5. *Люк Ю.* Специальные математические функции и их аппроксимация. – Москва: Мир, 1980. – 608 с.
6. *Slater L.* Confluent hypergeometric functions. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1960. – 287 p.
7. *Wright E. M.* On the coeffllicient of power series having exponential singularities // J. Lond. Math. Soc. – 1938. – **8**. – P. 71–79.
8. *Wright E. M.* On asymptotic expansions of generalized Bessel function // Proc. Lond. Math. Soc. – 1935. – **38**. – P. 257–270.
9. *Virchenko N. O.* On some generalizations of the functions of hypergeometric type // Fractional Calculus and Appl. Anal. – 1999. – **2**, No 3. – P. 233–244.
10. *Вірченко Н. О.* Узагальнені спеціальні функції та їх застосування // "Наук. вісті" НТУУ "КПІ". – 2006. – № 4(48). – С. 42–49.
11. *Virchenko N. O., Kalla S. L., Zamel F. Fl.* Some results on a generalized hypergeometric function // Integral transforms and special function. – 2001. – **12**, No 1. – P. 89–100.
12. *Virchenko N.* On a generalized Laguerre's function and its applications // Fractional Calculus and Appl. Anal. – 1999. – **2**, No 4. – P. 529–536.

НТУ України "Київський політехнічний інститут" *Надійшло до редакції 15.03.2007*

УДК 512.544

М. Р. Діксон, Л. А. Курдаченко, М. В. Поляков

Локально узагальнено радикальні групи з обмеженнями на деякі ранги

(Представлено академіком НАН України В. В. Пилипенком)

A group G is said to be generalized radical if G has an ascending series of normal subroups whose factors are locally nilpotent or locally finite. Classes of locally generalized radical groups with finite Hirsch–Zajcev rank have been studied, and the relation of Hirsch–Zajcev rank to the other ranks is given.

Група G має *скінченний спеціальний ранг* $\mathbf{r}(G) = \mathbf{r}$, якщо кожна її скінченно породжена підгрупа може бути породжена не більше ніж $\mathbf{r}$ елементами і $\mathbf{r}$ є найменшим числом з цією властивістю. Це поняття було введено для довільних груп А. І. Мальцевим [1], а для абелевих груп — Х. Прюфером. Тому цей ранг називають також *рангом Мальцева–Прюфера.* Вивчення груп скінченного спеціального рангу, а також інших рангів групи (вони також будуть розглядатись у цій роботі) є важливою частиною теорії нескінченних груп. Одними з найбільш загальних результатів для радикальних груп є результати Р. Бера та Г. Хайнекена [2], які довели, наприклад, що радикальна група, усі абелеві підгрупи якої мають скінченний спеціальний ранг, сама має скінченний спеціальний ранг. Приклад, що був побудований Ю. І. Мерзляковим [3] свідчить про те, що цей результат не може бути розширений на довільні локально розв'язні групи. Разом з тим Ю. І. Мерзляков довів [4], що якщо спеціальні ранги абелевих підгруп локально розв'язної групи обмежені в сукупності, то сама група має скінченний спеціальний ранг.

Будемо говорити, що група G має *скінченний ранг Хірша–Зайцева* $\mathbf{r}_{hz}(G) = r$, якщо G має субнормальну систему, цілком впорядковану за зростанням, в якій точно r факторів є нескінченними циклічними, а всі інші фактори — періодичні. Кожне ущільнення такої системи має точно $\mathbf{r}$ нескінченних циклічних факторів. Оскільки кожні дві субнормальні системи мають ізоморфні ущільнення за узагальненою теоремою Шрейєра, ранг Хірша–Зайцева не залежить від вибору системи, тобто він є інваріантом групи. Для майже поліциклічних груп використовується термін *число Хірша*, оскільки К. А. Хірш вивчав це поняття для майже поліциклічних груп. Для локально майже поліциклічних груп це поняття введено Д. І. Зайцевим у роботі [5], а у загальній формі Д. І. Зайцев формулює його в роботі [6]. Слід відзначити, що у визначенні Д. І. Зайцева мова йде про скінченний субнормальний ряд, так що наше визначення є деяким узагальненням його визначення.

