

## **ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ЗАЩИТНЫХ ФУТЕРОВОК БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ ПРИ УДАРНЫХ НАГРУЗКАХ И ВДАВЛИВАНИИ**

Розглядається механізм деформування та руйнування гумових футеровок барабаних млинів при ударних навантаженнях.

### **RESEARCH OF MECHANISMS OF DEFORMING AND FRACTURE OF PROTECTIVE LININGS OF RATTLE JACKS AT SHOCK LOADS AND INDENTING**

The mechanism of deforming and fracture of rubber linings of rattle jacks at shock loads is considered.

Ранее [1-3] было отмечено, что в качестве материала для изготовления защитных футеровок используются в подавляющем большинстве марганцовистые стали типа 110Г13Л и различные марки резин. Было также отмечено, что резиновая футеровка имеет неоспоримые преимущества перед металлической за исключением ряда случаев: когда продукты истирания резины могут загрязнять конечный продукт и когда температура в барабане мельницы превышает допускаемую для резины. Поэтому на рынке услуг на сегодняшний день наряду с резиновой футеровкой продолжает эксплуатироваться и металлическая, по механизмам разрушения которой накоплен большой фактический материал. Поэтому ниже при исследовании механизмов деформирования и разрушения защитных футеровок при ударных нагрузках и вдавливании будут приведены сравнительные результаты испытаний двух футеровок, а в ряде случаев двух материалов: резины и металла.

Многочисленными экспериментальными исследованиями [1, 4] установлено, что в шаровых рудоизмельчительных мельницах основным фактором разрушения защитных футеровок является абразивный или абразивно-усталостный износ, обусловленный в том числе и ударами соприкасаемых тел. Для резиновой футеровки преобладающим является абразивно-усталостный износ, для металлических – абразивный износ; удар и вдавливание при оптимальных параметрах элементов защитных футеровок играют второстепенную роль [4, 5]. Тем не менее, и ударные нагрузки, и вдавливание соприкасаемых тел вносят определенный вклад в общий механизм разрушения футеровок. Поэтому на первом этапе применения резиновых футеровок в горном машиностроении многие авторы (Чижик Е.Ф. [4], Надутый В.П. [6], Настоящий В.А. [7] и др.) уделяли этим исследованиям большое внимание и получили весьма важные результаты.

Эти результаты были использованы для выбора параметров элементов резиновой футеровки, например, выбора толщины футеровочных плит, и для определения допускаемых напряжений в материале футеровки.

Ниже рассмотрим процессы удара и вдавливания при взаимодействии футеровки с загрузкой с акцентацией внимания на результатах сравнения поведения резиновой и металлической футеровок.

Взаимодействие отдельных элементов (шары, куски руды) внутримельничной загрузки будем моделировать системой «шар-плоскость». Рассмотрим три основных модели, наиболее полно характеризующих эту систему.

### 1 Модель Герца – Динника для удара шара о плоскость

История этой модели восходит к временам Ньютона, Сен-Венана и Герца; позже она была развита в работах А.Н. Динника и С.П. Тимошенко.

Применительно к рассматриваемому случаю наиболее удобно исследовать прямой центральный удар двух упругих тел, т.е. удар шара о тело бесконечно большой массы, ограниченное плоскостью. Такая задача обычно сводится к рассмотрению процесса соударения двух материальных точек с находящимся между ними упругим элементом. Этот упругий элемент моделируется пружиной. Такая модель имеет явные недостатки, но на сегодняшний день это, пожалуй, единственная модель, позволяющая исследовать локальные процессы при вдавливании или соударении двух упругих тел. Правильность ее подтверждена во многих работах [8-11].

Рассмотрим прямой центральный удар двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , движущимися со скоростями  $V_1$  и  $V_2$ . При соприкосновении тел они начнут деформироваться: кинетическая энергия относительного движения шара перейдет частично в потенциальную энергию деформаций плоскости (т.е. футеровки), частично в энергию упругих волн, в энергию разрушения футеровки, в энергию трения и т.д. Время удара обычно рассматривается как процесс, состоящий из двух актов: первый акт от момента касания тел до момента их наибольшего сжатия  $t_2$ ; второй – от момента наибольшего сжатия  $t_2$  до момента последнего касания  $t_1$ .

