модели отказов. В зависимости от множества значений аргумента различают модели с дискретным временем (случайные последовательности) и модели с непрерывным временем. В зависимости от размерности пространства качества различают модели одномерные, двумерные и т.д.

Наряду с моделями, элементами которых служат некоторые случайные процессы, рассматриваются континуальные модели, элементами которых служат случайные поля [74]. Классификация моделей производится также на основе свойства зависимости (независимости) процесса от предыстории. Рассматриваются модели внезапных и постепенных отказов, а также модели их одновременного проявления.

Характерным примером модели слабейшего звена является модель Вейбулла [71, 72]. Применение распределения Вейбулла для оценки результатов испытаний на усталостную прочность обосновано с помощью критерия разрушения Гриффитса при допущениях [71].

Функция распределения плотности вероятности закона Вейбулла задается в следующем виде

$$f(t) = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right], \quad (133)$$

где b – параметр формы закона;
 a – параметр масштаба.

Функция (133) позволяет описать довольно широкий класс распределений, так, при $b = 1$ закон Вейбулла с достаточной точностью аппроксимирует распространенное в теории надежности экспоненциальное распределение, при $b = 2$ оно совпадает с распределением Релея, а при $b < 3$ – с нормальным. Любое реальное распределение приближается распределением вида (133) лучше, чем показательным.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ с учетом (133) равна интегралу от $f(t)$ на отрезке $[t, \infty)$

$$P(t) = \exp\left[-(t/a)^b\right].$$

В модели последовательного накопления составляющих повреждений предполагается, что образец состоит из многих структурных элементов и не разрушится до тех пор, пока не разрушатся последовательно все составляющие его элементы. Подобная схема разрушения соответствует отказам резервированной системы элементов в теории надежности; функция распределения прочности такой системы при большом количестве элементов и довольно общих предположениях о частоте разрушения элементов в пределе имеет гамма-распределение [74, 75]

$$f(t) = a^b t^{b-1} \exp(-at) / \Gamma(b),$$

где a и b – параметры распределения;
 $\Gamma(b)$ – гамма-функция параметра b .

Распределения Вейбулла, гамма-распределения обладают большой гибкостью и могут отражать разнообразные причины отказов.

В модели пропорционального накопления повреждений предполагается, что в материале имеется исходная нарушенность (трещины, поры и т.д.), которая в процессе нагружения развивается и последовательно увеличивает свои параметры [73]. Когда суммарная нарушенность материала достигает своего критического значения, образец разрушается. Наруженность изменяется по экспоненте, поэтому критическое значение нарушенности можно представить в виде произведения независимых случайных процессов. Полагая, что разрушающее напряжение связано линейно с критической нарушенностью, для прочности получают логарифмически нормальное распределение, плотность вероятности которого имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{t \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln t - a}{\sigma}\right)^2\right],$$

где a и σ – параметры распределения.

На практике обычным аналогом схемы применения логарифмически-нормального закона считают модель постепенного накопления взаимосвязанных единичных повреждений, а также отказы элементов из-за усталости материала [75, 76].

Особое место при решении задач надежности занимает нормальное распределение с плотностью распределения

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right],$$

где T и σ – соответственно среднее значение и дисперсия наработок на отказ.

Нормальный закон используют в тех случаях, когда отказы носят постепенный характер, являются следствием направленных физико-химических изменений в элементе. Важность нормального закона распределения определяется тем, что к нему обычно приводят задачи, связанные с распределением сумм большого числа случайных величин.

Методы определения параметров известного закона распределения достаточно широко разработаны в теории вероятностей. Основанием для использования того или иного закона распределения и оценки его параметров служат обычные опытные данные, полученные при испытаниях изделий или образцов, сведений об аналогах, эксплуатационные наблюдения или теоретические предпосылки. При этом должны применяться методы проверки статистических гипотез о правомерности применения данного закона распределения.

Модели случайных потоков отказов находят широкое применение для описания отказов высоконадежных систем. Наиболее подходящей моделью для описания таких отказов является модель пуассоновского потока отказов, который служит удобным аппаратом для описания отказов в условиях технического обслуживания и восстановления.

Важную роль в надежности играют модели дискретных марковских процессов и, в частности, процессы «гибели и размножения» [77-81], описываемые уравнениями Колмогорова-Фоккера-Планка. Такие модели достаточно точно описывают случайные процессы отказов и восстановлений в различных технических системах, состоящих из очень большого числа однотипных восстанавливаемых элементов.

Так, если эволюционный вектор качества $V(t)$ представляет собой диффузионный марковский процесс в пространстве V , то переходная плотность вероятности $P(V, t|V_0, t_0)$ значения этого процесса будет удовлетворять уравнению, Колмогорова (в физике его часто называют уравнением Фоккера-Планка)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial V_j} (x_j P) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial V_j \partial V_k} (x_{jk} P) \quad (134)$$

с начальным условием $P = \delta(V - V_0)$ при $t = t_0$,

где x_j и x_{jk} – интенсивности процесса;

x_j – коэффициент сноса, характеризующий в среднем скорость перемещения процесса;

x_{jk} – коэффициент диффузии, соответствующий дисперсии этой скорости.

Находя решение уравнения (134), вычисляют различные характеристики надежности системы, в частности, вероятность безотказной работы на заданном отрезке времени и математическое ожидание времени достижения предельной поверхности при заданном распределении начальных значений вектора качества.

Формирование отказов элементов конструкций и машин связано с постепенным накоплением повреждений: усталостных, износа, старения и т.д. Математическим отражением такого факта служат модели отказов, которые описывают квазимонотонное ухудшение параметров качества объекта, происходящее в процессе его эксплуатации [67, 82], это так называемые модели постепенных отказов. Общий подход к решению задачи оценки и прогнозирования надежности в этом случае состоит в установлении выходного показателя (показателей), определяющего работоспособность изделия, оценку рассеяния начального значения этого показателя и изменения его величины во времени вплоть до отказа. Возникновение отказа в процессе изменения выходного параметра связано со степенью удаленности параметра от его предельного состояния. Отказ возникает при достижении выходным параметром $X(t)$ своего предельно допустимого (критического) значения X_{max} , что происходит через некоторый случайный промежуток времени $t = T$, определяющий срок службы (наработку) изделия до отказа. Вероятность безотказной работы $P(t)$ изделия наработку $t = T$ при таких отказах определится законом распределения $f(X)$, как вероятность не выхода параметра X за границу X_{max} , т.е.

$$P(t = T) = P(X \leq X_{max}).$$

Закон изменения выходного параметра $X(t)$ в основном соответствует определяющей его временной зависимости для степени повреждения $U(t)$, так как между ними существует функциональная зависимость. В общем случае временная зависимость выходного параметра имеет квазидетерминированный вид

$$X = f(U) = f[U(t)], \quad (135)$$

где $U(t)$ – обычно случайная функция степени повреждения;
 $f(\dots)$ – описывает детерминированную зависимость, рассматривается функция случайного аргумента.

Обычно предполагается, что функция (135) линейна по U и $U(t)$ имеет некоторое распределение $f(U)$, тогда задача оценки надежности сводится к нахождению плотности распределения функции $f_x(x)$ по закону распределения вероятностей ее аргумента $f(U)$. Общий метод решения таких задач рассматривается в курсах теории вероятностей [74, 83].

Основная трудность, связанная с некорректностью постановки задачи прогнозирования надежности, проявляется в этом случае в обоснованном выборе зависимости (135).

Таким образом, знание временных зависимостей, описывающих процесс повреждения, и применение показателей, оценивающих степень повреждения материала изделия, являются необходимыми условиями оценки надежности.

Наиболее перспективны аналитические зависимости, базирующиеся на физике явлений и оценивающие влияние основных факторов на скорость процесса.

Наиболее распространенный случай – изменение выходного параметра изделия $X(t)$ подчиняется линейному закону

$$X = \gamma \cdot t \quad (136)$$

где γ – это скорость протекания процесса – случайная величина, зависящая от большого числа случайных факторов – нагрузки, скорости, температуры, условия эксплуатации и т.д.

В случае, если случайная величина γ будет иметь нормальное распределение

$$f(\gamma) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\gamma_x - \gamma_{cp})^2}{2\sigma_\gamma^2} \right],$$

где $f(\gamma)$ – плотность вероятности;

σ_γ – среднеквадратическое отклонение скорости процесса;

γ_x – скорость изменения выходного параметра;

γ_{cp} – ее среднее значение,

то и параметр $X(t)$ при данном $t = T$, будет иметь нормальное распределение $f(x)$ с параметрами [67]:

математическое ожидание

$$M(X) = X_{cp} = \gamma_{cp} T;$$

среднеквадратическое отклонение

$$\sigma(X) = \sigma_\gamma \cdot T.$$

Вероятность безотказной работы $P(t = T)$ будет численно равна площади кривой плотности распределения $f(x)$, заключенной в промежутке от $-\infty$ до X_{\max}

$$P(t = T) = \frac{1}{\sigma(x)\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X_{\max}} \exp\left[-\frac{(x - x_{cp})^2}{2\sigma^2(x)}\right] dx =$$

$$= 0,5 + \Phi\left[\frac{X_{\max} - X_{cp}}{\sigma(x)}\right] = 0,5 + \Phi\left[\frac{X_{\max} - \gamma_{cp} \cdot T}{\sigma_{\gamma} \cdot T}\right] \quad (137)$$

где $\Phi(\dots)$ – нормированная функция Лапласа.

Данная модель формирования постепенного отказа является упрощенной, так как не учитывает рассеивание начальных параметров изделия.

В общем случае уравнение (136) будет иметь вид

$$X = a + \gamma \cdot t,$$

где a – начальный параметр изделия, который также является случайной величиной, подчиняющейся некоторому закону распределения.