У даній роботі розглянемо деякі результати про групи скінченного рангу Хірша–Зайцева, а також зв'язки цього рангу з іншими рангами груп, означення яких ми зараз нагадаємо.

Якщо G — група, то через $\mathbf{t}(G)$ позначимо максимальну нормальну періодичну підгрупу G. Якщо A — абелева група, то визначимо *0-ранг або ранг без скруту* $\mathbf{r}_0(A)$ групи A за правилом $\mathbf{r}_0(A) = \dim_{\mathbf{Q}}(A \otimes_{\mathbf{Z}} \mathbf{Q})$. Абелева група A тоді і тільки тоді має скінченний 0-ранг $\mathbf{r}$, коли $A/\mathbf{t}(A)$ є ізоморфною до підгрупи прямої суми $\mathbf{r}$ копій адитивної групи раціональних чисел $\mathbf{Q}$. Також відзначимо, що $\mathbf{r}_0(A)$ є точно $\mathbf{Z}$-ранг $\mathbf{Z}$-модуля $A/\mathbf{t}(A)$.

Нехай p — просте число, будемо говорити, що група G *має скінченний секційний p-ранг* $\mathbf{r}_p(G) = r$, якщо кожна елементарна абелева p-секція групи G є скінченною та має порядок не більший ніж p^r і існує така елементарна абелева p-секція K/L, що $|K/L| = p^r$.

За аналогією будемо говорити, що група G *має скінченний секційний 0-ранг* $\mathbf{r}_0(G) = r$, якщо для кожної абелевої секції без скруту U/V групи G має місце $\mathbf{r}_0(U/V) \leqslant r$ та існує абелева секція без скруту A/B, для якої $\mathbf{r}_0(A/B) = r$.

Ці поняття для розв'язних груп були введені А. І. Мальцевим [7] та Д. Робінсоном [8, 6.1].

Треба відзначити, що якщо група G має скінченний секційний p-ранг для деякого простого числа p, то вона має скінченний секційний 0-ранг. Для абелевих груп секційний 0-ранг та ранг Хірша–Зайцева збігаються. Для розв'язних груп скінченність секційного 0-рангу є еквівалентною до скінченності рангу Хірша–Зайцева. Приклад Ю. І. Мерзлякова, про який згадувалось вище, показує, що існує локально розв'язна група, що має скінченний секційний 0-ранг але нескінченний ранг Хірша–Зайцева.

Нехай A — абелева група без скруту скінченного 0-рангу і T — періодична група автоморфізмів A. Тоді T є скінченною. Більше того, якщо $\mathbf{r}_0(A) = r$, то існує така функція $f_1 \colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що $|T| \leqslant f_1(r)$.

Нехай $\mathbf{M}_n$ — множина всіх неізоморфних скінченних груп, порядок яких не перевищує n, та нехай $\mathbf{U}_n = \{\mathbf{Aut}(G) | G \in \mathbf{M}_n\}$. Тоді множина $\mathbf{U}_n$ є скінченною, і кожен її елемент є скінченним. Тому існує такий елемент $D \in \mathbf{U}_n$, що $|D|$ є найбільшим. Покладемо $\mathbf{a}(n) = |D|$. Маємо $\mathbf{a}(n) \leqslant n!$.

Якщо G — розв'язна група, то через $\mathbf{s}(G)$ позначимо клас розв'язності групи G.

Нехай G — скінченна розв'язна група і $|G| = n = p_1^{k_1} \cdots p_m^{k_m}$. Покладемо $\mathbf{d}(n) = k_1 + \cdots + k_m$. Тоді маємо $\mathbf{s}(G) \leqslant \mathbf{d}(|G|)$. Також $\mathbf{d}(n) \leqslant \log_2 n$.