По закону сохранения количества движения общая скорость в момент наибольшего сжатия будет

$$V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}.$$

А.Н. Динник для соударения шара о плоскость приводит следующие выражения:

- для сближения двух тел

$$\alpha = \frac{1}{4} R \sqrt[5]{\frac{100\pi^2 \rho_1^2 16(1-\nu^2)(E_1 + E_2)^2}{E_1^2 E_2^2}} V^{4/5}; \quad (1)$$

- для нормального напряжения

$$\sigma_z = 4,5 \sqrt[5]{\frac{10\rho_1 E_1^4 E_2^4}{\pi^4 4^4 (1-\nu^2)^2 (E_1 + E_2)^4}} V^{2/5}; \quad (2)$$

- для касательного напряжения

$$\tau = 0,7358 R \sqrt[5]{\frac{100\pi^2 \rho^2 16(1-\nu^2)^2 (E_1 + E_2)^2}{E_1^2 E_2^2 \nu}}, \quad (3)$$

где  $\rho_1$  – плотность шара;

$\rho_2$  – плотность футеровки;

$R$  – радиус шара;

$V$  – скорость удара;

$\alpha$  – сближение тел;

$\sigma_z$  – нормальное напряжение;

$\tau$  – касательное напряжение;

$E_1$  и  $E_2$  – модули Юнга шара и футеровки соответственно;

$\nu$  – коэффициент Пуассона.

Эти формулы А.Н. Динник использовал для вычисления  $\alpha$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau$  при ударных нагрузках различных материалов: в основном металлических, стекла и др. Следует подчеркнуть, что с некоторыми допущениями они дают хорошую сходимость с экспериментом и для системы «шар – резиновая плита». Именно их использовал автор для определения величины сближения тел и нормального напряжения.

А.Н. Динник провел обширные экспериментальные исследования различных материалов в условиях ударных напряжений, в том числе и таких, которые вызывают разрушение плоскости. При этом он отметил весьма важный факт, позже подтвержденный многими исследователями: материалы (в основном металлы) локально могут выдерживать большие напряжения без видимых следов разрушения. Причины такого поведения авторы видят в следующем:

- согласно III теории прочности локальные разрушения материала начнутся тогда, когда касательные напряжения достигнут некоторого максимального значения;
- время удара обычно незначительно и напряжения благодаря релаксационным свойствам материала не успевают проявиться в полной мере;
- в зоне контакта материал находится в условиях объемного сжатия.

По теории А.Н. Динника главные напряжения в центре удара

$$\bar{X}_x = \bar{Y}_y = \bar{Z}_z (1 + 2\nu)/2;$$

для сжатия металла при  $\nu = 0,3$  имеем  $\bar{X}_x = \bar{Y}_y = 0,8\bar{Z}_z$ ;

для резины при  $\nu = 0,5$  имеем  $\bar{X}_x = \bar{Y}_y = \bar{Z}_z$ .

При таких условиях материал может выдержать намного больше напряжения, чем при монофазном сжатии. Следует также отметить, что резина благодаря несжимаемости ( $\nu = 0,5$ ) при ударных нагрузках находится в более благоприятных условиях, чем металлы. Наибольшие касательные напряжения в центре поверхности удара, от которых соответственно и зависит разрушение футеровки, будут равны

$$\bar{T}_{xz} = \bar{T}_{yz} = (\bar{Z}_z - \bar{X}_x)/2 = Z_z/10,$$

а при монофазном сжатии наибольшее касательное напряжение на площадке, составляющей угол  $45^\circ$  с напряжением  $\bar{Z}_z$ , будет

$$\bar{T} = \bar{Z}_z/2.$$

В этом и заключается одна из причин более высокой стойкости резины к ударным нагрузкам, чем металла.

Рассмотрим расчет нормальных напряжений  $\sigma_z$  для резиновой футеровки «плита-плита» мельницы МШЦ 4,5×6,0 (Полтавский ГОК). Данные для расчета: резина 541933-1; шар диаметром 60 мм; скорость удара  $V = 12$  м/с; коэффициенты Пуассона: для стали –  $\nu = 0,3$ , для резины  $\nu = 0,499$ ; модуль упругости стали  $E_1 = 2 \cdot 10^5$  МПа; модуль упругости резины  $E_2 = 10$  МПа, объемный модуль упругости резины  $K_2 = 3 \cdot 10^2$  МПа (определяется экспериментально по методике [12]). Расчет по формуле (2) дает  $\sigma_z = 20,8$  МПа. Для сравнения приведем экспериментальные данные, полученные Е.Ф. Чижиком [4] при исследовании аналогичной резины при следующих параметрах: скорость удара шара диаметром 60 мм равнялась 12 м/с; экспериментальное значение глубины лунки при ударе равнялось 1,8 мм; в этом случае величины нормальных напряжений  $\sigma_z = 18 \div 25$  МПа. Как видно, совпадение вполне приемлемое. При этом Е.Ф. Чижик [4] рекомендует брать допускаемые напряжения в пределах  $25 \div 28$  МПа, а допускаемые деформации –  $0,25 \div 0,30$ .