Наработка на отказ $t = T$ в этом случае является функцией двух независимых случайных аргументов a и γ

$$T = (X_{\max} - a) / \gamma.$$

Для отыскания закона распределения $f(t)$ функции двух случайных переменных можно воспользоваться формулами [82], которые имеют довольно громоздкий вид.

Для случайных аргументов a и γ , распределенных по нормальному закону, выходной параметр $X(t)$ будет иметь то же распределение при каждом значении $t = T$ с параметрами:

математическое ожидание

$$M(X) = X_{cp} = a_0 + \gamma_{cp} T;$$

среднее квадратичное отклонение

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma_a^2 + T^2 \sigma_{\gamma}^2},$$

где a_0 и σ_a – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайного параметра a .

Аналогично с (137) вероятность безотказной работы определится следующим образом:

$$P(t = T) = 0,5 + \Phi\left[\frac{X_{\max} - a_0 - \gamma_{cp} T}{\sqrt{\sigma_a^2 + T^2 \sigma_{\gamma}^2}}\right].$$

Эта формула может быть применена и при нелинейном протекании процесса изменения параметра, т.е. когда γ_{cp} и σ_{γ} являются функциями времени $\gamma_{cp}(t)$ и $\sigma_{\gamma}(t)$.

В этом случае

$$P(t=T) = 0,5 + \Phi \left[\frac{X_{\max} - a_0 - \gamma_{cp}(T) \cdot T}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_\gamma^2(T) \cdot T^2}} \right]$$

Данный методический подход можно использовать и при других законах распределения параметров a и γ . Однако при более сложных или эмпирических законах распределения бывает трудно получить аналитическое выражение для функций $f(T)$ или $P(T)$. В этом случае может быть применен метод статистического моделирования (метод Монте-Карло).

Основные виды случайных функций изменения возрастающих выходных параметров изделий, их графики и формулы для расчета основных показателей надежности приведены в [84].

Выходные параметры изделий имеют, как правило, монотонные реализации, которые совершают только одно (первое) пересечение с одной из границ области, т.е. реализация процесса один раз покинув допустимую область, далее возвратиться в нее не может.

Рассмотренные выше модели постепенных отказов характерны для систем, обладающих определенной степенью безотказности работы.

Для высоконадежных систем характерна модель, для которой значения выходного параметра $X(t)$ значительно ниже допустимых значений X_{\max} . Это возможно, если процесс $X(t)$ является стационарным или скорость изменения параметра незначительна и обеспечивается условие $X \ll X_{\max}$. В этом случае изделие имеет запас надежности, и отказ практически не возникает.

Если в процессе формирования отказа основную роль играет возникновение (зарождение) процесса, а затем интенсивность его значительно возрастает ($X(t) \rightarrow \infty$), – это модель внезапного отказа.

Основным признаком внезапного отказа является независимость вероятности его возникновения от изменения состояния изделия и времени его предыдущей работы.

Поэтому модель внезапного отказа должна включать полную характеристику всего комплекса причин, которые могут привести к отказу. Такой характеристикой может быть интенсивность отказов λ – вероятность возникновения отказа в единицу времени, при условии, что до этого момента времени отказ не возникал.

Основной математической моделью внезапных отказов является экспоненциальное распределение ресурса работоспособности

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda \cdot t),$$

где λ – интенсивность отказов.

Средний срок службы изделия до отказа в этом случае будет равен $T_{cp} = 1/\lambda$, а дисперсия соответственно $\sigma^2 = 1/\lambda^2$. Среднеквадратическое от-

клонение σ в случае экспоненциального распределения равно математическому ожиданию $\sigma = 1/\lambda = T_{cp}$. Этот факт можно использовать для статистической проверки гипотезы о показательном распределении времени наработки на отказ; равенство $\sigma = T_{cp}$ является для этого необходимым и достаточным условием. Вероятность безотказной работы определится как

$$P(t) = \exp[-t / T_{cp}].$$

Это распределение применимо, когда основная часть деталей работает безотказно до момента замены узла или машины и лишь незначительное их количество выходит из строя в начальный период эксплуатации еще до начала усталостного разрушения по случайным причинам или неблагоприятным их сочетаниям (скрытые дефекты, механические повреждения, нарушение технологии изготовления или норм эксплуатации, возникновение внезапной концентрации нагрузок, превышающих запас прочности изделия и т.д.).

В нашем случае, если некоторая часть имеет технологические дефекты – «слабые места», а основная масса выходит со строя по причине износа (старения) изделий, то общей математической моделью распределения времени безотказной работы является суперпозиция двух распределений: экспоненциального для дефектных экземпляров и распределения, отвечающего характеру износа (старения), для остальных [75]. Так, если износовые отказы подчиняются нормальному закону (137), а внезапные – экспоненциальному, то плотность распределения будет задана как

$$f(t = T) = C_1 \lambda \exp(-\lambda T) + (1 - C_1) \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(T - T_{cp})^2}{2\sigma^2}\right]$$

где C_1 – доля внезапных отказов.

Вероятность безотказной работы в случае независимости этих отказов может быть определена по теореме умножения вероятностей [83]

$$P(t) = P_u(t) \cdot P_b(t),$$

где $P_u(t)$ – безотказность от износовых повреждений;

$P_b(t)$ – безотказность от внезапного выхода из строя.

В этом случае вероятность безотказной работы определится по формуле [67]

$$P(t = T) = \left[0,5 + \Phi\left(\frac{X_{\max} - a_0 - \gamma_{cp} \cdot T}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_\gamma^2 T^2}}\right) \right] \cdot e^{-\lambda t}.$$

В общем случае при использовании суперпозиции нескольких законов распределения формулы для определения показателей надежности записываются в виде:

плотность распределения наработки на отказ

$$f(t) = C_1 f_1(t) + C_2 f_2(t) + \dots + C_n f_n(t);$$

вероятность безотказной работы

$$P(t) = C_1 P_1(t) + C_2 P_2(t) + \dots + C_n P_n(t),$$

где C_i – постоянные, удовлетворяющие условию $C_1 + C_2 + \dots + C_n = 1$

По соотношению коэффициентов C_i можно судить о своего рода весомости одного из сравнимых или взятых для композиции законов распределения [85].

Перечисленные выше математические модели надежности, а они далеко не исчерпывают все имеющиеся, получили в настоящее время широкое развитие и распространение; в общем случае они представляют и мощный аппарат для решения разнообразных задач практики. Но эффективность применения этого аппарата зависит, прежде всего, от степени соответствия его возможностей природе изучаемого явления, поставленной задаче.

В этой связи второй теоретической основой науки о надежности являются результаты исследований естественных наук, изучающих физико-химические процессы разрушения, старения и изменения свойств материалов, из которых изготовлены машины, их элементы, или которые необходимы для их функционирования. Сюда относятся науки, изучающие виды механических разрушений материалов (сопротивление материалов, ползучесть и т.д.), изменения, происходящие в материалах и их поверхностных слоях (физико-химическая механика, триботехника), химические процессы разрушения в материалах (коррозия металлов, старение полимеров) и др.

С позиций теории надежности результаты этих наук концентрируются в области, получившей название «физика отказов» [67].

Физика отказов изучает необратимые процессы, приводящие к потере материалом начальных свойств при эксплуатации изделий. Основной особенностью этих исследований является рассмотрение всех явлений во времени. Временные закономерности физики отказов являются базой для решения основных задач надежности. Изменение начальных свойств и состояния материалов, из которых выполнено изделие, является первопричиной потери им работоспособности, так как эти изменения могут привести к повреждению изделия и к опасности возникновения отказа.

Чем глубже изучены закономерности, описывающие процессы изменения свойств и состояние материалов, тем достовернее можно предсказать поведение изделия в данных условиях эксплуатации и обеспечить сохранение показателей надежности в требуемых пределах.

В основе потери изделием или машиной, любым объектом работоспособности всегда лежат физические закономерности, которые в силу разнообразия и переменности действующих факторов приобретают вероятност-

ный характер. Действительно, при работе, эксплуатации происходят непредвиденные изменения и колебания нагрузок, скоростей, температур, степени загрязнения поверхностей. Более того, сами детали машины могут быть выполнены с различными допусками на технические параметры (точность, однородность материала и др.).

Знание физической закономерности процесса в корне изменяет возможности по оценке хода процесса по сравнению со случаем, когда этот процесс оценивается только на основе статистических наблюдений.

Функциональная зависимость, хотя и абстрагирует действительность и лишь с известной степенью приближения отражает физическую сущность процесса, позволяет представить возможный ход процесса при различных ситуациях. Как отмечалось выше, для инженерных задач надежности необходимо знать закономерности изменения выходных параметров машины и ее элементов во времени. Необходимо оценить деформацию деталей, износ их поверхностей, изменение несущей способности из-за релаксации напряжений или процесса усталости, повреждение поверхности из-за коррозии и т.д., т.е. необходимо рассмотреть макрокартину явлений, происходящих при эксплуатации машин. Для объяснения физической сущности происходящих явлений и для получения таких закономерностей, которые в наиболее общей форме отражают объективную действительность, необходимо также проникнуть в микромир явлений.

Поэтому современная наука изучает закономерности изменения свойств и состояния материалов на следующих уровнях.

Субмикроскопический уровень – на основании рассмотрения строения атомов и молекул и образования из них кристаллических решеток твердых тел или иных структур выявляются закономерности, которые служат базой для объяснения свойств и поведения материалов в различных условиях. Эти закономерности, как правило, являются основой для дальнейших исследований и разработок частных зависимостей.

Этот уровень исследований позволил развить фундаментальные представления о несовершенстве в кристаллах и особенно в дислокациях, их взаимодействиях и движении, о силах упругости с точки зрения квантовой механики, о диффузии атомов в твердых телах и т.д., которые являются физической основой для решения основных задач прочности и долговечности материалов.