Теорема 1. *Нехай G — група, що має субнормальну систему*

$$\langle 1 \rangle = H_0 \lhd H_1 \lhd \cdots \lhd H_\alpha \lhd H_{\alpha+1} \lhd \cdots \lhd H_\gamma = G, \tag{1}$$

впорядковану за зростанням, в якій $\mathbf{r}$ факторів є нескінченними циклічними, а всі інші — локально скінченні. Тоді G має такий ряд нормальних підгруп $T \leqslant L \leqslant K \leqslant S \leqslant G$, що T — локально скінченна, L/T є нільпотентною та не має скруту, K/L — абелева скінченно *породжена група без скруту, G/K — скінченна, S/K — розв'язна. Більше того, існують такі функції f_2, $f_3\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що $|G/K| \leqslant f_2(\mathbf{r})$ та $\mathbf{s}(S) \leqslant f_3(\mathbf{r})$.*

Для функцій, що тут виникають, можна отримати такі значення. Для функції f маємо $f_2(\mathbf{r}) = (\mathbf{a}(f_1(r))^r (f_1(r))^{2(r+1)r}$. За класичною теоремою Мальцева [7] існує така функція $\mu\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що будь-яка незвідна розв'язна підгрупа $\mathbf{GL}_r(\mathbf{Q})$ містить у собі нормальну абелеву підгрупу скінченного індексу, який не перевищує $\mu(\mathbf{r})$. Звідси можна отримати, що $\mathbf{s}(S) \leqslant r + \mathbf{d}(\mu(\mathbf{r}))$. Відмітимо, що $\mu(\mathbf{r}) \leqslant \mathbf{r}!(\mathbf{r^2 a}(\mathbf{r^2}))^{\mathbf{r}}$ (див., напр., [9, с. 45]), так що $f_3(\mathbf{r}) = \mathbf{r} + \mathbf{d}(\mathbf{r}!(\mathbf{r^2 a}(\mathbf{r^2}))^{\mathbf{r}}) \leqslant \mathbf{r} + \log_2(\mathbf{d}(\mathbf{r}!(\mathbf{r^2 a}(\mathbf{r^2}))^{\mathbf{r}})$.

Група називається узагальнено радикальною, якщо вона має зростаючий ряд нормальних підгруп, фактори якого або локально нільпотентні, або локально скінченні.

Наслідок 1. *Нехай G — локально узагальнено радикальна група. Якщо G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, що дорівнює $\mathbf{r}$, то G має такий ряд нормальних підгруп $T \leqslant L \leqslant K \leqslant S \leqslant G$, що T — локально скінченна, L/T є нільпотентною та не має скруту, K/L — абелева скінченно породжена група без скруту, G/K — скінченна, S/K — розв'язна. Більше того, існують такі функції f_2, $f_3\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що $|G/K| \leqslant f_2(\mathbf{r})$ та $\mathbf{s}(S) \leqslant f_3(\mathbf{r})$.*

Наслідок 2. *Нехай G — локально узагальнено радикальна група і T — максимальна нормальна періодична підгрупа G. Якщо G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, що дорівнює $\mathbf{r}$, то G/T має скінченний спеціальний ранг. Більше того, існують такі функції $f_4\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що $\mathbf{r}(G) \leqslant f_4(\mathbf{r})$ та $\mathbf{r}(G) \leqslant f_4(\mathbf{r})$.*

Тут $f_4(\mathbf{r}) = \mathbf{r} + f_2(\mathbf{r})$.

Наслідок 3. *Нехай G — локально майже розв'язна група. Якщо G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, що дорівнює $\mathbf{r}$, то G має такий ряд нормальних підгруп $T \leqslant L \leqslant K \leqslant S \leqslant$ $\leqslant G$, що T — локально скінченна, L/T є нільпотентною та не має скруту, K/L — абелева скінченно породжена група без скруту, G/K — скінченна, S/K — розв'язна. Більше того, існують такі функції f_2, $f_3\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що $|G/K| \leqslant f_2(\mathbf{r})$ та $\mathbf{s}(S) \leqslant f_3(\mathbf{r})$.*

Це твердження є узагальненням леми 2.12 статті [10].