**Вдавливание шара в плоскость.** А.Н. Динник для вдавливания шара в плоскость давлением  $p$  получил следующие формулы [11]:

- для сближения шара и плоскости

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9p^2(\theta_1 + \theta_2)^2}{256R}}, \quad (4)$$

- для нормального напряжения

$$\sigma_z = \frac{3}{\pi} \sqrt[3]{\frac{4p}{9R^2(\theta_1 + \theta_2)^2}}, \quad (5)$$

- для радиуса площадки контакта

$$a = \sqrt[3]{3pR(\theta_1 + \theta_2)/16},$$

где  $\theta_i = 4(1 - \nu_i^2)/E_i$  ( $i = 1, 2$ ).

Используя эти формулы, для металлического шара ( $\nu_1 = 0,3$ ,  $E_1 = 2 \cdot 10^5$  МПа) радиусом  $R = 30$  мм, вдавливаемого в резиновую футеровку ( $\nu_2 = 0,499$ ,  $E_2 = 5,67$  МПа) давлением  $p = 0,25$  МПа, получаем  $\sigma_z = 21,2$  МПа.

**Алгоритм решения контактной задачи МКЭ.** Предполагается, что контактируют два тела, одно из них упругое, второе абсолютно жесткое, которое не деформируется. Алгоритм решения контактной задачи сводится к последовательному выполнению следующих шагов (программа МИРЕЛА+ [13]):

1. На первом шаге нагружения по заданным координатам конструкции  $\{x_i\}$ , вычисленным вектору перемещений  $\{u_i\}$  и компоненте тензора напряжения  $\{\sigma_{ij}\}$  вычисляется матрица жесткости  $[K^*]$ .

2. Текущее значение параметров нагрузки определяется следующим образом

$$P_n = P_{n-1} + \Delta P_n.$$

3. Из системы линейных алгебраических уравнений

$$\{u_{n-1}\} = [K^*] \{P_{n-1}\}$$

находится вектор перемещений. Начальное приближение искомого решения  $\{\Delta u_{n(1)}\}$  находится с помощью экстраполяционной формулы

$$\{\Delta u_{n(1)}\} = \{\Delta u_{n-1}\} \Delta P_n / \Delta P_{n-1}.$$

4. Задаются краевые условия непроникания контактирующих тел. К узловым точкам, которые пересекают границу контакта после нагружения, прикладывается вектор дополнительной нагрузки, который определяется новым вектором перемещений:

$$\{\Delta u_{n(2)}\} = \{\Delta u_{n(1)}\} - \{\Delta v_{n(1)}\},$$

где  $\{\Delta u_{n(1)}\}$  – вектор перемещения точек без учета граничных условий;

$\{\Delta u_{n(2)}\}$  – новый вектор перемещений;

$\{\Delta v_{n(1)}\}$  – вектор перемещений от дополнительной загрузки.

Далее вычисляется вектор дополнительной нагрузки  $P_n^*$  как функция от  $\{\Delta v_{n(1)}\}$  и суммируется с вектором нагрузки.

5. Приближенное значение перемещений  $\{\Delta u_{n(2)}\}$  подставляется в линейные уравнения, определяется вектор узловых невязок  $\{R_{n(2)}\}$ , численной характеристикой которого является сумма квадратов компонент узловых невязок  $\{R^*\}$ . Данная величина позволяет судить о сходимости получаемых решений.

6. Оценка вектора узловых невязок  $\{R_{n(2)}\}$  определяется следующим образом: принимается, то значение вектора перемещений  $\{\Delta u_{n(2)}\}$ , при котором выполняется условие:

$$(R_{(2)})^2 < (P_n)^2 \varepsilon, \quad \text{где } (10^{-4} \leq \varepsilon \leq 10^{-2}). \quad (6)$$

7. При выполнении условия (6) вектор  $\{R_{n(2)}\}$  принимается за дополнительную нагрузку и подставляется в правую часть системы линейных уравнений.

8. Решается система линейных уравнений, находится приращение нового вектора перемещений  $\{\Delta w_{n(1)}\}$  и суммируется с вектором  $\{\Delta u_{n(2)}\}$ :

$$\{\Delta u_{n(3)}\} = \{\Delta u_{n(2)}\} + \{\Delta w_{n(1)}\}.$$

9. Для нового вектора перемещений  $\{\Delta u_{n(3)}\}$  проверяется условие непроникания. Если точки упругого тела снова проникли в жесткое тело, то для вектора  $\{\Delta u_{n(3)}\}$  выполняются пункты 4-8.

10. Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия непроникания и условия (6) для текущих значений величины вектора невязок узловых нагрузок.