Микроскопический уровень рассмотрения свойств материалов исходит из анализа процессов, происходящих в небольшой области. Полученные при этом закономерности в дальнейшем распространяются на весь объем тела. Классическим примером в этом отношении может служить теория напряжений и деформаций в идеальном однородном теле, когда в точке тела выделяется бесконечно малый элемент в виде параллелепипеда и рассматривается его напряженное состояние. Связь между деформация-

ми и напряжениями описывает закон Гука. Развитие этого подхода с учетом возникновения пластических деформаций позволяет найти зависимости между напряжениями и деформациями и за пределами упругости [107].

Изучение влияния совместного действия силовых и физико-химических факторов на поведение твердых тел в процессе их эксплуатации привело к появлению нового направления – физико-химической механики материалов [108]. Здесь делается попытка привлечения физики твердого тела, физической химии, химии твердых состояний и неравновесной термодинамики для изучения деформации и разрушения твердых тел, работающих в условиях одновременного действия нагрузок, температур, коррозионно-агрессивных сред и ядерных облучений.

Рассмотрение закономерностей на уровне микрокартины явлений – необходимый этап для дальнейшего распространения полученных зависимостей на весь объем твердого тела, т.е. на всю деталь или ее поверхность.

Макроскопический уровень рассматривает изменение начальных свойств или состояния материала всего тела (детали изделия). Так, теория упругости на основе закона Гука рассматривает деформации и напряжения в системах и деталях различной конфигурации, работающих на растяжение, кручение, изгиб и другие виды деформации.

Проблема перенесения на макрообъект исходных закономерностей, отнесенных к элементарному объему, потребовало разработки специальных, иногда довольно сложных методов инженерных расчетов. Типичным построением инженерных методов расчета деталей машин на прочность и деформацию, на износ, на ползучесть и т.д. следует считать такое, при котором на основе физической картины на микроучастке рассматриваемого объема исследуются процессы с учетом размеров, конфигурации и условий работы всей детали.

Таким образом, при решении вопросов надежности могут быть использованы разнообразные закономерности и методы расчетов, применяемые при конструировании изделий и машин, полученные общие физические законы и частные зависимости. И так как при этом главной задачей является оценка изменения свойств, и состояния материалов в функции времени, необходимо выявить, какие физические закономерности могут быть использованы и как проявляется фактор времени при оценке работоспособности изделия.

Законы старения, оценивающие степень повреждения материала в функции времени, являются основой для решения задач надежности. Они позволяют прогнозировать ход процесса старения, оценивать возможные его реализации и выявлять существенные факторы, влияющие на интен-

сивность процесса. Законы старения являются основным объектом рассмотрения в «физике отказов».

Любой процесс старения возникает и развивается лишь при определенных внешних условиях для оценки возможных видов повреждения материалов деталей машин необходимо установить область существования процесса старения и в первую очередь условия его возникновения. Для возникновения процесса обычно должен быть превзойден определенный уровень нагрузок, скоростей, температур или других параметров, определяющих его протекание. Этот начальный уровень или порог чувствительности особенно важно знать для быстропротекающих процессов старения, когда после возникновения процесса идет его интенсивное лавинообразное развитие. Часто порог чувствительности связывают с некоторым энергетическим уровнем, который определяет начало данного процесса.

Особую роль для протекания большинства процессов старения и разрушения материалов играют строение поверхностного слоя твердых тел и происходящие в нем явления. Состояние поверхностного слоя определяет процессы, возникающие при взаимодействии с другим телом или с окружающей средой, например, при износе, контактной деформации, усталости, коррозии и др. Поэтому большинство отказов машин и их элементов связано с процессами, протекающими в поверхностных слоях, и их природа не может быть объяснена без анализа тех изменений, которые претерпевают характеристики поверхностного слоя при эксплуатации изделий.

В заключение отметим, что изучение закономерностей процесса разрушения материала изделия – это тоже один из этапов инженерных расчетов на надежность. Кроме этого, должны быть разработаны методы расчета на долговечность и безотказность различных элементов машины с учетом специфики их эксплуатации. При этом должна быть учтена вероятностная природа протекающих процессов разрушения. Все, что говорилось выше, относится практически к любым элементам, изделиям, объектам и отражает общий подход к проблемам надежности в целом.

Для эластомерных и, в частности, резиновых элементов конструкций проблема надежности является такой же актуальной. Надежность – способность выполнять свои функции при сохранении значений эксплуатационных показателей в заданных пределах [67] является основным показателем качества резиновых изделий. При этом задача обеспечения надежности решается на всех стадиях: проектирования, производства, эксплуатации эластомерных элементов конструкций.

Ниже остановимся подробнее на вопросах надежности применительно к резиновым элементам конструкций. При этом отметим, что указанные выше подходы (физика отказов, математический аппарат) применительно к резиновым элементам конструкций практически не развиты: зна-

чительное место при решении проблем надежности занимает достоверная информация.

Для сбора и обработки информации о надежности резиновых технических изделий проводят их испытания в различных условиях эксплуатации с фиксацией наработки и характера отказа каждого изделия.

При этом обеспечивается достоверность, однородность и непрерывность информации о надежности изделий; возможность сравнения их надежности по годам выпуска, качества однотипных изделий; изыскания наиболее эффективных путей повышения их качества. Такую систему сбора и обработки информации широко используют при определении надежности резиновых деталей наиболее массовых отечественных автомобилей, отдельных тракторов и сельхозмашин, а также некоторых других видов резиновых технических изделий (конвейерных лент, приводных и вариаторных ремней и т.д.).

В большинстве случаев эксплуатационные испытания изделий проводят в межведомственном порядке, результаты этих испытаний рассматривают совместно с потребителями, согласуя выводы и предложения, что, безусловно, способствует повышению их объективности и облегчает внедрение, как при создании резиновых технических изделий, так и при проектировании, изготовлении и эксплуатации машины в целом. При этом существенным дополнением к полученной таким путем информации служит сбор, обобщение и анализ данных оценки работоспособности и долговечности резиновых технических изделий, в том числе зарубежного производства, организациями, изготавливающими и использующими технику.

В связи со сказанным выше одним из путей исследования надежности и долговечности резиновых элементов является изучение преобладающего характера отказа резиновых технических изделий в типичных условиях эксплуатации. Это дает возможность оперативно проанализировать их (отказы) и определить наиболее эффективные пути повышения качества массовых групп изделий. Так, например, на протяжении ряда лет основные работы по совершенствованию конвейерных лент общего назначения были направлены на улучшение свойств обкладочных резин, клиновых ремней – на повышение качества оберточной ткани, резины слоя сжатия и снижение удлинения ремня. Далее, в результате систематических, длительных (более 15 лет) наблюдений было установлено [109], что в реальных условиях эксплуатации большинство резиновых деталей автомобилей и тракторов обеспечивает надежную работу машин до ремонта или списания и соответствует нормативно-техническим требованиям по надежности. Были выявлены резиновые технические детали (3-10 % от общего числа), не удовлетворяющие по надежности требованиям потребителя, и

разработаны мероприятия по повышению их надежности до оптимального уровня.

Оценка надежности резиновых изделий путем проведения эксплуатационных испытаний наряду с очевидными преимуществами имеет ряд недостатков, два основных из которых – необходимость испытания большого числа изделий и длительность эксплуатационных испытаний, составляющая обычно годы. Более того, в ряде случаев эксплуатационные и форсированные испытания затруднены или даже невозможны.

В этой связи на первый план выдвигается задача разработки методов ускоренных (сокращенных и форсированных) испытаний на надежность и методов расчета надежности изделий на стадии проектирования. При этом используются математическое моделирование процесса работы изделия до отказа или принципы научно-технического прогнозирования [69].

При расчете показателей надежности изделия на стадии проектирования могут использоваться приведенные выше методы описания постепенных отказов.

Условие работоспособности изделия при этом имеет вид

$$S(\tau) \geq [S],$$

где $S(\tau)$ – абсолютное значение показателя, определяющего работоспособность изделия в момент времени τ ,

$[S]$ – критическая величина показателя.

Во многих случаях (при абразивном износе, накоплении остаточной деформации и т.д.) временная зависимость показателя, ответственного за долговечность изделия, описывается уравнением

$$S(\tau) = S_0 + \beta\tau^v,$$

где S_0 – начальное значение показателя;

β и v – коэффициенты.

Если величины S_0 и β распределены по нормальному закону, то вероятность безотказной работы изделия можно рассчитать по выражению

$$P(\tau) = F \left[\frac{[S] - S_0 - \beta\tau^v}{D(S_0) + D(\beta)\tau^{2v}} \right],$$

где $D(S_0)$ и $D(\beta)$ – дисперсии значений показателей.

С использованием этих принципов созданы методики расчета уплотнительных и некоторых других резиновых технических изделий, позволяющие установить время (или наработку), в течение которого с высокой степенью вероятности (свыше 0,99) сохраняется работоспособность изделия [110]. Подобная оценка работоспособности изделий особенно перспективна при предъявлении высоких требований к их надежности и для изделий, выпускаемых в малых количествах.

Таким образом, можно считать, что для решения задач оперативного и достоверного расчета и оценки надежности резиновых технических изделий наиболее перспективными до настоящего времени являлись направления:

- разработка общих принципов и рабочих методик расчета надежности изделий на стадии проектирования;
- расширение объема форсированных испытаний изделий в режимах, обеспечивающих подобие результатов стендовых и эксплуатационных испытаний;
- совершенствование системы сбора и обработки информации о надежности изделий в реальных условиях эксплуатации для изучения динамики качества наиболее массовой продукции заводов РТИ, а также отечественной и зарубежной продукции;
- анализ фактических условий работы недостаточно надежных изделий для выяснения причин их отказов в эксплуатации.