Теорема 2. *Нехай G — узагальнено радикальна група, для якої $\mathbf{t}(G) = \langle 1 \rangle$.*

(i) Якщо кожна абелева підгрупа G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, то G має скінченний спеціальний ранг. Зокрема, ранги Хірша–Зайцева всіх абелевих підгруп групи G обмежені в сукупності.

(ii) Якщо ранги Хірша–Зайцева всіх абелевих підгруп групи G є скінченні і не перевищують числа $\mathbf{r}$, то G має скінченний ранг Хірша–Зайцева. Більше того, існує така функція $f_5\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, що $\mathbf{r_{hz}}(G) \leqslant f_5(\mathbf{r})$.

Тут $f_5(\mathbf{r}) = \mathbf{r}(\mathbf{r} + 1)$.

Будемо говорити, що група G має *скінченний абелевий підгруповий ранг*, якщо кожна абелева підгрупа G має скінченний секційний p-ранг для кожного простого числа p та для $p = 0$. Будемо говорити, що група G має *скінченний абелевий секційний ранг*, якщо кожна абелева секція групи G має скінченний секційний p-ранг для кожного простого числа p та для $p = 0$. Р. Бер та Г. Хайнекен показали [2], що радикальна група скінченного абелевого підгрупового рангу має і скінченний абелевий секційний ранг і у цьому випадку $G/\mathbf{t}(G)$ є розв'язною групою типу $\mathbf{A}_4$ за класифікацією А. І. Мальцева [7]. Наведений нижче результат узагальнює теорему 1.1 роботи [11].

Теорема 3. *Нехай G — скінченно породжена узагальнено радикальна группа. Якщо G має скінченний абелевий підгруповий ранг, то G є мінімаксною та майже розв'язною.*

Теорема 4. *Нехай G — група, кожна скінченно породжена підгрупа якої є узагальнено радикальною групою скінченного абелевого підгрупового рангу. Якщо існує таке натуральне число $\mathbf{r}$, що $\mathbf{r_{hz}}(A) \leqslant \mathbf{r}$ для кожної абелевої підгрупи A, то:*

(i) G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, що не перевищує $f_5(\mathbf{r})$;

(ii) $G/\mathbf{t}(G)$ є майже розв'язною групою скінченного спеціального рангу, який не перевищує $f_4(f_5(\mathbf{r}))$.

Наслідок 1. *Нехай G — група, кожна скінченно породжена підгрупа якої є узагальнено радикальною групою скінченного абелевого підгрупового рангу. Якщо для деякого простого числа p існує таке натуральне число $\mathbf{r}$, що кожна абелева підгрупа групи G має скінченний секційний p-ранг, що не перевищує $\mathbf{r}$, то G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, що не перевищує $f_5(\mathbf{r}(\mathbf{r}+3)/2)$. Більше того, силовські p-підгрупи G є черніковськими і мають спеціальний ранг, який не перевищує $f_7(\mathbf{r})$.*

Тут $f_7(\mathbf{r}) = (\mathbf{r}(5\mathbf{r}+1)/2)$.

Наслідок 2. *Нехай G — група скінченного абелевого підгрупового рангу. Припустимо також, що існує таке натуральне число $\mathbf{r}$, що $\mathbf{r_{hz}}(A) \leqslant \mathbf{r}$ для кожної абелевої підгрупи. Тоді еквівалентними є такі твердження:*

(i) G є локально узагальнено радикальною групою;

(ii) G є майже гіперабелевою групою;

(iii) G є майже локально розв'язною групою.

Наведений нижче наслідок узагальнює результат роботи Д. Робінсона [12], де він був отриманий для груп, що мають скінченний субнормальний ряд з абелевими або локально скінченними факторами.