11. Пересчитываются и значения тензоров деформации и напряжения:

$$\{\varepsilon_{n+1}^{ij}\} = \{\varepsilon_n^{ij}\} + \{\Delta \varepsilon_n^{ij}\};$$

$$\{\sigma_{n+1}^{ij}\} = \{\sigma_n^{ij}\} + \{\Delta \sigma_n^{ij}\}.$$

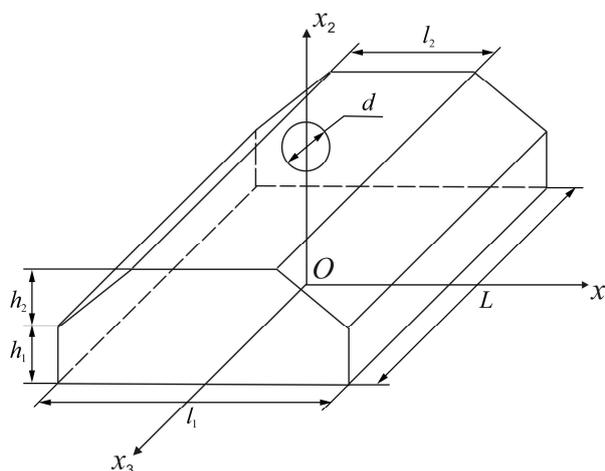


Рис. 1 – Расчетная схема

**Результаты расчета по МКЭ.** Изложенный выше алгоритм был применен для решения контактной задачи для резиновой футеровки, в которую вдавливаются металлический шар. Расчетная схема приведена на рис. 1. Были заданы следующие размеры контактирующих тел:  $l_1 = 486$  мм,  $l_2 = 170$  мм,  $h_1 = 50$  мм,  $h_2 = 150$  мм,  $L = 375$  мм,  $d = 60$  мм. Футеровка выполнена из резины, для которой  $E = 5,67$  МПа,  $\nu = 0,499$ . Давление шара на футеровку равно  $q = 0,25$  МПа.

Распределение нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  показано на рис. 2. Как видно, максимальное по величине напряжение будет в центре поверхности контакта, расчетная величина его равна  $\sigma_z = 21,98$  МПа.

**Экспериментальные исследования.** Такие исследования проводились на универсальном стенде FP 100/1 с автоматической записью кривой «нагрузка-деформация». Исследованиям подвергались плиты резиновой

+6.047E+05  
 -2.622E+06  
 -5.848E+06  
 -9.075E+06  
 -1.230E+07  
 -1.553E+07  
 -1.875E+07  
 -2.198E+07

футеровки типа «плита-плита» мельницы МШЦ 4,5×6,0: толщина плит 200 мм; диаметр контактируемого металлического шара 60 мм; скорость нагружения (скорость сближения шара с футеровочной плитой)  $V = 0,2$  м/с; резина 541933-1. В процессе экспериментальных исследований фиксировалось давление  $p$  шара на футеровку и сближение контактирующих тел  $\alpha$ . Усредненные экспериментальные данные были следующими:  $p = (0,25 \div 0,28)$  МПа;  $\alpha = (1,83 \div 1,85)$  см. В этом случае по формуле (5) получаем  $\sigma_z = (22,3 \div 22,8)$  МПа.

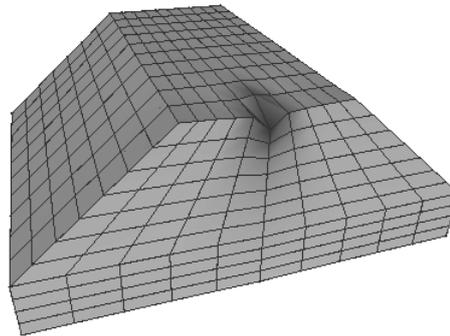


Рис. 2 – Распределение напряжений  $\sigma_{22}$  в футеровке

Как видно, величины нормальных напряжений, полученные по формуле Динника, методом конечных элементов и экспериментальным методом совпадают удовлетворительно.

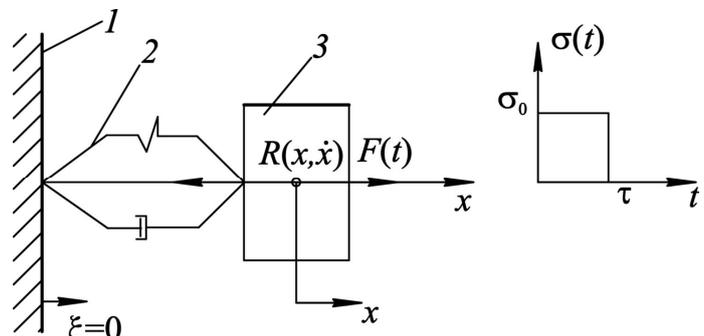
## 2 Феноменологическая модель удара

Для рассматриваемого случая «шар-футеровка» такая модель состоит из несомого твердого тела, движущегося по оси  $x$  (рис. 3), безинерционной футеровки в виде соединенных параллельно пружины и демпфера и основания. При силовом возмущении, когда несомое тело является источником, к нему приложена внешняя сила  $F(t)$ ; основание при этом считается неподвижным.

