

УДК 539.375

## ВПЛИВ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ НА КОЕФІЦІЄНТИ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ В ГОЛОВЦІ РЕЙКИ

Г. П. МАРЧЕНКО

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

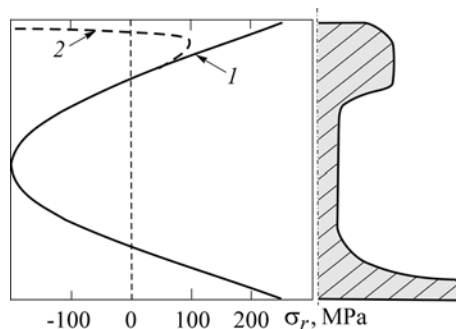
Напружений стан пошкодженої тріщиною рейки за поздовжніх залишкових напружень досліджено з використанням методу сингулярних інтегральних рівнянь. Коефіцієнти інтенсивності напружень отримано для різних кутів орієнтації тріщини та коефіцієнтів тертя в контактні кочення.

**Ключові слова:** залізничні рейки, залишкові напруження, тріщина, сингулярні інтегральні рівняння, коефіцієнти інтенсивності напружень.

Залишкові напруження, які виникають у залізничних рейках після виготовлення і під час експлуатації, можуть суттєво впливати на їх контактнотомне руйнування. Характер розподілу напружень вивчали у багатьох працях (див., напр. [1–5]). Епюри розподілу поздовжніх залишкових напружень по висоті рейки вздовж її осі симетрії після виготовлення і під час експлуатації дещо відрізняються (рис. 1). У першому випадку поблизу бігової поверхні рейки вони розтягальні і досягають максимального значення ~200 МПа. А під час експлуатації в приповерхневому шарі глибиною до 2,5 мм виникають локальні пластичні деформації, що призводить до механічного зміцнення в цій ділянці головки рейки. Як наслідок тут залишкові напруження перерозподіляються, стають стискальними і злишаються біля поверхні найбільшими.

Рис. 1. Типовий розподіл поздовжніх залишкових напружень  $\sigma_r$  у рейці:  
1 – після виготовлення; 2 – під час експлуатації [3].

Fig 1. Typical distribution of longitudinal residual stresses,  $\sigma_r$ , in a rail:  
1 – after manufacturing; 2 – in service [3].



Тому для рейки в умовах контактної втоми кочення і за наявності таких напружень особливо небезпечні поверхневі тріщини, які поширюються в головці. Слід зауважити, що на сьогодні на залізницях Європи у 30% випадків причиною заміни рейок є саме контактнотомні дефекти в головці [6]. Однак вплив залишкових напружень на напружений стан в околі таких тріщин вивчено недостатньо. Нижче, продовжуючи попередні дослідження [7, 8], цю задачу розв'язували в двовимірній поставі методом сингулярних інтегральних рівнянь [9].

**Поставка задачі.** Замість пошкодженої поверхневим тріщиноподібним дефектом залізничної рейки у двовимірній поставі розглянуто пружну півплощину з крайовим прямолінійним розрізом (тріщиною). Півплощину віднесено до системи координат  $xOy$ , вісь  $Ox$  якої збігається з краєм півплощини і початок  $O$  – з гирлом тріщини, а саму тріщину віднесено до локальної системи координат  $x_1O_1y_1$  (рис. 2). Контактний тиск на рейку від колеса моделювали повторним поступальним переміщенням вздовж межі півплощини (справа наліво) герцівських контактних зусиль:

$$s(x) = -(1 + if)p(x) = -p_0(1 + if)\sqrt{a^2 - (x - x_0)^2} / a, \quad |x - x_0| \leq a,$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя в контактi. А повздовжні залишкові напруження – рівномірним одновісним розтягом/стиском на нескінченності зусиллями  $\sigma_r$ . Положення ділянки контакту відносно гирла тріщини визначає параметр  $\lambda = x_0/l$ , відносну довжину тріщини – параметр  $\varepsilon = l/a$ , а її орієнтацію – кут  $\beta$ .

Крайові умови задачі на межі півплощини і на нескінченності мають відповідно вигляд

$$\sigma_y(x, 0) - i\tau_{xy}(x, 0) = \begin{cases} s(x), & |x - x_0| \leq a, \\ 0, & |x - x_0| > a; \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma_x^\infty = \sigma_r. \quad (2)$$

При цьому  $\sigma_r > 0$ , коли залишкові напруження розтягальні, і  $\sigma_r < 0$  – коли стискальні.