Наслідок 3. *Нехай G — локально узагальнено радикальна група. Якщо G має скінченний спеціальний ранг, то G має скінченний ранг Хірша–Зайцева. Більше того, $\mathbf{r_{hz}}(A) \leqslant \leqslant \mathbf{r}(G)$.*

Теорема 5. *Нехай G — локально узагальнено радикальна група. Якщо кожна скінченно породжена підгрупа G має скінченний секційний p-ранг, що не перевищує $\mathbf{r}$, де p — або просте число, або $p = 0$, то G має такий ряд нормальних підгруп $T \leqslant L \leqslant K \leqslant S \leqslant G$, що T — локально скінченна, L/T є нільпотентною та не має скруту, K/L — абелева скінченно породжена група без скруту, G/K — скінченна, S/K — розв'язна. Зокрема, G має скінченний ранг Хірша–Зайцева, що не перевищує $(\mathbf{r}(\mathbf{r}+3/2)$. Більше того, якщо p — просте число, то силовські p-підгрупи G є черніковськими і мають спеціальний ранг, який не перевищує $f_7(\mathbf{r})$.*

Теорема 6. *Нехай G — узагальнено радикальна локально мінімаксна група. Якщо кожна абелева підгрупа G має скінченний секційний 0-ранг, що не перевищує $\mathbf{r}$, то G має скінченний ранг Хірша–Зайцева.*

Наслідок 1. *Нехай G — узагальнено радикальна локально мінімаксна група. Якщо існує таке просте число p, що кожна абелева підгрупа G має скінченний секційний p-ранг, що не перевищує $\mathbf{r}$, то G має скінченний секційний p-ранг.*

Ми вже відзначали вище, що в роботі [2] була доведена скінченність абелевого секційного рангу радикальної групи, що має скінченний абелевий підгруповий ранг. Наведений нижче наслідок дає деяке розширення цього результату.

Наслідок 2. *Нехай G — локально узагальнено радикальна група. Якщо існує таке натуральне число $\mathbf{r}$, що кожна абелева підгрупа G має скінченний секційний 0-ранг, який не перевищує числа $\mathbf{r}$, і для кожного простого числа p секційний p-ранг кожної абелевої підгрупи є скінченним, то G має скінченний абелевий секційний ранг.*

Як ми показали вище, усі виникаючі тут числові функції $f_j(n)$ (за винятком функції $f_4(n)$) визначаються через функцію $f_1(n)$. Було розроблено комп'ютерну програму для підрахунку границь для значень функції $f_1(n)$. Відзначимо, що зростання цієї функції є досить швидким. Наприклад, $f_1(3) \leqslant 2f_1(2)$; $f_1(4) \leqslant 240f_1(3)$; $f_1(5) \leqslant 2f_1(4)$; $f_1(6) \leqslant 504f_1(5)$; $f_1(7) \leqslant 14f_1(6)$; $f_1(8) \leqslant 480f_1(7)$; $f_1(9) \leqslant 2f_1(8)$; $f_1(10) \leqslant 264f_1(9)$. Тому, мабуть, є кращим показати границі для значень p-компонентів функції $f_1(n)$. Нехай n — натуральне число, p — його простий дільник та $n = p^k t$, де $(p, t) = 1$. Визначимо функцію $\mathbf{d}_p(n)$ за правилом $\mathbf{d}_p(n) = k$.

У таблицях наведено деякі границі для первісних значень функції $\mathbf{d}_p(f_1(n))$.

Функція $\mathbf{d}_2(f_1(n))$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$\mathbf{d}_2(f_1(n))$	4	5	9	10	13	14	19	20	23	24	28	29	32	33	39	40	43	44	48	49
n	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
$\mathbf{d}_2(f_1(n))$	52	53	58	59	62	63	67	68	71	72	79	80	83	84	88	89	92	93	98	

Функція $\mathbf{d}_3(f_1(n))$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$\mathbf{d}_3(f_1(n))$	1	1	2	2	4	4	5	5	6	6	8	8	9	9	10	10	13	13	14	14
n	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
$\mathbf{d}_3(f_1(n))$	15	15	17	17	18	18	19	19	21	21	22	22	23	23	26	26	27	27	28	

Функція $\mathbf{d}_5(f_1(n))$

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$\mathbf{d}_5(f_1(n))$	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	6	6	6
n	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
$\mathbf{d}_5(f_1(n))$	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	12	

Функція $\mathbf{d}_7(f_1(n))$

n	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$\mathbf{d}_7(f_1(n))$	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
n	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
$\mathbf{d}_7(f_1(n))$	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	