Для резиновой футеровки силовые характеристики являются нелинейными; при небольших деформациях допустима их линейная аппроксимация, и в этом случае

$$R(x, \dot{x}) = cx + \varphi(\dot{x}),$$

где  $R(x, \dot{x})$  – силовая характеристика футеровки;  
 $c$  – коэффициент ударной жесткости футеровки;  
 $\varphi(\dot{x})$  – демпфирующая составляющая реакции.



1 – основание; 2 – футеровка; 3 – несомое твердое тело

а) общий вид

б) вид ударного импульса прямоугольной формы

Рис. 3 – Расчетная схема ударной системы с одной степенью свободы

Уравнение движения рассматриваемой системы можно представить в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \sigma(t); \quad \omega_0^2 = c/m, \quad (7)$$

где  $m$  – масса несомого тела;

$\sigma(t)$  – закон изменения ускорения основания, в настоящем исследовании примем его в виде прямоугольного, т.е. почти мгновенного импульса (рис. 3, б).

Если удар имеет длительность  $\tau$ , т.е.

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma(t), & 0 \leq t \leq \tau; \\ 0, & t > \tau, \end{cases}$$

то решение уравнения (7) имеет вид

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{\omega_0} \int_0^t \sigma(\theta) \sin \omega(t - \theta) d\theta, & 0 \leq t \leq \tau; \\ \frac{1}{\omega_0} \int_0^\tau \sigma(\theta) \sin \omega(t - \theta) d\theta, & t > \tau. \end{cases}$$

Здесь следует отметить, что при  $t > \tau$  происходят свободные колебания футеровки. В [14] отмечается, что при одноударном режиме нагружения колебания могут носить резонансный характер.

Обычно целью исследований является вычисление ускорений  $\omega(t)$  и величин относительного смещения объекта  $x(t)$

$$x(t) = \frac{1}{\omega_0} R(t) \sin[\omega t - \psi(t)], \quad t \geq 0;$$

$$\omega(t) = \omega_0 R(t) \sin[\omega t - \psi(t)], \quad t \geq 0,$$

где  $R(t) = \sqrt{A^2(t) + B^2(t)}$ ;

$$\psi(t) = \operatorname{arctg} B(t) [A(t)]^{-1};$$

$$A(t) = \int_0^t \sigma(\theta) \cos \omega \theta d\theta;$$

$$B(t) = \int_0^t \sigma(\theta) \sin \omega \theta d\theta.$$

Для короткого удара при  $t \geq \tau$ , для перемещения и ускорения можно записать следующие выражения

$$\left. \begin{aligned} \max_t |x(t) = \tilde{x} = R(\tau)/\omega_0; \\ \max_t |\omega(t) = \tilde{\omega} = \omega_0 R(\tau). \end{aligned} \right\}$$

При  $\pi < \omega_0 \tau < 2\pi$ , что характерно для металлической футеровки, амплитуда послеударных колебаний меньше  $\tilde{x}$ ; при  $\omega_0 \tau = 2\pi$ , что больше характерно для резиновой футеровки, объект движется только во время удара, а после его окончания покоится.

Для рассматриваемой феноменологической модели удара можно сделать следующие обобщения:

- при коротком ударе  $t_0 \geq \tau$  (здесь  $t_0$  – момент достижения наибольшего отклонения объекта относительно основания) время  $t_0 \rightarrow 0$ , перемещение объекта минимально, ускорение и сила максимальны; все это характерно для удара шара о металлическую футеровку;

- при длительном ударе (импульс силы растянут во времени) перемещение объекта большое, сила уменьшается; такие характеристики удара свойственны для шара и резиновой футеровки;
- при ударе возможны свободные колебания объекта; в резиновой футеровке они незначительны благодаря большой диссипации энергии, в металлической футеровке они могут поглощать определенное количество энергии.

### 3 Модель последовательной передачи удара

Рассмотрим систему, состоящую из трех твердых тел с двумя упругими промежуточными элементами (рис. 4). Пусть тела с массами  $m_2$  и  $m_3$  перед ударами неподвижны, а тело массой  $m_1$  движется с начальной скоростью  $V_0$ . При расчете таких сложных систем обычно определяют скорости тел после удара, долю энергии, получаемой каждым элементом системы, силы удара, время соударения и т.д.

Если принять, что упругие элементы деформируются по линейному закону, т.е.

$$P_1 = f_1(\alpha_1), \quad P_2 = f_2(\alpha_2),$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – величина сжатия первого и второго упругих элементов, т.е.

$$\alpha_1 = x_1 - x_2; \quad \alpha_2 = x_2 - x_3, \quad \text{тогда } P_1 = f_1(x_1 - x_2), \quad P_2 = f_2(x_2 - x_3),$$