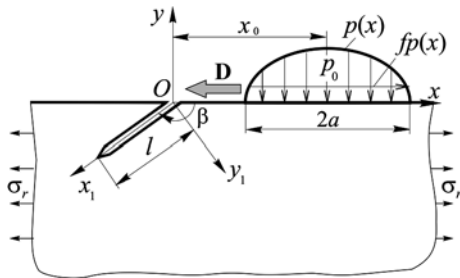


Рис. 2. Геометрично-силова схема задачі; **D** – напрям руху контактного навантаження.

Fig. 2. Geometry-force scheme of the problem; **D** – direction of contact load motion.

Береги тріщини за певних розташувань герцівського контактного навантаження (певних  $\lambda$ ) і з урахуванням залишкових напружень можуть контактувати. Нижче розглянуто гладкий їх контакт. Позначимо через  $L'$  сукупність ділянок розкриття тріщини. Тоді крайові умови задачі на берегах тріщини такі:

$$N^\pm(x_1) = 0, \quad x_1 \in L'; \quad (3)$$

$$T^\pm(x_1) = 0, \quad x_1 \in L; \quad (4)$$

$$u_n^+(x_1) - u_n^-(x_1) = 0, \quad x_1 \in L \setminus L'. \quad (5)$$

Тут  $L$  – контур тріщини, який розглядаємо відносно локальної системи координат  $x_1O_1y_1$ ;  $N$  і  $T$  – нормальні і дотичні напруження на берегах тріщини;  $u_n$  – нормальна компонента вектора переміщень берегів.

Задовольняючи з допомогою комплексних потенціалів Колосова–Мусхелішвілі [9] крайові умови задачі (1)–(5), отримаємо систему сингулярних інтегральних рівнянь, яку в операторній формі можна записати у вигляді

$$\operatorname{Re} D(x_1) = \pi \operatorname{Re} P(x_1), \quad x_1 \in L'; \quad (6)$$

$$\operatorname{Im} D(x_1) = \pi \operatorname{Im} P(x_1), \quad x_1 \in L, \quad (7)$$

де функція

$$D(x_1) = I\{L\} g'_1(x_1) + I\{L\} g'_2(x_1),$$

а оператор  $I\{L\}$  задає формула

$$I\{L\} \varphi(t) = \int_L \left[ R(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau + S(t, \tau) \overline{\varphi(\tau)} d\tau \right].$$

У правій частині системи рівнянь

$$P(x_1) = \frac{p_0}{\pi} \left\{ \operatorname{Re} [(1 + if)c(x_1)] - \left[ (1 - if) \frac{\overline{c(x_1)}}{la(x_1)} \operatorname{Im}(\varepsilon x_1 e^{-i\beta}) - if \overline{c(x_1)} \right] e^{2i\beta} \right\} - \sigma_r (1 - e^{2i\beta}) / 2,$$

де

$$a(x_1) = \sqrt{1 - b^2(x_1)}, \quad b(x_1) = \varepsilon x_1 e^{-i\beta} - \lambda, \quad c(x_1) = a(x_1) - ib(x_1),$$

а ядра  $R(t, \tau)$ ,  $S(t, \tau)$  наведено у праці [10]. Шукані функції  $g'_1(\tau)$  і  $g'_2(\tau)$  характеризують похідні від розривів відповідно нормальних і дотичних переміщень на берегах тріщини.

Систему рівнянь (6), (7) розв'язували чисельно методом механічних квадратур Гаусса–Чебишова, на основі розв'язку якої за відомою формулою [9] знаходили коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН).

**Числові результати.** Значення нормованих КІН для заданого напрямку руху контактної навантаження (див. рис. 2) отримано для пологої тріщини (коли кути її орієнтації  $\beta = 25^\circ$  і  $155^\circ$ ) з відносною довжиною  $\varepsilon = 0,5$  та коефіцієнтів тертя в контакті кочення  $f = 0,25$  і  $0,40$ . Співвідношення між максимальним значенням контактної тиску  $p_0$  і зусиллями  $\sigma_r$  визначали параметром  $k_r = |\sigma_r| / p_0$ . Тоді за контактної тиску  $p_0 = 1100$  МПа  $k_r \approx 0,09$ , якщо  $\sigma_r = \pm 100$  МПа, і  $k_r \approx 0,18$ , якщо  $\sigma_r = \pm 200$  МПа. Для порівняння наведено також дані, коли залишкові напруження відсутні, тобто  $k_r \approx 0$ .

Для розтягальних залишкових напружень ( $\sigma_r > 0$ ) розглядали такий діапазон зміни параметра  $\lambda$ , для якого тріщина відкрита ( $\lambda > 0$ ). Як і очікували, ці напруження збільшують коефіцієнти інтенсивності (рис. 3а–д). Очевидно, що більші залишкові напруження (більший параметр  $k_r$ ), то більші КІН. Крім того, до росту КІН призводить і збільшення коефіцієнта тертя в контакті кочення. Цікаво, що максимальні значення коефіцієнта  $F_I$  досягаються, коли колесо знаходиться біля гирла тріщини, причому для гострого кута орієнтації  $\beta$  цей момент настає швидше, ніж для тупого (рис. 3а, с).

