УДК 621.3

А.Я. КУЛИК, В.В. ТОМКІВ, Я.А. КУЛИК, О.А. КУЛИК

АЛГОРИТМ ШВИДКОГО ОБРОБЛЮВАННЯ ЗНАЧЕНЬ ДЛЯ МЕДІАННИХ ФІЛЬТРІВ

Вінницький національний технічний університет,
вул. Хмельницьке шосе, 95, м Вінниця, Україна, 21021

Анотація. В даній роботі проводиться оцінка властивостей медіанної фільтрації, що застосовується до вхідного потоку символів. Визначена залежність параметрів АЦП відповідно до необхідних якостей медіанної фільтрації. Розроблена методика реалізації алгоритму швидкого оброблювання значень медіанним фільтром. Поведені дослідження ефективності медіанної фільтрації для експериментального набору вхідних даних.

Аннотация. В данной работе проводиться оценка свойств медианной фильтрации, что применяется к входному потоку символов. Определена зависимость параметров АЦП что соответствуют необходимым качествам медианной фильтрации. Разработана методика реализации алгоритма быстрой обработки значений медианным фильтром. Произведено исследование эффективности медианной фильтрации для экспериментального набора входных данных.

Abstract. In this paper we evaluate properties of median filters, which is applied to incoming stream of symbols. Dependency of Analog-to-digital device properties from required median filtering quality is obtained. Realization method for quick values processing with median filter is developed. Investigation of the median filtering efficiency was done for experimental input data sets.

Ключові слова: медіанна фільтрація, швидкий метод фільтрації, параметри АЦП.
Key words: median filters, quick filtering method, Analog-to-digital device properties.

ВСТУП

Питанням боротьби із завадами присвячена велика кількість фундаментальних праць. Всі вони відзначають, що не можна побудувати фільтр, який ефективно вилучав би завади різного характеру. Пристрої та алгоритми вилучення імпульсних завад можна розподілити на декілька груп. До першої належать способи, які базуються на обмеженні сигналів і використанні ключових схем. Але вони можуть застосовуватися лише для певних видів сигналів, до певної міри змінюють їх форму і суттєво зменшують співвідношення сигнал/шум [1]. До другої належать адаптивні компенсаційні алгоритми. Вони досить складні, працюють при малому рівні шумів і розглядаються лише в теоретичному аспекті [2]. Третя група вміщує алгоритми, які базуються на непараметричних методах статистики [3] і є достатньо стійкими до дії завад. Разом з тим, вони вимагають певного навчання вибірками з ансамблю завад, елементи яких повинні бути незалежними. Використання таких алгоритмів в умовах передавання широкосмугових сигналів викликає складнощі, в першу чергу пов’язані з великою кількістю обчислень.

Останнім часом для вилучення імпульсних завад широко використовуються медіанні фільтри [4], які вважаються дуже перспективними. Медіанний фільтр являє собою ковзне вікно, яке зазвичай охоплює непарну кількість вибірок *N* аналогового сигналу $\hat{x}(t)$. Вихідною величиною фільтра $\hat{y}_j$ є відрахунок, для якого у вікні існує $(N-1)/2$ відрахунків менших або рівних йому за величиною та стільки ж більших або рівних йому за величиною:

$$\hat{y}_j = med\left\{\hat{x}_0, \hat{x}_1, ..., \hat{x}_j, ..., \hat{x}_{N-2}, \hat{x}_{N-1}\right\}. \tag{1}$$

Порядок фільтру *N* визначається розміром апертури (вікна), яке використовується для фільтрації.

Найпростішим, за визначенням, є одновимірний медіанний фільтр із тривідрахунковим вікном [5]. Для цього фільтра сформульовані основні принципи апаратної реалізації, але для фільтрів вищих порядків вона виявляється дуже складною. Програмна реалізація виявляється суттєво простішою, оскільки для цифрових біполярних сигналів значення вихідного сигналу дорівнює арифметичній сумі

$$\text{€}_j = \text{€}_j + \text{€}_{j+1} + \ldots + \text{€}_{j+N-2} + \text{€}_{j+N-1} \; . \tag{2}$$

Медіанний фільтр характеризується нелінійним перетворенням сигналів, оскільки його властивості не передбачають виконання умови адитивності:

$$\begin{cases} med\left(k \cdot x(i)\right) = k \cdot med\left(x(i)\right) \\ med\left(a + x(i)\right) = a + med\left(x(i)\right) \\ med\left(x(i) + g(i)\right) \neq med\left(x(i)\right) + med\left(g(i)\right) \end{cases} , \tag{3}$$

де *med*(*x*) – оператор взяття медіани; *k*, *a* – постійні; $x(i)$, $g(i)$ – послідовності вибірок довжиною *N*.