то уравнение рассматриваемой системы можно упрощенно записать в виде

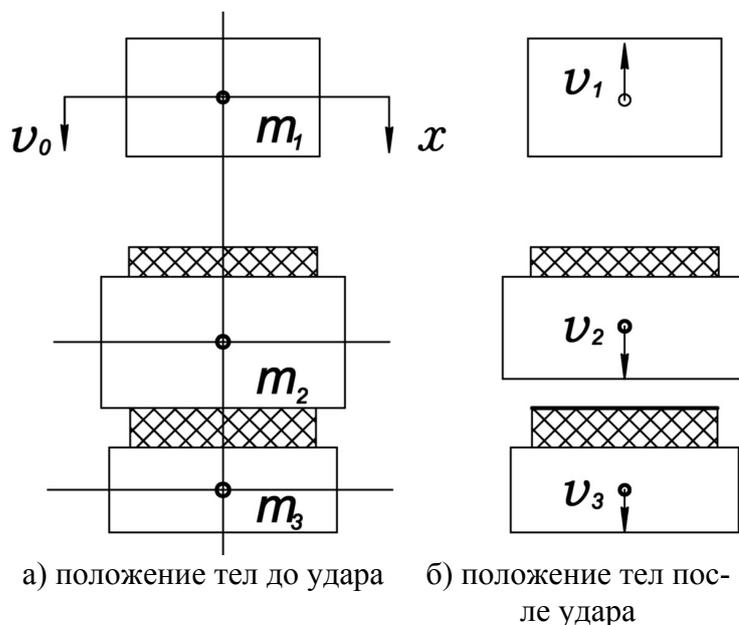


Рис. 4 – Удар в системе из трех твердых тел с упругими промежуточными элементами

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -f_1(x_1 - x_2), \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = f_1(x_1 - x_2) - f_2(x_2 - x_3), \\ m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} = f_2(x_2 - x_3). \end{cases}$$

Решение такой системы дано в [14]. Для определения времени соударения первого и второго тела  $t_1$ , второго и третьего тела  $t_2$  можно записать следующие равенства

$$\begin{aligned} \frac{\mu_2}{\omega'_1} \sin \omega'_1 t_1 &= \frac{\mu_1}{\omega_2} \sin \omega_2 t_1; \\ \omega'_2 \sin \omega'_1 t_2 &= \omega'_1 \sin \omega'_2 t_2, \end{aligned}$$

где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  – отношения амплитуд колебаний элементов системы;  
 $\omega'$  – угловая скорость;  
 $t_1, t_2$  – продолжительность соударений элементов системы.

Коэффициент передачи энергии через промежуточный упругий элемент будет

$$\eta = \frac{m_3 (x'_{3m})^2}{m_1 V_0^2},$$

где  $x'$  – послеударная скорость третьего элемента.

Был проведен эксперимент по определению основных параметров удара в системе, состоящей из трех стальных стержней массой  $m_1 = 93,5 \cdot 10^{-6}$  кг·с<sup>2</sup>/см,  $m_2 = 156 \cdot 10^{-6}$  кг·с<sup>2</sup>/см,  $m_3 = 78 \cdot 10^{-6}$  кг·с<sup>2</sup>/см и двух пружин жесткостью на сжатие 4,85 кг/см.

Результаты исследований следующие:

- продолжительность соударения элементов системы  
 $t_1 = 1,18 \cdot 10^{-2}$  с;  $t_2 = 1,6 \cdot 10^{-2}$  с;
- коэффициент передачи энергии удара к последнему элементу  
 $\eta = 0,52$ ;
- наибольшее сжатие первого упругого элемента при скорости  
 $V_0 = 100$  см/с  $\alpha_{1m} = 3,5$  мм.

Для системы из пяти тел коэффициент передачи  $\eta = 0,72$ , а из двух  $\eta = 0,298$ .

По экспериментальным данным можно сделать следующий вывод: при несовершенной системе передачи энергии удара промежуточные элементы сами становятся ее потребителями, перехватывая часть энергии, предназначенной для конечного элемента системы.

Этот вывод весьма важен для мельниц с футеровкой: при вращении барабана единичные удары шаров и кусков руды о футеровку весьма ред-

ки; обычно в процессе удара участвует целая система, состоящая из шаров, кусков руды различного размера, пульпы и мелких частиц измельчаемого материала, поэтому распределение энергий в такой системе может быть таким, что конечный элемент, контактируемый с футеровкой, не получит энергии, достаточной для его разрушения; в этом случае промежуточные элементы перехватят часть энергии и с некоторой вероятностью часть их может быть разрушена.

#### 4 Обсуждение результатов исследований

Рассмотрим результаты сравнительных исследований ударных систем для барабанных мельниц с различными футеровками – металлической и резиновой. Сравнение будем проводить в рамках изложенных моделей, данные эксперимента заимствованы также из работ [1, 4, 11, 15].

1. Тип удара: согласно данным А.Н. Динника и Н.А. Кильчевского в металлической футеровке преобладает упруго-пластический короткий удар, в упругой зоне он рассматривается как линейный; в резиновой футеровке удар длинный, упруго-вязкий, в зоне контакта существенно нелинейный.