Решение этих задач позволило в ряде случаев исключить (или снизить вероятность) выпуска резиновых изделий с малой степенью надежности и оперативно принимать меры по повышению надежности отдельных изделий.

Одним из самых распространенных путей повышения долговечности и надежности резиновых элементов является резервирование. Резервирование резиновых деталей [111] состоит в том, что к основному элементу присоединяют один или несколько резервных элементов. Эти элементы по мере возникновения отказов последовательно заменяют основной элемент [111].

Существует три вида резерва элементов:

1) нагруженный («горячий») резерв. Резервные элементы находятся в том же режиме, что и основной элемент, их надежность не зависит от того, в какой момент они заменили основной элемент;

2) ненагруженный резерв. Резервные элементы не включены в работу;

3) облегченный резерв. У резервных элементов облегченный режим работы до момента замены основного элемента.

Вероятность на отказ в резерве меньше, чем вероятность отказа основного элемента.

Считается [112], что для резиновых деталей пригоден либо нагруженный, либо облегченный резерв. Это связано с тем, что надежность их снижается в результате естественного старения материала до включения в работу. Однако в ряде случаев при экстремальных условиях нагружения и при быстром выходе элементов из строя имеет смысл ненагруженное резервирование резиновых деталей. Это относится к массивным резиновым

элементам горных, горно-металлургических, транспортных и транспортно-технологических машин.

Из резиновых деталей, комплектующих изделия машиностроения, относительно легко могут быть зарезервированы уплотнительные детали типа колец, прокладок, армированных манжет и клиновые ремни. Так, если потребителю требуются уплотнительные кольца круглого сечения для работы в узле, надежность уплотнения которого в период времени t должна быть не ниже $P(t) = 0,9999$, необходимо установить два кольца с надежностью $P(t) = 0,99$ [111].

Применение в некоторых клиноременных передачах автомобильных двигателей двух ремней узкого сечения вместо одного нормального сечения, т.е. создание резерва, близкого к облегченному, повышает вероятность безотказной работы передачи при пробеге автомобиля 60 тыс. км с $P(t) = 0,65$ до $P(t) = 0,998$ в результате распределения нагрузки на 2 элемента. Резервирование деталей позволяет более чем в 100 раз уменьшить объем контрольных испытаний и получить значительный экономический эффект.

Из приведенного выше обзора следует, что сведения, касающиеся надежности резиновых элементов в машиностроении, весьма малочисленны и относятся в основном к резиновым уплотнителям подвижных и неподвижных соединений, лентам и ремням для транспортирования твердых тел и передачи вращающего момента.

Практически не существует методов расчета и прогнозирования надежности силовых и виброизолирующих резиновых элементов, широко используемых в таких машинах, как горные вибрационные. Это связано с наличием значительных трудностей при проведении стендовых и промышленных испытаний, практической бесполезностью их резервирования и т.д.

В этой связи один из путей повышения качества резиновых деталей, определения их надежности является совершенствование методов их расчета на жесткость, прочность, долговечность. При этом теоретической основой для прогнозирования ресурса служит механика разрушения.

Оценка показателей надежности резиновых деталей по эксплуатационным данным наработок на отказ. Оценка параметров распределения Вейбулла. Приняв распределение наработок на отказ в виде (133), необходимо получить оценки параметров \hat{a} и \hat{b} этого закона распределения, входящих в расчетные формулы определяемых показателей надежности.

Основными показателями надежности резиновых деталей в соответствии с [113], где приведена классификация и номенклатура основных показателей надежности, будут: средний срок службы (ресурс) t_{cp} . (среднее арифметическое значение наработок на отказ); гамма-процентный ресурс

$t_{\gamma\%}$ (минимальное значение ресурса каждого изделия, в течение которого обеспечивается его работоспособное состояние с некоторой вероятностью $\gamma\%$) и вероятность безотказной работы $P(t)$ на наработку $t = T$. При известных оценках \hat{a} и \hat{b} распределение Вейбулла (133) эти показатели надежности определяют по формулам:

средний срок службы

$$T_{cp} = \hat{a}\Gamma\left(1 + 1/\hat{b}\right); \quad (138)$$

гамма-процентный срок службы

$$t_{\gamma\%} = \hat{a}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)^{1/\hat{b}}; \quad (139)$$

вероятность безотказной работы на наработку $t = T$

$$P(t = T) = \exp\left[-(T/\hat{a})^{\hat{b}}\right]. \quad (140)$$

Исходными данными для оценки показателей надежности являются полученные по результатам эксплуатационных испытаний резиновых деталей так называемые смешанные или цензурированные выборки вида

$$t_1, t_2, \tau_1, t_3, \dots, t_r, \dots, \tau_r, \dots, t_n, \quad (141)$$

где t_i – значение наработок до отказа;

τ_j – значения наработок до цензурирования.

Основными причинами цензурирования, имеющими место при эксплуатации резиновых деталей, являются: снятие из эксплуатации (наблюдений) остальных элементов узла из-за отказа одного из них; необходимость оценки показателей надежности до наступления отказов всех испытываемых элементов; разновременность начала и (или) окончания эксплуатации.

На первом этапе оценки показателей надежности резинометаллических элементов рассматриваются однократно цензурированные выборки, в которых значения всех наработок до цензурирования равны между собой и не меньше наибольшей наработки на отказ. Оценки показателей надежности по таким выборкам регламентированы в [113] в зависимости от плана наблюдений. В случае испытаний на надежность резиновых деталей таким планом является $[N, R, T]$, план испытаний, согласно которому одновременно начинают испытания N элементов, отказавшие во время испытаний элементы заменяют новыми (буква R в обозначении плана), испытания прекращают при истечении времени испытаний или наработки T , для каждого из N элементов.

На основании указанных выше причин цензурирования, имеющих место при эксплуатации резиновых деталей, необходимо рассматривать многократно цензурированные выборки. Методы оценки показателей надежности для этого случая регламентированы [113].

Оценка неизвестных параметров \hat{a} и \hat{b} распределения (133) наработок на отказ для выборок большого объема (30-50) может быть осуществлена методом максимального правдоподобия [114]. Для смешанной выборки (141) функция максимального правдоподобия в случае многократного цензурирования будет [114]

$$\ln L = \sum_{i=1}^r \ln f(t_i, a, b) + \sum_{j=1}^{N-r} \ln [1 - F(\tau_j, a, b)] \quad (142)$$

или в случае однократного цензурирования

$$\ln L = \sum_{i=1}^r \ln f(t_i, a, b) + (N - r) \ln [1 - F(t_r, a, b)],$$

где r – количество отказов;

$f(t_i, a, b)$ – плотность распределения наработок на отказ;

t_i – наработка на отказ;

t_r – максимальная наработка на отказ;

τ_j – наработки неотказавших элементов, наработки до цензурирования;

N – количество элементов, поставленных на испытание;

$F(\tau_j, a, b)$ – интегральная функция распределения безотказных наработок.

Для распределения Вейбулла функция правдоподобия будет следующей

$$\ln L = r \ln b - rb \ln a + (b - 1) \sum_{i=1}^r \ln t_i - \frac{1}{a^b} \left(\sum_{i=1}^r t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \right). \quad (143)$$

Дифференцируя выражение (143) по неизвестным параметрам a и b

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

и приравнивая нулю производные, получают для их определения систему уравнений

$$\begin{cases} a^b - \frac{1}{r} \left(\sum_{i=1}^r t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \right) = 0, \\ \left(\frac{r}{b} + \sum_{i=1}^r \ln t_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^r \ln t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \right) - r \left(\sum_{i=1}^r t_i^b \ln t_i + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \ln \tau_j \right) = 0. \end{cases} \quad (144)$$

Второе уравнение системы (144) можно переписать в виде

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i - \frac{\sum_{i=1}^r t_i^b \ln t_i + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b \ln \tau_j}{\sum_{i=1}^r \ln t_i^b + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^b} = 0. \quad (145)$$

Добиваясь выполнения условия (145) с наперед заданной точностью ε , оценку параметра \hat{b} получают методом последовательных приближений в следующей последовательности: вычисляют коэффициент

$$A = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \ln t_i;$$

вычисляют начальное приближение

$$\hat{b}_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{b}_k} \ln t_i + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^{\hat{b}_k} \ln \tau_j}{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{b}_k} + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^{\hat{b}_k}}.$$

Процесс нахождения приближений прекращают при выполнении условия

$$\left| \frac{\hat{b}_{k+1} - \hat{b}_k}{\hat{b}_k} \right| < \varepsilon, \quad (146)$$

где ε – точность решения уравнения (145).

В качестве оценки параметра \hat{b} следует принять значение \hat{b}_{k+1} , при котором выполняется условие (146). Точность решения ε обычно выбирают из ряда 0,001; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20.

По первому уравнению системы (144) получают оценку параметра \hat{a}

$$\hat{a} = \left(\frac{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{b}} + \sum_{j=1}^{N-r} \tau_j^{\hat{b}}}{r} \right)^{1/\hat{b}}.$$

Получив оценки параметров \hat{a} и \hat{b} , показатели надежности определяют по формулам (138)-(140).

Следует отметить, что в случае однократного цензурирования начальное приближение \hat{b}_0 к корню уравнения (145) может быть получено методом моментов (по значениям эмпирического коэффициента вариации для заданных значений \hat{b} по таблицам в [113]).

Определение же параметра \hat{b} осуществляют путем решения уравнения правдоподобия относительно \hat{b} методом Ньютона-Рафсона [113]

$$\hat{b}_{k+1} = \hat{b}_k - f(\hat{b}_k) / f'(\hat{b}_k), \quad (147)$$

где \hat{b}_k – k -ое приближение к корню уравнения $f(b)=0$.