Оскільки реєстрацію значень, що надходять з каналу зв’язку, доцільно здійснювати з використанням АЦП, то необхідно визначити його основні параметри [6].

Мінімальна кількість відрахунків, які необхідно зафіксувати для очищення інформативного сигналу від шуму медіанним фільтром, визначається як $N - 1\big/2 \cdot k_m$, де $k_m \geq 1$ – коефіцієнт запасу дискретизації сигналу.

$$T_{ADC} \leq \frac{2 \cdot k_m}{(N-1) \cdot \upsilon \cdot k_\upsilon} - T_{WR} - T_{RD} \; . \tag{4}$$

де T_{ADC} – тривалість циклу перетворення АЦП; T_{WR} – тривалість програмного циклу запуску АЦП за допомогою інтерфейсної схеми до моменту подання сигналу “Пуск”; T_{RD} – тривалість програмного циклу зчитування даних з АЦП від моменту визначення сигналу “Кінець перетворення” до моменту записування даних до пам’яті.

Опорна напруга АЦП не повинна бути меншою, ніж вхідний сигнал $\text{€}(t)$ з урахуванням похибки квантування. Для оцінювальних розрахунків можна скористатись спрощеною формулою

$$U_{0.ADC} \geq \Delta U_{ADC} + \nu \cdot |U_c| + U_\xi \, , \tag{5}$$

$$U_{0.ADC} \cdot \left(1 - \frac{1}{N_{ADC}}\right) \geq |U_c| \cdot \left(\nu + \frac{1}{\sqrt{h^2}}\right) . \tag{6}$$

Для двійкового аналого-цифрового перетворювача кінцева формула для визначення кількості розрядів АЦП незалежно від виду сигналу

$$n_{ADC} \geq \log_2 \left(\frac{U_{0.ADC}}{U_{0.ADC} - |U_c| \cdot \left(\nu + \frac{1}{\sqrt{h^2}}\right)} \right) + 1 \cdot \tag{7}$$

Задіяння коефіцієнту запасу медіанного фільтра надає нові властивості алгоритму фільтрації. Це дозволяє виключити ситуації, коли вхідний сигнал фільтра стає кореневим, тобто не змінюється під час проходження крізь нього. Крім цього, алгоритм медіанної фільтрації, побудований для рекурсивного режиму, має суттєво більшу спроможність для згладжування низькоамплітудного шуму.

Таким чином, протягом часу [0, *T*] на вхід медіанного фільтра поступає сукупність сигналів $\text{€}(t)$. Інформативний сигнал $x(t - \tau)$ має невідоме часове розташування $\tau \in [0, T]$, причому на цей інтервал припадає багато елементів розділу за затримкою. Потік імпульсів $\chi(t)$ має вигляд:

$$\chi(t)=\sum_{j=0}^{L-1}\kappa_{\chi.j}\cdot U_{\chi.j}\cdot f\left(t-\tau_{\chi.j}\right), \tag{8}$$

де $U_{\chi.j}$ – амплітуда імпульсу в потоці $\chi(t)$; τ_j – його часове розташування; $\kappa_{\chi.j}$ – коефіцієнт наявності імпульсної завади, який дорівнює одиниці з імовірністю p_χ та нулю – з імовірністю (1 - p_χ).

Таке завдання завади відповідає потоку Бернуллі, для якого на інтервалі [0, T] існує не більше L точок. Статистика кожної точки характеризується частковою щільністю

$$s_j(\tau_\chi) = p_{\chi.j}\cdot w_j(\tau_\chi), \tag{9}$$

де $p_{\chi.j}$ – імовірність появи j-того імпульсу; $w_j(\tau_\chi)$ – розподіл моментів їх появи.

За умови виконання умови нормування $\int_0^T w_j(\tau_\chi)d\tau_\chi=1$, при p_χ = 1 (на інтервалі часу [0, T] наявні всі L імпульсів) та $w_j(\tau_\chi)=\delta(\tau-\tau_j)$, потік $\chi(t)$ визначається як детермінована імпульсна завада.