2. Продолжительность удара: А.Н. Динник [11] при ударе шара диаметром 7,62 мм со скоростью  $V = 100$  см/с о стальную плоскость определил время удара  $t = 0,00022$  с; для резины получено  $t = 0,1 \div 0,3$  с [15].

3. Глубина вдавливания: эта величина для металла и резины существенно различна:

- для металла при сближении двух шаров диаметром от 0,95 см до 2,86 см при нагрузках 300-800 кг А.Н. Динник получил  $\alpha = (0,07-0,67) \cdot 10^{-3}$  см [11];
- для резины при сближении шара диаметром 6,0 см с резиновой футеровочной плитой толщиной 200 мм при давлении шара на плиту  $p = (0,25 \div 0,28)$  МПа автор получил сближение контактирующих тел  $\alpha = (1,83 \div 1,85)$  см.

4. Коэффициент восстановления: для металлов большинство авторов определяют как 0,55, для резины примерно 0,26 [4].

5. Напряженно-деформированное состояние:

- в зоне контакта шара диаметром 7,62 мм с плоскостью при скоростях движения  $1 \div 100$  см/с А.Н. Динник получил величины нормальных напряжений  $\sigma_z = 7500-50480$  кг/см<sup>2</sup>; Н.А. Кильчевский со ссылкой на А.Н. Динника приводит  $\sigma_z = 100000$  кг/см<sup>2</sup> [11];
- в зоне контакта шара диаметром 6 см с резиновой плитой толщиной 200 мм при скорости сближения  $V = 0,2$  м/с автором получены нормальные напряжения  $\sigma_z = (22,3 \div 22,8)$  МПа;

- как отмечалось выше, такие большие напряжения металл и резина могут выдерживать только благодаря эффекту объемного сжатия в зоне контакта.

6. Энергетический баланс: такой баланс согласно закону сохранения механической энергии может быть записан в виде

$$U = K + \Pi - \Delta U_1 - \Delta U_2 - \Delta U_3 - \Delta U_4 = \text{const}$$

где  $U$  – полная механическая энергия системы, величина для данной системы постоянная;

$K$  – кинетическая энергия;

$\Pi$  – потенциальная энергия;

$\Delta U_1$  – энергия, идущая на трение тела и контртела;

$\Delta U_2$  – волновая энергия футеровки;

$\Delta U_3$  – энергия, идущая на разрушение футеровки;

$\Delta U_4$  – энергия, идущая на теплообразование в зоне контакта.

При прочих равных условиях в металле энергии  $\Delta U_2$  и  $\Delta U_3$  будут больше, чем в резине; энергия  $\Delta U_4$  в резине (благодаря более высокой диссипации энергии) будет больше, чем в металле.

7. Предельная нагрузка: как отмечалось выше, такая нагрузка определяется в основном величиной касательных напряжений в зоне контакта и эффектом объемного сжатия. Резина как несжимаемый материал имеет модуль объемного сжатия  $K = (15 \div 30) \cdot 10^2$  МПа и может выдерживать без видимых следов разрушения напряжения, намного превышающие допускаемые для монофазного сжатия. В стали при коротком ударе развиваются касательные напряжения за пределами упругости материала и разрушение начинается с появления веера трещин на контуре поверхности давления. Следует также отметить, что в зоне удара развивается довольно высокая температура; в резине, в устьях трещин, она может достигать температуры сублимации материала [16]. Вопрос этот практически не изучен, однако, судя по кинетике разрушения резиновой футеровки, такая температура благодаря низкой теплопроводности материала и кратковременности ударного импульса не оказывает такого большого влияния, как следовало бы ожидать.

8. Последовательная передача удара: на рис. 5 показана схема передачи энергии в системе, состоящей из трех металлических

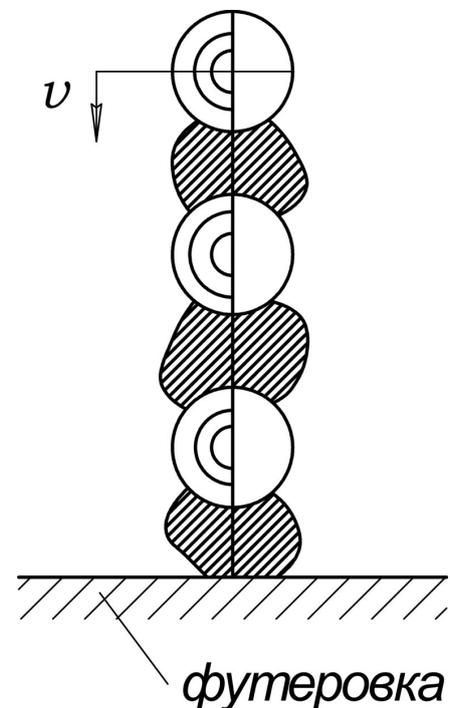


Рис. 5 – Удар о футеровку многоэлементной системы, состоящей из трех шаров и трех кусков руды

шаров и трех кусков измельчаемой руды. При ударном движении нижний элемент при соприкосновении с металлической футеровкой разрушается неизбежно, захватывая часть общей энергии; при соприкосновении с резиновой футеровкой его разрушение проблематично, однако в этом случае благодаря высокому коэффициенту передачи энергии в многоэлементной системе (см. выше) разрушению подвергаются два других куска руды.