В соответствии с (147) определение параметра производится по рекуррентной формуле

$$\widehat{b}_{k+1} = \widehat{b}_k + \frac{\frac{1}{\widehat{b}_k} + \frac{S_1}{r} - \frac{S_3^{(k)}}{S_2^{(k)}}}{\frac{1}{\widehat{b}_k} + \frac{S_2^{(k)} \cdot S_4^{(k)} - (S_3^{(k)})^2}{(S_2^{(k)})^2}}, \quad (148)$$

где

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{i=1}^r t_i; \\ S_2^{(k)} &= \sum_{i=1}^r t_i^{\widehat{b}_k} + (N-r)t_r^{\widehat{b}_k}; \\ S_3^{(k)} &= \sum_{i=1}^r t_i^{\widehat{b}_k} \ln t_i + (N-r)t_r^{\widehat{b}_k} \ln t_r; \\ S_4^{(k)} &= \sum_{i=1}^r t_i^{\widehat{b}_k} \ln^2 t_i + (N-r)t_r^{\widehat{b}_k} \ln^2 t_r, \end{aligned}$$

t_r – максимальная наработка на отказ.

Практическое значение имеют не только оценки показателей надежности, но и определение возможных наиболее вероятных пределов их изменения. Соотношения для расчета доверительных границ показателей надежности получают по функции правдоподобия (142) в соответствии с [113, 114]

$$\begin{aligned} t_{\gamma, B, H} &= t_\gamma \pm z_\beta \sqrt{D(t_\gamma)}; \\ P(t)_{B, H} &= P(t) \pm z_\beta \sqrt{D[P(t)]}; \\ D(t_\gamma) &= \left(\frac{t_\gamma}{\widehat{b}}\right)^2 \left[\left(\frac{\widehat{b}}{\widehat{a}}\right)^2 D(\widehat{a}) + \ln^2 \frac{t_\gamma}{\widehat{a}} D(\widehat{b}) - 2 \frac{\widehat{b}}{\widehat{a}} \ln \frac{t_\gamma}{\widehat{a}} \text{cov}(\widehat{a}, \widehat{b}) \right]; \\ D[P(t)] &= \left(\frac{t}{\widehat{a}}\right)^{2\widehat{b}} \exp \left[-2 \left(\frac{t}{\widehat{a}}\right)^{\widehat{b}} \right] \left[\left(\frac{\widehat{b}}{\widehat{a}}\right)^2 D(\widehat{a}) + \ln^2 \frac{t}{\widehat{a}} D(\widehat{b}) - 2 \frac{\widehat{b}}{\widehat{a}} \ln \frac{t}{\widehat{a}} \text{cov}(\widehat{a}, \widehat{b}) \right]; \\ D(\widehat{a}) &= -\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{b}^2} / \text{Det} A; \\ D(\widehat{b}) &= \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a}^2} / \text{Det} A; \\ \text{cov}(\widehat{a}, \widehat{b}) &= \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a} \partial \widehat{b}} / \text{Det} A; \\ \text{Det} A &= \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{b}^2} \cdot \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a}^2} - \left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \widehat{a} \cdot \partial \widehat{b}} \right)^2, \end{aligned}$$

где $t_{\gamma, B, H}$ – верхняя и нижняя границы гамма-процентного ресурса;
 $P(t)_{B, H}$ – верхняя и нижняя границы вероятности безотказной работы;
 $D(t_\gamma)$, $D[P(t)]$, $D(\hat{a})$, $D(\hat{b})$ – соответственно дисперсии гамма-процентного ресурса, вероятности безотказной работы и параметров \hat{a} и \hat{b} распределения (133).

При уровне значимости $\gamma = 90\%$ по таблицам [113] определяют z_β

$$z_\beta = 1,645, \quad \left(\beta = \frac{1+\gamma}{2} \right).$$

Проверка статистической гипотезы о согласии выбранного распределения с опытными данными. Проверку статистической гипотезы согласия выбранного распределения Вейбулла экспериментальным данным наработок на отказ резиновых деталей проводят в следующей последовательности [113].

1. По смешанной выборке (141) определяют оценки параметров \hat{a} и \hat{b} закона распределения в указанном выше порядке.

2. По исходным данным строят вариационный ряд, т.е. наработки до отказа и наработки до цензурирования выстраивают в порядке неубывания. Если отдельные значения наработки на отказ равны некоторым значениям наработки до цензурирования, то в вариационном ряду сначала указывают наработки до отказа, затем наработки до цензурирования.

3. По вариационному ряду подсчитывают величины m , r_i и n_i ($i = 1, 2, \dots, m$), где m – число интервалов наблюдения (интервал наблюдения – отрезок вариационного ряда, состоящий только из наработок до отказа, первой из которых предшествует, а за последней из которых следует наработка до цензурирования); r_i – количество наработок до отказа в i -том интервале наблюдения; n_i – количество наработок до цензурирования, лежащих между $(i-1)$ и i -тым интервалами наблюдений.

Если вариационный ряд начинается с наработки до отказа, то $n_0 = 0$, а если заканчивается наработкой до отказа, то $n_m = 0$. Совокупность этих значений должна удовлетворять условиям:

$$\sum_{i=1}^m n_i = n, \quad \sum_{i=1}^m r_i = r,$$

где r – общее число наработок до отказа;

n – общее число наработок до цензурирования.

4. Исходный вариационный ряд заменяют преобразованным вариационным рядом, полученным заменой каждого члена t_i в исходном ряду членом вида

$$x_i = F(t_i, \hat{a}, \hat{b}), \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

5. Для каждого i -го интервала наблюдения вычисляют

$$z_1^{(i)} = \frac{1}{2}(x_{p_i} + x_{p_{i+1}});$$

$$z_1^{(i)} = \frac{1}{2}(x_{q_i} + x_{q_{i+1}}),$$

где $p_i = n_0 + \sum_{j=1}^{i-1} (n_j + r_j)$; $q_i = p_i + r_i$.

Если $p_i = 0$, то $z_1^{(1)} = 0$; и если $q_{ni} = N$, то $z_2^{(m)} = x_N$.

6. Вычисляют величину $T_{N,m,r}$

$$T_{N,m,r} = \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{r_i (z_2^{(i)} - z_1^{(i)})} \left[\sum_{j=p_i+1}^{j=q_i} x_j - r_i z_1^{(i)} \right] \right\},$$

где $x_0 = 0$.

7. Вычисляют величину

$$W_z = \left| \frac{T_{N,m,r} - r/2}{\sqrt{12r}} \right|.$$

8. Гипотезу о согласии выбранного закона распределения с опытными данными на уровне значимости α принимают, если полученная величина W_z меньше z_β , где z_β – квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности $\beta = 1 - \alpha/2$.

Прогнозирование надежности резиновых деталей по изменению жесткостных параметров. В соответствии со сформулированными выше критериями отказов в качестве основного параметра, ответственного за работоспособность резиновых деталей, может быть использован коэффициент их жесткости. Наблюдаемые изменения во времени жесткостных параметров резиновых деталей, составляющие для средне- и сильнонаполненных резин до 50-60 %, требуют своевременного прогнозирования механических свойств элементов, особенно при их использовании в резонансных машинах.

Критерием отказа при этом считается выход жесткостных параметров за пределы допустимых – для заданных условий эксплуатации

$$c(t) \leq c_{\max},$$

где $c(t)$ – значение жесткости в момент времени t ;

c_{\max} – критическое значение жесткости.

На основе анализа экспериментальных данных об изменении жесткости во времени принимаем ее временную зависимость в виде [84]

$$c(t) = m + ht, \tag{149}$$

где m – начальный разброс значений жесткости, случайная величина с нормальным законом распределения;

\bar{m} , σ_m – параметры распределения;

h – скорость изменения жесткости, случайная величина с нормаль-

ным распределением;

h, σ_h – параметры распределения.

Показатели надежности элементов в случае (149) определяют следующим образом:

вероятность безотказной работы на заданную наработку [83, 84]

$$P(t = T) = P(c \leq c_{\max}) = \frac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{c_{\max}} \exp\left[-\frac{(c - c_{\max})^2}{2\sigma_c^2}\right] dc =$$
$$= 0,5 + \Phi\left[\frac{c_{\max} - \bar{m} - \bar{h}T}{\sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_h^2 \cdot T^2}}\right]; \quad (150)$$

гамма-процентный ресурс [84]

$$t_\gamma = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + Bc_0}}{B}, \quad (151)$$

где $\bar{m}, \sigma_m, \bar{h}, \sigma_h$ – средние и среднеквадратические значения случайных величин m и h соответственно;

Φ – табулированная функция интеграла вероятности;

$$A = (c_{\max} - \bar{m})/\bar{h}; \quad B = \chi_\gamma^2 \sigma_h^2 / \bar{h}^2 - 1; \quad c_0 = \chi_\gamma \sigma_m^2 - A^2,$$

χ – квантили нормального распределения, соответствующие вероятности γ , при $\gamma = 90\%$, $\chi_\gamma = 1,645$.

Примеры расчета показателей надежности резиновых деталей. Расчет показателей надежности резиновых деталей с использованием распределения Вейбулла. Оценка показателей надежности резинометаллических элементов проводилась по результатам незавершенных эксплуатационных испытаний на надежность элементов типа БРМ102, установленных на конвейерах типа КВ2Т. Появление магистральных (усталостных) трещин в резиновом массиве принималось за критерий отказа элемента. Под наблюдением находилось 120 элементов, установленных на трех машинах и эксплуатируемых при частоте нагружения 11 Гц и амплитуде 0,008 м; 16 из них вышло из строя. Оставшиеся элементы находились под контролем до наработки 21000 ч (цензурирование). Зафиксированный отказ при наработке 18410 ч одного элемента повлек за собой снятие из наблюдений еще трех элементов, эксплуатирующихся с ним в одном узле (количество элементов в одном узле равно 4). Из наблюдения исключены отказы элементов, наступившие до начала усталостного разрушения эластомера.