Якщо комбінований сигнал $\tilde{x}(t)$ дискретизується за часом з інтервалом ΔT і ці відрахунки піддаються ковзній рекурсивній медіанній фільтрації з апертурою N, то з урахуванням утворювальної функції $\Theta(z)$ потоку Бернуллі

$$\Theta(z)=\prod_{i=0}^{N-1}\left(1+p_{\chi.i}\cdot(z-1)\right)=\sum_{i=0}^{N}p_{\chi.i}\cdot z^i, \tag{10}$$

де $p_{\chi.i}=\frac{1}{i!}\cdot\frac{\partial\Theta(z)}{\partial z^i}\Big|_{z=0}$.

Можна записати імовірність вилучення імпульсної завади як:

$$p_{np}=\sum_{i=0}^{\frac{N-1}{2}}p_i, \tag{11}$$

або у випадку рівності всіх p_j, для потоку Бернуллі

$$p_{np}^{(B)}=\sum_{i=0}^{\frac{N-1}{2}}C_N^i\cdot p_\chi^i\cdot\left(1-p_\chi\right)^{N-i}. \tag{12}$$

Якщо $p_j\Big/\sum_{j=0}^{L-1}p_j \ll 1$, то потік за своїми властивостями наближається до потоку Пуассона [7], і

$$\Theta(z)=e^{\Lambda(z-1)}, \tag{13}$$

де $\Lambda=\sum_{j=0}^{N-1}p_j\int_0^T w_j(\tau_\chi)d\tau_\chi=\sum_{j=0}^{N-1}p_j=\lambda\cdot N$; $\lambda=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N-1}p_j$ – середня інтенсивність пуасонівського потоку в межах апертури ковзного рекурсивного медіанного фільтра.

Значення $N\cdot\Delta T$ характеризує часовий інтервал, на якому беруться N відрахунків. Тоді

$$p_{np}^{(P)}=\sum_{i=0}^{\frac{N-1}{2}}\frac{\Lambda^i}{i!}\cdot e^{-\Lambda}. \tag{14}$$

Результати розрахунків імовірностей вилучення імпульсної завади від імовірності p_χ для рекурсивних медіанних фільтрів з різними апертурами наведені на рис.1. Отримані результати показують високу ефективність використання фільтрів такого типу.

Для медіанного фільтра можна достатньо просто реалізувати алгоритм швидкого оброблювання, який базується на побудові різницевих матриць за допомогою порогової функції насичення $F_{ij} = f(x_i - x_j)$, в якій

$$f(\Delta x) = \begin{cases} 1, \Delta x \geq 0 \\ 0, \Delta x < 0 \end{cases}. \tag{15}$$

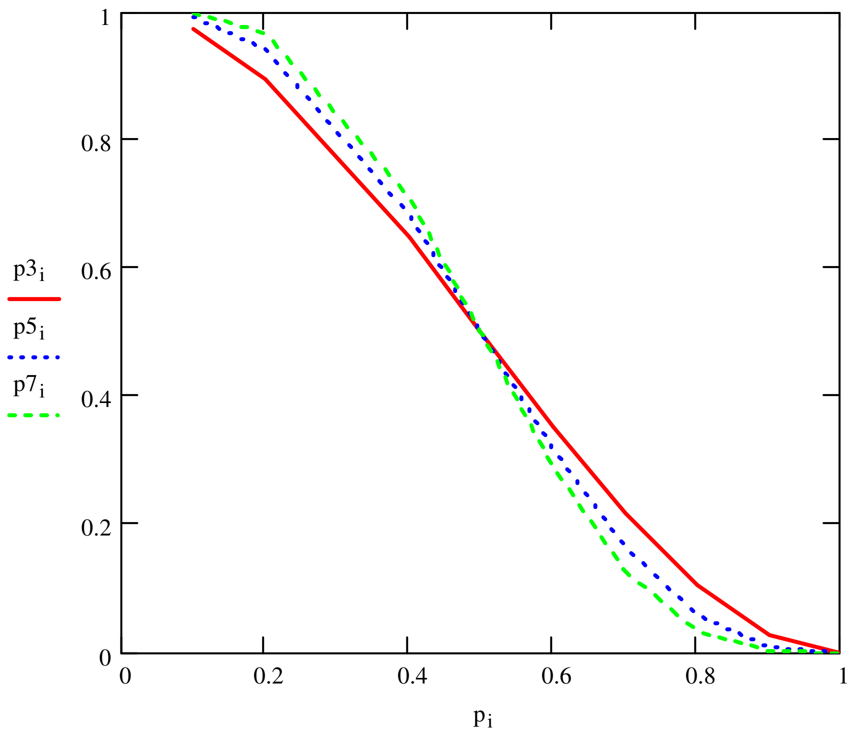


Рис.1. Імовірності вилучення імпульсної завади pN від імовірності p_χ для рекурсивних медіанних фільтрів з апертурами N = 3, 5, 7