**Выводы.** 1. Благодаря высокой технологичности и простоте монтажно-демонтажных работ резиновой футеровке можно придать наиболее оптимальные морфометрические параметры; для металлической футеровки получение таких параметров затруднительно. Морфометрические параметры способствуют появлению наиболее рациональной формы движения загрузки: волновой форме движения комка, более высокой степени турбулентности движения пульпы, эффекта самофутеровки, эффекта скольжения загрузки и фрикционных колебаний в зоне контакта и т.д., все это вместе способствует более активной дезинтеграции руд.

2. Благодаря высокой эластичности и большой диссипации энергии в зоне контакта между резиновой футеровкой и загрузкой устанавливается режим движения, соответствующий минимуму потребления энергии. В мельнице с резиновой футеровкой баланс энергии более предпочтителен, чем в мельнице с металлической футеровкой: соответственно меньше расходуется энергии на волновые колебания, на трение, на разрушение футеровки, больше расходуется энергии на локальный диссипативный разогрев в зоне контакта. Все это вместе приводит к тому, что при использовании резиновой футеровки на образование удельной поверхности разрушения материала расходуется меньше энергии, чем при использовании металлической футеровки.

3. Физико-механические свойства резины и морфометрические параметры резиновой футеровки позволяют осуществлять более рациональный по сравнению с металлической футеровкой процесс измельчения материалов:

- производительность по питанию повысилась на 10-15 %;
- удельный расход шаров сократился на 15-20 %;
- выход готового продукта увеличился на 3-7 %;
- удельный расход электроэнергии снизился на 5-10 %.

4. Полученные в результате данные не противоречат результатам исследований других авторов [4, 16, 18].

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Чижик Е.Ф., Маркелов А.Е., Дырда В.И. Защитные футеровки барабанных рудоизмельчительных мельниц. – Днепропетровск, 2002. – 204 с.
2. Дырда В.И., Маркелов А.Е. Резиновые детали технологических машин. – Днепропетровск, 2008. – 316 с.

3. Маркелов А.Е. Исследование абразивно-усталостного износа резиновых футеровок барабанных рудоизмельчительных мельниц // Геотехническая механика. – Днепропетровск, 2008. – Вып. 75. – С. 142-163.
4. Чижик Е.Ф. Исследование и разработка конструкции резиновой футеровки для рудо-размольных мельниц: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.05.06. – Днепропетровск, 1977. – 24 с.
5. Крюков Д.К. Исследование привода и футеровок шаровых мельниц: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.05.06. – Свердловск, 1959.
6. Настоящий В.А. Выбор параметров и разработка конструкции резиновых футеровок большеразмерных рудоизмельчительных мельниц // Дис... канд. техн. наук. – Днепропетровск, 1986. – 212 с.
7. Надутый В.П. Исследование и разработка защитных покрытий и упругих подвесок тяжелых горных машин вибрационного типа: Дис... канд. техн. наук: 05.05.06. – Днепропетровск, 1979. – 260 с.
8. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1967. – 480 с.
9. Кильчевский Н.А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. – К.: Наук. думка, 1976. – 320 с.
10. Вибрации в технике / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 1-6.
11. Динник А.Н. Избранные труды. – К.: Изд-во АН УССР, 1952. – Т.1. – 137 с.
12. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка, 1988. – 239 с.
13. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+» / Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Гребенюк С.Н. – К.: Наук. думка, 2005. – 403 с.
14. Александров Е.В., Соколинский В.Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем. – М.: Наука, 1969. – 200 с.
15. Исследование резиновой футеровки мельниц при ударных нагрузках / Дырда В.И., Маркелов А.Е., Решевская Е.С., Тархова В.М., Твердохлеб Т.Е., Гончаренко А.В. // Геотехническая механика. – Днепропетровск, 2008. – Вып. 75. – С. 114-121.
16. Дырда В.И. Исследование локальных экзотермических эффектов при разрушении резины // Проблемы прочности. – 1982. – № 7. – С. 102-104.
17. Маляров П.В. Исследование режимов работы шаровых мельниц с целью разработки износостойких профилей футеровочных плит: Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.05.06. – Л., 1980.
18. Шинкоренко С.Ф. Технология измельчения руд черных металлов. – М.: Недра, 1982. – 212 с.