Вариационный ряд выработок на отказ и наработок до цензурирования в этом случае

$$3340; 6670; 9175; 9749; 10323; 10897; 13771;$$
$$14125; 15250; 16075; 17070; 18410; 18410^* (3); \quad (152)$$
$$19080; 19750; 20420; 21000^* (101),$$

где * обозначены наработки до цензурирования, а в скобках указано их количество.

Для полученного вариационного ряда наработок на отказ оценка показателей надежности проводилась в указанной выше последовательности по составленной программе для ЭВМ. Программой предусмотрен расчет показателей надежности как по смешанной выборке вида (152), так и по однократно цензурированной выборке.

Для полученного вариационного ряда (152) оценки параметров выбранного закона распределения составляют – параметр масштаба $\hat{a} = 53455$, параметр формы $\hat{b} = 2,0728$. Функция распределения плотности вероятности

$$f(t) = \frac{2,0728}{53455^{2,0728}} t^{1,0728} \exp \left[- \left(\frac{t}{53455} \right)^{2,0728} \right].$$

По полученным оценкам параметров \hat{a} и \hat{b} распределения проводилась проверка соответствия распределения Вейбулла экспериментальным данным в следующей последовательности.

1. По вариационному ряду определяли количество интервалов наблюдения $m = 2$ и значения r_i и n_i для каждого интервала

$$r_1 = 13; r_2 = 3;$$

$$n_0 = 0; n_1 = 3; n_2 = 101;$$

$$p_i = n_0 + \sum_{j=1}^{i-1} (n_j + r_j); \quad p_1 = 0; \quad p_2 = 16;$$

$$q_i = p_i + r_i; \quad q_1 = 13; \quad q_2 = 19.$$

Выполняем проверку правильности расчета

$$r = \sum_{i=1}^2 r_i = 16; \quad n = \sum_{i=1}^2 n_i = 104; \quad N = r + n = 16 + 104 = 120.$$

2. Строится преобразованный вариационный ряд в соответствии с формулой

$$x_i = F(t_i, \hat{a}, \hat{b}) = 1 - \exp \left[- (t_i / \hat{a})^{\hat{b}} \right].$$

3. Для каждого интервала наблюдений вычисляют величины

$$z_1^{(1)} = 0,0; \quad z_2^{(2)} = 0,1077;$$

$$z_2^{(1)} = 0,1039; \quad z_2^{(2)} = 0,1307.$$

4. Вычисляют величину $T_{N,m,r}$

$$T_{N,m,r} = 1,0221.$$

5. Вычисляют W_z

$$W_z = 0,504.$$

Так как $0,504 < z_1^{1-0,1/2} = 1,645$, то опытные данные не противоречат гипотезе о распределении Вейбулла наработок на отказ на уровне значимости $\alpha = 0,1$ ($\gamma = 90\%$).

С учетом полученных оценок параметров распределения Вейбулла показатели надежности БРМ имели следующие значения: средний ресурс наработки $t_{cp} = 47350$ ч; гамма-процентный ресурс $t_{\gamma=90\%} = 18051$ ч, его доверительный интервал $[13635; 22467]$; вероятность безотказной работы на наработку $T = 21000$ $P(t=21000) = 0,860$ и ее доверительный интервал $[0,805; 0,927]$. Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими расчетами долговечности БРМ102. Приведенное значение параметра формы \hat{b} соответствует значению этого параметра для данного вида отказа [116]. В дальнейшем при накоплении информации об отказах оценки параметров распределения Вейбулла и показателей надежности будут уточняться, проводиться классификация по видам отказов в зависимости от расчетных значений параметра.

Пример расчета показателей надежности БРМ. Оценку показателей надежности виброизоляторов выполним по результатам незавершенных эксплуатационных испытаний элементов типа БРМ с размером резинового массива – диаметр 200 мм, высота 100 мм. Эти элементы использованы в виброизолирующих системах однобарабанных окомкователей, эксплуатирующихся в условиях аглофабрики Ждановского металлургического завода.

За критерий отказа виброизолятора принималось появление магистральных (усталостных) трещин в резиновом массиве элемента.

Под наблюдением находилось 56 элементов, установленных на двух машинах, и эксплуатируемых при частоте нагружения 16 Гц, 20 виброизоляторов вышли из строя. Оставшиеся элементы продолжали работать, и наработка каждого на настоящее время составила 54000 ч.

Вариационный ряд наработок на отказ и наработок до цензурирования получен следующий: 20000 (4), 20000*(4), 40000 (12), 54000* (36), где * обозначены наработки до цензурирования, а в скобках указано количество элементов.

Для полученного вариационного ряда оценки параметров распределения Вейбулла составляют – параметр формы $\hat{b} = 2,4082$; параметр масштаба $\hat{a} = 81060$. Гипотеза соответствия распределения Вейбулла полученному ряду наработок на отказ БРМ не противоречива на уровне значимости $\alpha = 0,1$.

Вычисленные в соответствии с приведенными выше формулами показатели надежности имели следующие значения: девяностопроцентный ресурс $t_{\gamma=90\%} = 31840$ (более 4-х лет) и его доверительный интервал $[22419; 41261]$; вероятность безотказной работы на наработку $T = 29280$

(4 года) $P(t = 29280) = 0,918$. Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими расчетами долговечности ВРМ и исходным требованиям на разработку их параметрического ряда. Приведенное значение параметра формы \hat{b} соответствует значению этого параметра для данного вида отказа [116]. Однако полученные результаты, вследствие ограниченности выборки об отказах ВРМ, следует рассматривать как прикидочные, и, по мере накопления такой информации, оценки параметров распределения Вейбулла и показателей надежности необходимо уточнять в рамках данного подхода.

Прогнозирование надежности резиновых деталей по изменению их жесткостных параметров. Прогнозирование показателей надежности резиновых деталей по изменению их жесткости рассмотрим на примере изменения жесткости резинометаллических элементов типа БРМ102 из резины 51-1562, установленных в различных узлах виброконвейера КВ2Т. В табл. 13 приведены значения жесткостей c_1 , c_2 , c_3 , соответственно трем элементам.

Таблица 13 – Изменение жесткости элементов

10^{-3} , ч	c_1 , кН/м	c_2 , кН/м	c_3 , кН/м
0,0	197	250	249
1,5	221	277	256
3,0	235	286	270
4,5	238	297	273
6,0	239	300	274
9,0	239	300	275
12,0	239	300	275
15,0	239	300	275
18,0	239	300	275
21,0	239	300	275
24,0	239	300	275

Предельным значением жесткости элементов в соответствии с критерием разрушения взято ее увеличение на 20-25 %: $c_{\max} = 312,5$ кН/м. Для числовых данных табл. 4 получаем следующие значения параметров: $m = 254,98$; $\sigma_m = 13,44$; $\bar{h} = 0,00096$ и $\sigma_h = 0,212 \cdot 10^{-3}$.

Показатели надежности определяем по формулам (150), (151), и в этом случае они имеют следующие значения: гамма-процентный ресурс $t_{\gamma=90\%} = 43023$ ч; – вероятность безотказной работы на наработку $T = 20000$ – $P(t = 20000) = 0,996$.

Полученные результаты по оценке надежности БРМ свидетельствуют о высоком уровне ресурса, в течение которого с большой степенью вероятности сохраняется их работоспособность. По мере накопления информации об отказах и изменении во времени жесткостных параметров необходимо проводить корректировку оценок показателей надежности в рамках указанного методического подхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М., 1959. – 440 с.
2. Дырда В.И., Чижик Е.Ф. Резиновые детали в машиностроении. – Днепропетровск: Полиграфист, 2000. – 586 с.
3. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М., 1958. – 562 с.
4. Василенко Н.В. Влияние формы петли гистерезиса на характеристики колебательного движения // Вопросы рассеяния энергии при колебаниях упругих систем. – К., 1962. – С. 36-38.
5. Сорокин Е.С. Обзор работ ЦНИИСК АСА СССР по изучению внутреннего трения в материалах и конструкциях // Вопросы рассеяния энергии при колебаниях упругих систем. – К., 1962. – С. 19-27.
6. Шолин М.К., Дырда В.И. Выбор параметров и расчет системы виброизоляции тяжелых горно-обогатительных машин // Геотехническая механика. – 2002. – Вып. 39. – С. 106-119.
7. Шолин М.К. Прогнозирование долговечности металлорезиновых цилиндрических виброизоляторов // Геотехническая механика. – 2002. – Вып. 39. – С. 34-57.
8. Заключение о техническом состоянии строительных конструкций, рекомендации и технические решения по усилению поврежденных конструкций, паспорт технического состояния корпуса обжига и окомкования ЦПО-2 ОАО «Сев.ГОК», г. Кривой Рог: Отчет о НИР (заключительный) / КП «Харьковский Промстройпроект». – Харьков. – 2000. – Том 2 (договор № 2911 от 15.12.1999 г.).
9. ГОСТ 9.713-86. Резины. Метод прогнозирования изменения свойств при термическом старении; Введен 01.01.88. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 8 с.
10. ГОСТ 12.1.012-90. ССБТ. Вибрационная безопасность. Общие требования; Введен 01.01.92. – М.: Госстандарт, 1990. – 46 с.
11. Шолин М.К. Расчет жесткостных параметров сплошных резинометаллических виброизоляторов тяжелых горно-обогатительных машин//Геотехническая механика. – 2002. – Вып. 31. – С. 42-49.
12. Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Шолин М.К. Особенности квазистатических расчетов металлорезиновых систем // Геотехническая механика. – 2003. – Вып. 46. – С. 164-187.
13. Дырда В.И., Шолин М.К., Твердохлеб Т.Е. Прогнозирование надежности металлорезиновых виброизоляторов машин при длительных циклических нагружениях // Геотехническая механика. – 2003. – Вып. 45. – С. 92-131.
14. Гордиенко Н.А., Дырда В.И., Шолин М.К. Некоторые проблемы локальной долговечности при длительном циклическом разрушении // Геотехническая механика. – 2003. – Вып. 46. – С.
15. Дырда В.И., Шолин М.К. Выбор моделей и критериев отказа резиновых виброизоляторов машин при длительном циклическом нагружении//Геотехническая механика. – 2003. – Вып. 45. – С. 63-92.
16. Дырда В.И., Лисица Н.И., Шолин М.К., Афанасьев В.Д., Калашников С.Л. Виброизоляция вихревых смесителей аглофабрик//Геотехническая механика. – 2003. – Вып. 43. – С. 149-164.
17. Вибрация в технике: в 6 т. / Под ред. Фролова В.К. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 6. – 456 с.
18. Потураев В.Н., Дырда В.И. Резиновые детали машин. – М.: Машиностроение. – 216 с.
19. Тихомиров Ю.Ф. Промышленные вибрации и борьба с ними. – Киев: Техніка, 1975. – 180 с.
20. Самеха М., Санкар Т. Динамические приемочные испытания станков, основанные на нелинейной модели // Конструирование. – 1980. – Т. 102, № 1. – С. 45-51.
21. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. – М.: Высшая школа, 1989. – 367 с.