Для фільтра з апертурою N = 5 при перших п'яти значеннях матриця F0 буде мати вигляд (6.2).

$$\mathbf{F0} = \begin{Vmatrix} f(x_0 - x_0) & f(x_1 - x_0) & f(x_2 - x_0) & f(x_3 - x_0) & f(x_4 - x_0) \\ f(x_0 - x_1) & f(x_1 - x_1) & f(x_2 - x_1) & f(x_3 - x_1) & f(x_4 - x_1) \\ f(x_0 - x_2) & f(x_1 - x_2) & f(x_2 - x_2) & f(x_3 - x_2) & f(x_4 - x_2) \\ f(x_0 - x_3) & f(x_1 - x_3) & f(x_2 - x_3) & f(x_3 - x_3) & f(x_4 - x_3) \\ f(x_0 - x_4) & f(x_1 - x_4) & f(x_2 - x_4) & f(x_3 - x_4) & f(x_4 - x_1) \end{Vmatrix}, \tag{2}$$

або в узагальненому вигляді

$$\mathbf{F0} = \begin{Vmatrix} F_{00} & F_{10} & F_{20} & F_{30} & F_{40} \\ F_{01} & F_{11} & F_{21} & F_{31} & F_{41} \\ F_{02} & F_{12} & F_{22} & F_{32} & F_{42} \\ F_{03} & F_{13} & F_{23} & F_{33} & F_{43} \\ F_{04} & F_{14} & F_{24} & F_{34} & F_{44} \end{Vmatrix}. \tag{3}$$

Зсув на одну позицію вздовж ряду значень дає матрицю F1, в якій потрібно розраховувати лише дев'ять значень, розташованих у виділеній області.

$$\mathbf{F1} = \left\| \begin{matrix} F_{11} & F_{21} & F_{31} & F_{41} & \vdots & F_{51} \\ F_{12} & F_{22} & F_{32} & F_{42} & \vdots & F_{52} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & F_{43} & \vdots & F_{53} \\ F_{14} & F_{24} & F_{34} & F_{44} & \vdots & F_{54} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ F_{15} & F_{25} & F_{35} & F_{45} & & F_{55} \end{matrix} \right\|, \tag{4}$$

$$F_i = \sum_{j=0}^{N} F_{ij} = \sum_{j=0}^{N} f\left(x_i - x_j\right) \tag{5}$$

Сума різниць значень F_{ij} за стовпчиками показує номер значення по величині і дає можливість сортувати зареєстровані значення x_j за величиною: 1 відповідає мінімальному, N – максимальному, а $\left(N+1\right)/2$ – медіанному значенню.

Таким чином, для реалізації алгоритму швидкого оброблювання значень медіанним фільтром необхідно здійснити ряд дій:

- сформувати матрицю F0 для перших N зареєстрованих значень згідно вибраної апертури фільтра;
- розрахувати значення $F_{0,j}$ для кожного зі стовпчиків матриці F0;
- вибрати необхідне значення з перших N зареєстрованих;
- для матриці Fn визначити значення $F_{(n+j)(n+N-1)}$ та $F_{(n+N-1)(n+j)}$ при $0 \le j < N$;
- з попередньо розрахованих значень $F_{n,j\pm 1}$ вилучити значення $F_{(n-1)(n+j)}$ та $F_{(n+j)(n-1)}$;
- до стовпчика $F_{(n+j)}$ матриці Fn додати значення $F_{(n+j)(n+N-1)}$.

Дії продовжуються до тих пір, поки всі значення не будуть оброблені. Такий алгоритм дозволяє у випадку необхідності замість середнього вибрати інший ранжований елемент від мінімального до максимального і може бути достатньо просто реалізований на будь-якому процесорі, в тому числі і на однокристальних мікроконтролерах.