1. *Мальцев А. И.* О группах конечного ранга // Мат. сб. – 1948. – **22**, № 2. – С. 351–352.
2. *Baer R., Heineken H.* Radical groups of finite abelian subgroup rank // Ill. J. Math. – 1972. – **16**. – P. 533–580.
3. *Мерзляков Ю. И.* О локально разрешимых группах конечного ранга // Алгебра и логика. – 1969. – **8**, № 6. – С. 686–690.
4. *Мерзляков Ю. И.* О локально разрешимых группах конечного ранга // Там же. – 1964. – **3**, № 2. – С. 5–16.
5. *Зайцев Д. И.* О группах с дополняемыми нормальными подгруппами // Там же. – 1975. – **14**, № 1. – С. 5–14.
6. *Зайцев Д. И.* Произведения абелевых групп // Там же. – 1980. – **19**, № 2. – С. 150–172.
7. *Мальцев А. И.* О некоторых классах бесконечных разрешимых групп // Мат. сб. – 1951. – **28**, № 3. – С. 567–588.
8. *Robinson D. J. S.* Infinite soluble and nilpotent groups. – London: Queen Mary college, Mathematics Notes, 1968. – 210 p.
9. *Wehrfritz B. A. F.* Infinite linear groups. – Berlin: Springer, 1973. – 204 p.
10. *Franciosi S., de Giovanni F., Kurdachenko L. A.* The Schur property and groups with uniform conjugace classes // J. Algebra. – 1995. – **174**. – P. 823–847.

11. *Robinson D. J. S.* On the cohomology of soluble groups of finite rank // J. Pure and Appl. Algebra. – 1975. – **6**. – P. 155–164.
12. *Robinson D. J. S.* Soluble products of nilpotent groups // J. Algebra. – 1986. – **98**. – P. 183–196.

Дніпропетровський національний університет *Надійшло до редакції 05.03.2007*

УДК 517.925

І. І. Король, член-кореспондент НАН України **М. О. Перестюк**

Існування і наближена побудова розв'язків крайових задач

A new numerical-analytic method for investigating the boundary-value problems for nonlinear differential systems is suggested.

Серед методів інтегрування крайових задач широко відомим є чисельно-аналітичний метод А. М. Самойленка [1]. Зокрема, він застосовується до знаходження розв'язків рівняння

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x),$$

які задовольняють різного роду додаткові умови. Однією з умов, які накладаються на функцію $f(t, x)$, є умова малості константи Ліпшиця [2]. Непокращувану оцінку для неї знайдено в [3]. У даному повідомленні пропонується підхід до розв'язання поставленої в [2] задачі про знаходження аналогічних оцінок у випадку, коли компонентами матриці Ліпшица є невід'ємні інтегровні функції. При цьому умова малості матриці Ліпшіца накладається не на всю функцію $F(t, x)$, а тільки на її нелінійну частину $f(t, x)$.

Розглянемо систему диференціальних рівнянь з виділеною лінійною частиною

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t, x) \tag{1}$$

та лінійними функціональними обмеженнями

$$\ell x = \alpha, \tag{2}$$

де $t \in [a, b]$, $x\colon [a, b] \to D \subset \mathbb{R}^n$, $f\colon [a, b] \times D \to \mathbb{R}^n$, $A(t) = (A_{ij}(t))_{i,j=1}^n$, $A(t) \in C[a, b]$, ℓ — лінійний вектор-функціонал, $\ell\colon C([a, b], \mathbb{R}^n) \to \mathbb{R}^n$, $\alpha \in \mathbb{R}^n$ — сталий вектор.

Згідно з теоремою Ф. Рісса [4], завжди можна вказати неперервну зліва матричнозначну функцію $C(t)$ обмеженої варіації таку, що лінійний функціонал можна зобразити за допомогою інтеграла Рімана–Стілтєса, а отже, можемо записати крайові умови (2) у вигляді

$$\int_a^b [dC(t)]x(t) = \alpha. \tag{3}$$