22. Дырда В.И., Маркелов А.Е. Резиновые детали технологических машин. – Днепропетровск: Авантаж, 2008. – 316 с.
23. Лепетов В.А., Юрцев Л.Н. Расчеты и конструирование резиновых изделий. – Л.: Химия, 1987. – 408 с.
24. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 232 с.
25. Хорольский М.С. Основные итоги деятельности УНКТИ «ДИНТЭМ» по созданию эластомерных материалов и изделий на их основе во втором тысячелетии // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. трудов. – Днепропетровск, 2001. – Вып. 24. – С. 26-44.
26. Элементы конструкций вибрационных транспортно-технологических машин / Потураев В.Н. и др. – Киев: Наук. думка, 1984. – 124 с.
27. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / Потураев В.Н., Дырда В.И., Карнаухов В.Г., Сенченков И.К., Козлов В.И., Мазнецова А.В. – Киев: Наук. думка, 1967. – 268 с.
28. Потураев В.Н. Резиновые и резинометаллические детали машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 300 с.
29. Расчеты на прочность в машиностроении / Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К. и др. – М.: Машгиз, 1956. – Т. 2. – 974 с.
30. Лавендел Э.Э. Расчет резинотехнических изделий. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.
31. Прикладные методы расчета изделий из высоко-эластичных материалов / Дымников С.И. и др. – Рига: Зинатне, 1980. – 238 с.
32. Потураев В.Н., Дырда В.И., Круш И.И. Прикладная механика резины. – Киев: Наук. думка, 1980. – 260 с.
33. Payne A.R. Histeresis in rubber vulcanisates // 117 Polim. Sci. Symp. – 1974. – N 48. – Pp. 169-106.
34. Gobel E.F. Gummifedern. – Berlin: Springer, 1945.
35. Горелик Б.М. Цилиндрические резинометаллические амортизаторы. -- М.: ЦНИИТЭнефтехим. – 1989. – 68 с. (Производство РТИ и АТИ: Тем. обзор).
36. Сенченков И.К., Шевченко А.Ю., Мазнецова А.В. Справочные коэффициенты жесткости призматических и цилиндрических виброизоляторов при сжатии и сдвиге // Вопросы динамики и прочности. – 1987. – Вып. 48. – С.23-28.
37. Dean G.D., Duncan J.C., Jonson A.F. Determination of nonlinear dynamic properties of carbon-filled rubber // Polym. Test. – 1984. – N 4. – Pp. 225-249.
38. Мазнецова А.В. Разработка прикладных методов расчета силовых резиновых деталей горных вибрационных транспортных машин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.05.06 / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 1990. – 17 с.
39. Расчет стационарных колебаний и диссипативного разогрева нелинейных вязкоупругих тел при периодическом нагружении / Сенченков И.К., Дырда В.И., Козлов В.И., Терещенко О.П., Мазнецова А.Б. // Прикладная механика. – 1986. – 22, № 6. – С. 49-55.
40. Мазнецова А.В. Прогнозирование локальной долговечности резинометаллических элементов горных машин; АН УССР. ИГТМ. – Днепропетровск, 1987. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 24.07.87.
41. Дырда В.И., Голуб Г.Н. Определение соотношения тепловых и механических потерь в резине; АН УССР. ИГТМ. – Днепропетровск, 1982. – 7 с. – Деп. в ВИНТИ 03.03.82, № 1952-82.
42. Дырда В.И., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Расчет силовых резинотехнических изделий, используемых в горном машиностроении // Производство РТИ и АТИ. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1991. – Вып. 2. – 62 с.
43. Расчет слоистых резинометаллических виброизоляторов / В.И. Дырда, Г.Н. Голуб, А.В. Мазнецова, М.В. Мажаров; ИГТМ АН Украины. – Днепропетровск, 1989. – 11 с. – Деп. в ВИНТИ 22.11.89, № 6987-В89.

44. Сенченков И.К., Червинко О.П., Козлов В.И. Жесткость и разогрев нелинейно-вязкоупругой призмы при комбинированном нагружении сжатия-сдвига // Прикл. механика. – 1968. – 24, № 12. – С. 65-71.
45. Описание вязкоупругого поведения резиновых элементов при конечных деформациях / В.И. Дырда, А.А. Адамов, З.И. Селиванов, А.В. Мазнецова; ИГТМ АН УССР. – Днепропетровск, 1964. – 10 с. – Деп. в ВИНТИ 25.01.85, № 746-85.
46. Мазнецова А.В. Использование температурного критерия при оценке долговечности резиновых деталей / ИГТМ АН Украины, – Днепропетровск, 1978. – 12 с. – Деп. в ВИНТИ 14.01.76, № 389-78.
47. Дырда В.И., Сенченков И.К., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Универсальный конструкционно-деформационный параметр и β -метод в механизме деформирования резиновых деталей // Тр. II Международного симпозиума по механике эластомеров, июнь 1997 г. – Днепропетровск: Полиграфист, 1997. – С. 204-234.
48. Горелик В.М., Меняк В.Я., Шляхман А.А. Применение распределения Вейбулла при оценке надежности резинотехнических изделий // Производство шин, РТИ и АТИ. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1975. – № 1. – С. 47-50.
49. Ляпунов В.Т., Лавендел Э.Э., Шляпочников С.А. Резиновые виброизоляторы. – Л.: Судостроение, 1988. – 214 с.
50. Потураев В.Н., Дырда В.И., Санкин В.А. Методика расчета диссипативного разогрева резиновых амортизаторов горных машин / АН УССР. Ин-т геотехн. механики. – Днепропетровск, 1973. – 26 с. – Деп. в ВИНТИ 29.11.73, № 7486-73.
51. Потураев В.Н., Дырда В.И., Санкин В.Л. О теплообразовании в резиновых призматических элементах при циклических деформациях сжатия и сдвига // Каучук и резина. – 1973. – № 9. – С. 41-44.
52. Потураев В.Н., Дырда В.И., Мазнецова А.В. Основы расчета долговечности резиновых деталей горно-металлургических машин // Тр. Междунар. симпоз. по динамике тяжелых машин горн. и металлург. пром-ти. – Донецк, 1974. – С. 233-239.
53. Потураев В.Н., Дырда В.И., Надутый В.П. Резина в горном деле. – М.: Недра, 1974. – 152 с.
54. Потураев В.Н., Дырда В.И., Мазнецова А.В. Некоторые вопросы прочности и разрушения вязкоупругих систем // Реология полимерных и дисперсных систем и реофизика. – 1975. – № 2. – С. 149-156.
55. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
56. Грінченко В.Т., Карнаухов В.Г., Сенченков І.К. Напружно-деформований стан і температурне поле суцільного в'язкопружного скінченного циліндра при його кінематичному збудженні // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1974. – С. 150-153
57. Бартенев Г.М., Зуев Ю.С. Прочность и разрушение высокоэластичных материалов. – М.: Химия, 1964. – 387 с.
58. Бартенев Г.М. Взаимосвязь процессов вязкоупругости и разрушения некристаллических полимеров // Релаксационные явления в полимерах. – Л.: Химия, 1972. – С. 76-87.
59. Бартенев Г.М., Зеленев Ю.В. Курс физики полимеров. – Л.: Химия, 1976. – 287 с.
60. ГОСТ 9.707-81 Методы ускоренных испытаний на климатическое старение; Введен с 01.01.83. – М.: Издательство стандартов, 1982. – 56 с.
61. Пригожин И., Николис Г. Биологический порядок, структура и неустойчивости // Успехи физических наук. – 1973. – Т. 109, № 3. – С. 517-543.
62. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. – М.: Мир, 1985. – 452 с.
63. Либовиц Г. Разрушение неметаллов и композитных материалов. – М.: Мир, 1976. – С. 8-66.
64. Исследование термомеханического поведения эластомерных конструкций, имеющих форму тел вращения / Дырда В.И., Козлов В.И., Мазнецова А.В., Спивак И.Л. //