Для оцінки ефективності роботи доцільно сформувати дискретний сигнал достатньо складної форми, піддати його дії адитивного білого шуму різної амплітуди і обробити медіанним фільтром при вибраній апертурі. Для експерименту достатньо перевірити медіанні фільтри з мінімальними апертурами $N = 3$ та $N = 5$. При цьому доцільно реалізувати алгоритм швидкого оброблювання, наведений вище.

Сигнал вибраний біполярним з амплітудою 12 В, байтова кодова комбінація – 10011110*B*. Результати оброблювання наведені на рис.2 та рис.3.

Наведені діаграми підтверджують високу ефективність роботи медіанних фільтрів, теоретичне дослідження яких проведено вище. Збільшення апертури спроможне значно підвищити ефективність, але пов’язане з додатковими апаратними і програмними витратами.

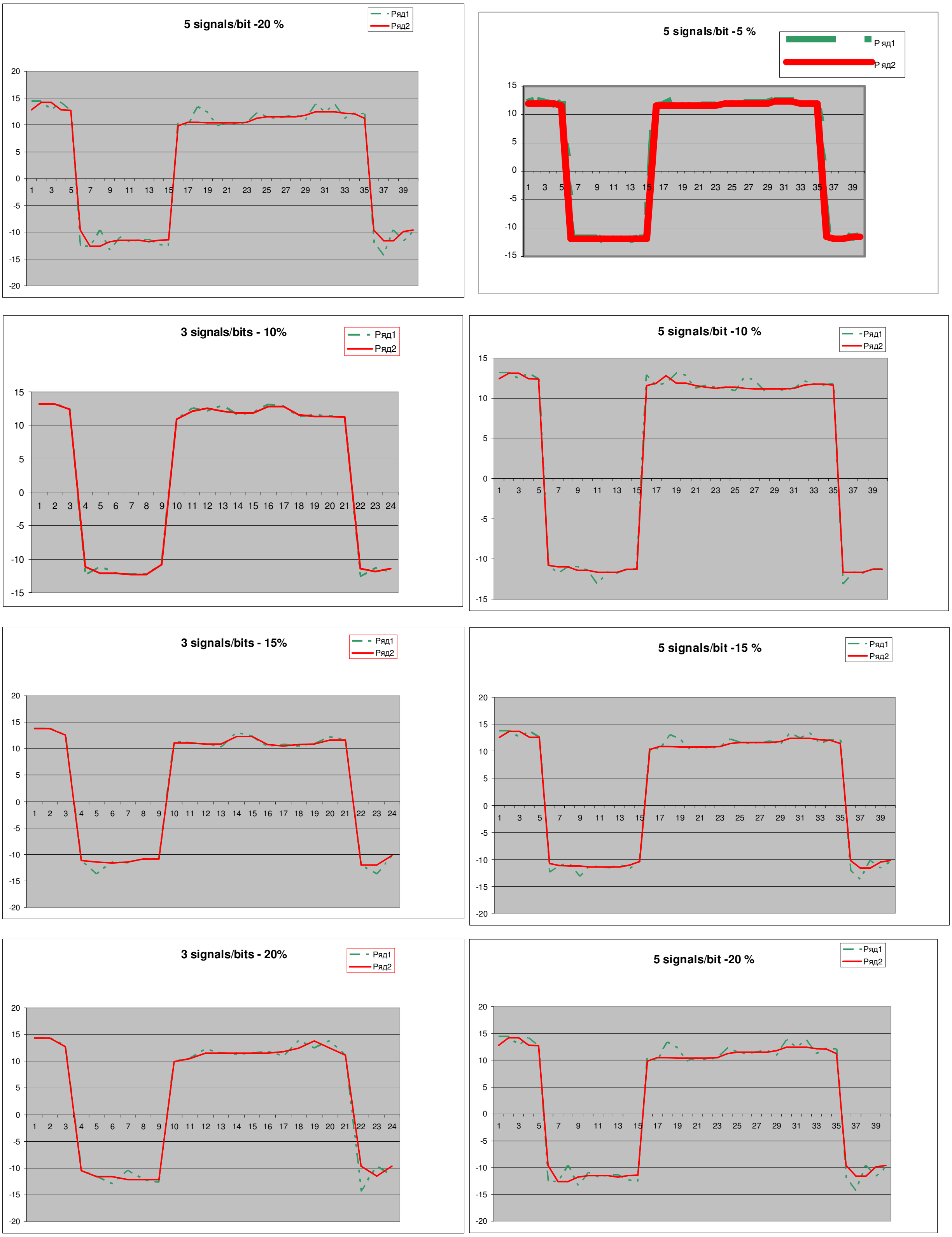
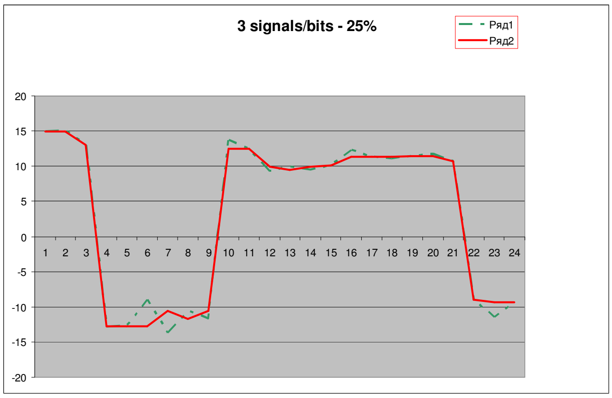


Рис. 2. Результати випробувань медіанних фільтрів



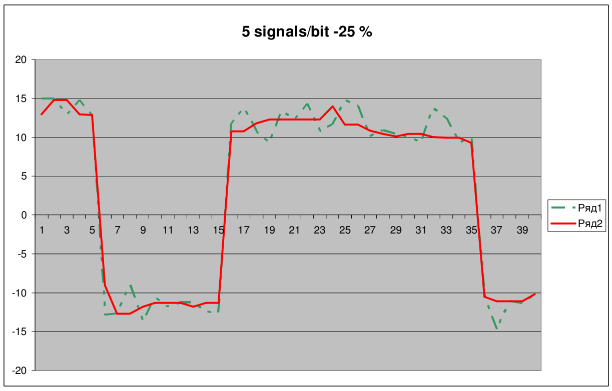


Рис. 3. Результати випробувань медіанних фільтрів

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

MATLAB для DSP. Применение многоскоростных фильтров в задачах узкополосной фильтрации [Електронний ресурс] / В. Анохин, А. Ланнэ // Chip News. – 2001. – № 2. – Режим доступу до журн.: http://chipinfo.ru/literature/chipnews/200102/1.html.

1. Малыгин И.В. Один из способов защиты широкополосных систем связи от мощных узкополосных помех [Електронний ресурс] // Телекоммуникации. – 2000. – № 11. – Режим доступу до журн.: http://www.institute-rt.ru/common/statyi/filter/filter.shtml.
2. Некипелов Н.Д. Фильтрация данных в системах анализа и прогноза [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.basegroup.ru/filtration/data-filtration_print.
3. Радченко Ю.С.. Эффективность приёма сигналов на фоне комбинированной помехи с дополнительной обработкой в медианном фильтре [Електронний ресурс] // Журнал радиоэлектроники. – 2001. – № 7. – Режим доступу до журн.: http://jre.cplire.ru/win/jul01/2/text.html.
4. Воробьёв Н.. Одномерный цифровой медианный фильтр с трёхотсчётным окном [Електронний ресурс] // Chip News. – 1999. – № 8. – Режим доступу до журн.: http://chipinfo.ru/literature/chipnews/199908/29.html.
5. Елементи локальних систем автоматики: Навч. посібн. / А.С. Васюра, С.Г. Кривогубченко, А.Я. Кулик, М.М. Компанець – Вінниця: ВДТУ, 1998. – 103 с.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Советское радио, 1974. – 552 с.

Надійшла до редакції 02.03.2008р.

КУЛИК АНАТОЛІЙ ЯРОСЛАВОВИЧ – к.т.н, доцент кафедри АІВТ, інституту АЕКСУ, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна, тел.: 8-(0432)-598-437, *E-mail:* *kulyk@inaeksu.vstu.vinnica.ua*

ТОМКІВ ВІТАЛІЙ ВОЛОДИМИРОВИЧ – студент інституту МАД, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

КУЛИК ЯРОСЛАВ АНАТОЛІЙОВИЧ – студент інституту АЕКСУ, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

КУЛИК ОЛЕКСАНДРА АНАТОЛІЇВНА – студентка інституту АЕКСУ, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.