- АН УССР. – Ин-т геотехн. механики. – Днепропетровск, 1987. – 15 с. – ДЕП в ВИНТИ 03.06.87, № 5548-B87.
65. Ройтман А.В., Кулик В.П. Модели повышения надежности. (Обзор зарубежных исследований за 1968-1978 г.г.) // Новое в зарубежном авиадвигателестроении. – М.: Изд-во ИИ АН, 1982. – № 1. – С. 19-26.
 66. Codier E.O. Reliability in third generation // Proc. Akur. Reliab and Maintain. – New York. – 1971. – Pp. 129-134.
 67. Проников А.С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 492 с.
 68. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
 69. Гнеденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
 70. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
 71. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов. – М.: Машиностроение, 1964. – 275 с.
 72. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
 73. Фрейденталь А.М. Статистический подход к хрупкому разрушению // Разрушение. – М.: Мир, 1975. – Т. 2. – С. 616-645.
 74. Гнеденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
 75. Герцбах И.Б., Кордонский Х.В. Модели отказов. – М.: Советское радио, 1966. – 166 с.
 76. Кордонский Х.Б., Фридман Я.Ф. Некоторые вопросы вероятностного описания усталостной долговечности: Обзор // Заводская лаборатория. – 1976. – № 7. – С. 829-847.
 77. Гардинер К.В. Статистические методы в естественных науках. – М.: Мир, 1986. – 528 с.
 78. Сургай Н.С., Дырда В.И., Мазнецова А.В., Твердохлеб Т.Е. Некоторые аспекты повышения безопасности и надежности машин и сооружений // Труды Международного симпозиума, июнь 1997 г. – Том 2А. – Днепропетровск, 1998. – С. 349-394.
 79. Sitzer Michael R. Stochastic damage model for non-linear visco-elastic material // Forschungsingenieurwesen. – 1984. – V. 50, № 5. – P. 148.
 80. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. / Ред. совет: В.С. Авдуевский (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1987. – Т. 2. Математические методы в теории надежности и эффективности / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Машиностроение, 1987. – 280 с.
 81. Ивлев В.В. Надежность систем из однотипных элементов. – М.: Радио и связь, 1986. – 96 с.
 82. Карбасов О.Г. Проблемы оценки и расчета надежности резиновых технических изделий // Каучук и резина. – 1980. – № 4. – С. 23-25.
 83. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
 84. Временное практическое руководство по нормированию, подтверждению и обеспечению надежности машиностроительной продукции. – М.: ВНИИНМАШ, 1986. – 65 с.
 85. Воинов К.Н. Прогнозирование надежности механических систем. – Л.: Машиностроение, 1978. – 208 с.
 86. Машиностроение: Энциклопедия / Ред. совет: Фролов К.В. и др. – М.: Машиностроение. Надежность машин. – Т. IV-3 / Клюев В.В., Болотин В.В., Соснин Ф.Р. и др.; Под общ. ред. Ключева В.В. – 1998. – 592 с.
 87. Болотин В.В. Введение в теорию и практику надежности // Конструирование машин. Справочно-методическое пособие / Под общей ред. К.В. Фролова. – Т. 2. Под ред. А.П. Гусенкова, А.Ф. Крайнева. – М.: Машиностроение, 1992. – С. 521-545.
 88. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
 89. Надежность в машиностроении: Справочник / Ред. Шашкин В.В., Карзов Г.П. – СПб.: Политехник, 1992. – 719 с.

90. Надежность в технике. Научно-технические, экономические и правовые аспекты надежности: Методическое пособие / Ред. Болотин В.В. – М.: МНТК «Надежность машин», 1993. – 253 с.
91. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. – М.: Машиностроение. – Т. 1, 1986. – 224 с.; Т. 2, 1987. – 280 с.; Т. 3, 1988. – 328 с.; Т. 4, 1987. – 280 с.; Т. 5, 1988. – 316 с.; Т. 6, 1989. – 280 с.; Т. 7, 1990. – 320 с.; Т. 9, 1987. – 352 с.; Т. 10, 1990. – 336 с.
92. Надежность машиностроительной продукции. Практическое руководство по нормированию, подтверждению и обеспечению. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 328 с.
93. Хевиленд Р. Инженерная надежность и расчет на долговечность. – М.: Энергия, 1966. – 232 с.
94. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях: анализ, предсказание, предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
95. Миллер Д., Суэйн А. Ошибки человека и его надежность: человеческий фактор. – М.: Мир, 1991. – Т. 1. – С. 360-417.
96. ДСТУ 2861-94. Надійність техніки. Аналіз надійності. Основні положення. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 33 с.
97. ДСТУ 2863-94. Надійність техніки. Програма забезпечення надійності. Загальні вимоги. – Київ: Держстандарт України, 1994. – 30 с.
98. ДСТУ 2862-94. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 33 с.
99. Определение показателей надежности эластомерных элементов машин / Дырда В.И., Твердохлеб Т.Е., Монастырский В.Ф. и др. // Труды II Международного симпозиума по механике эластомеров, Днепропетровск, 23-25 июня 1997 г. – Днепропетровск: Полиграфист, 1998. – С. 235-295.
100. Переверзев Е.С. Модели накопления повреждений в задачах долговечности. – Киев: Наук. думка, 1995. – 358 с.
101. Переверзев Е.С., Даниев Ю.Ф. Испытания и надежность технических систем. – Днепропетровск, 1999. – 217 с.
102. Пампура В.И. Структурная информационная теория надежности систем. – Киев: Наук. думка, 1992. – 238 с.
103. Тимашев С.А. Надежность больших механических систем. – М.: Наука, 1982. – 184 с.
104. Труханов В.М. Надежность изделий машиностроения. Теория и практика. – М.: Машиностроение, 1996. – 336 с.
105. Хенли Э.Дж., Кумамото Х. Надежность технических систем и оценка риска. – М.: Машиностроение, 1984. – 518 с.
106. Probabilistic Safety Assessment. – New York: American Nuclear Society, 1993. – Vol. 1. – 744 p.
107. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1968. – 400 с.
108. Лихтман В.И., Щукин Е.Д., Ребиндер Г.А. Физико-химическая механика металлов. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 303 с.
109. Захарьев Г.А. Достижения в области конструирования резиновых технических изделий // Каучук и резина. – 1980. – № 4. – С. 15-18.
110. Карбасов О.Г., Меняк В.Я. Прогнозирование среднего ресурса работоспособности клиновых ремней // Каучук и резина. – 1970. – № 1. – С. 37-38.
111. Проблемы оценки и расчета надежности резиновых технических изделий // Каучук и резина. – 1980. – № 4. – С. 30-34.
112. Ротенберг Р.В. Надежность машин и идеи резервирования // Вестник машиностроения. – 1968. – № 10. – С. 19-23.
113. РД 50-690-89. Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным. – Введ. 01.01.91 до 01.01.94. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 131 с.

114. Ллойд Д.К., Липов М. Надежность: организация исследования, методы, математический аппарат. – М.: Советское радио, 1964. – 688 с.
115. Айвязан С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
116. Меняк В.Я., Горелик В.М., Карбасов О.Г. Влияние вида отказа резиновых деталей на параметры математической модели надежности // Каучук и резина. – 1973. – № 5. – С. 39-44.
117. Шолин М.К. Резинометаллические изделия высокой надежности // Полимеры – деньги. – 2006. – №4. – С. 40-44.
118. Хасхачих А.Д., Шолин М.К. Автогенераторные методы и приборы для неразрушающего контроля качества шин и резинотехнических изделий. – Днепропетровск: Пороги, 2005.
119. Шолин М.К. Резиновые износостойкие элементы горно-металлургического оборудования // Геотехническая механика. – 2001. – №24. – С. 70-77.
120. Чижик Е.Ф., Шолин М.К., Костенко В.А. Опыт применения резиновых футеровок // Промышленность строительных материалов. – М.: ВНИИЭСМ, 1987. – С. 6-9.
121. Шолин М.К., Чижик Е.Ф. Повышение долговечности кузовов карьерных автосамосвалов // Metallургическая и горнорудная промышленность. – 1990. – №2. – С. 40-42.
122. О.И. Кудрявцева, В.В. Лепехин, М.К. Шолин. Современные методы защиты горнообогатительного оборудования от износа // III Конгресс обогатителей стран СНГ, г. Москва, 2001 г.
123. Шолин М.К. Механика деформирования сплошных металлорезиновых цилиндрических виброизоляторов // IV Международный симпозиум «Механика эластомеров – 2001», г. Днепропетровск, 2001 г.
124. Дырда В.И., Шолин М.К. Механика деформирования и разрушения металлорезиновых систем // I Всероссийская конференция по каучуку и резине, г. Москва, 2002 г.
125. Хасхачих А.Д., Шолин М.К. Электромагнитные методы и приборы неразрушающего контроля качества резиновых смесей // IX научно-практическая конференция «Резиновая промышленность и сырые материалы, технологии», г. Москва, 2002 г.
126. Дырда В.И., Шолин М.К. Синергетическая модель циклического разрушения резины // Международная конференция по каучуку и резине IRC'04, г. Москва, 2004 г.
127. Шолин М.К. Связующие системы «Хемосил» в производстве формовых резинометаллических изделий // V Украинская международная научно-техническая конференция «Эластомеры: материалы, технология, оборудование, изделия», г. Днепропетровск, 2005 г.
128. Шолин М.К. Расчет металлорезиновых систем. Работы в области создания конструкций типа «Эластомет» // VI Международный симпозиум «Механика эластомеров», г. Днепропетровск, 2005 г.
129. Шолин М.К. Защита технических объектов от ударов и вибраций, создающих аварийные ситуации // Научно-практическая конференция «Проблемы прогнозирования та попередження надзвичайних ситуацій природного, природно-техногенного та техногенного походження», г. Одесса, 2008 г.