Для стискальних залишкових напружень ( $\sigma_r < 0$ ) на основі числових розрахунків встановлено, що для заданого набору експлуатаційних параметрів тріщина буде повністю закритою і  $F_I = 0$ . Виявлено (рис. 3е, ф), що КІН  $F_{II}$  найбільші, коли колесо знаходиться поблизу гирла тріщини: для гострого кута орієнтації  $\beta = 25^\circ$ , коли воно підходить до гирла, а для тупого кута  $\beta = 155^\circ$ , коли минає гирло. І що більші залишкові напруження, то більші КІН  $F_{II}$ . З іншого боку, і з ростом коефіцієнта тертя  $f$ , як і слід було чекати, ці коефіцієнти збільшуються.

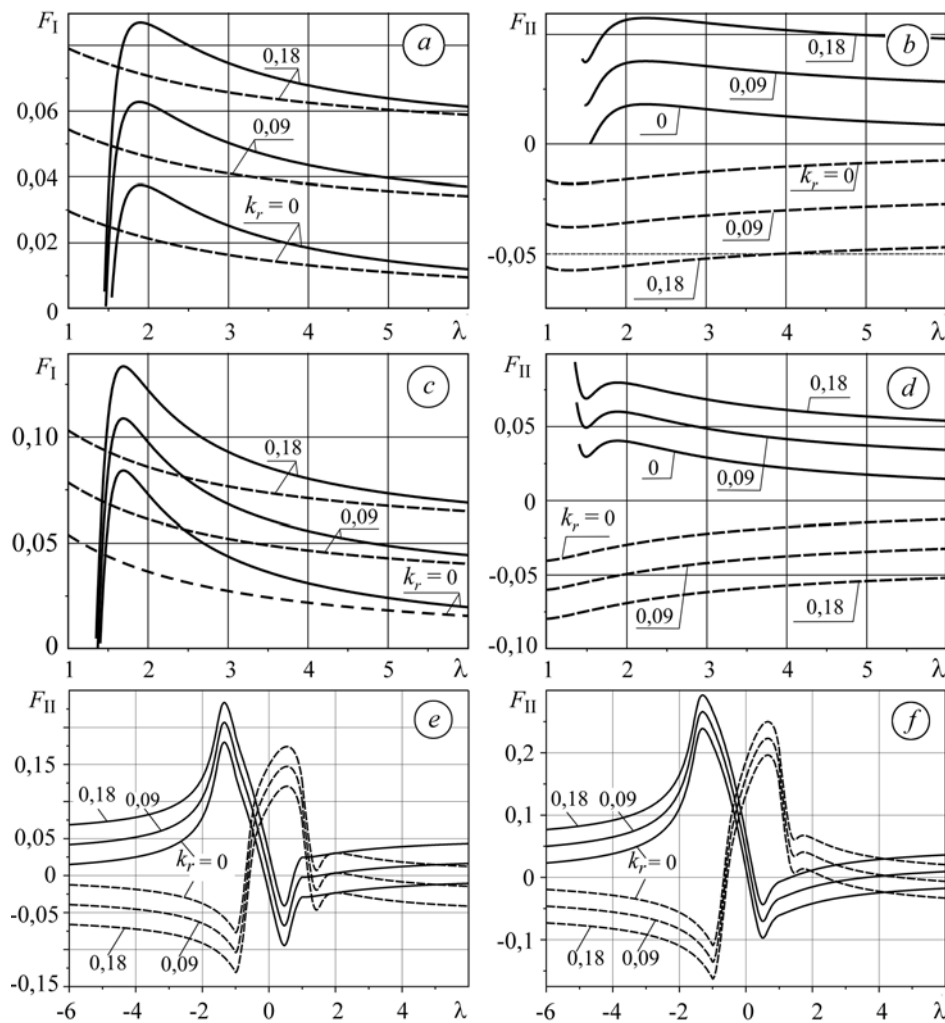


Рис. 3. Залежність безрозмірних КІН  $F_{I,II} = K_{I,II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$  для крайової прямолінійної тріщини з відносною довжиною  $\varepsilon = 0,5$  від положення контактного навантаження  $\lambda$ :  $f = 0,25$  (a, b, e);  $f = 0,40$  (c, d, f). Суцільні криві –  $\beta = 25^\circ$ , штрихові –  $155^\circ$ .

Fig. 3. Dependence of dimensionless SIF  $F_{I,II} = K_{I,II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$  for an edge rectilinear crack with relative length  $\varepsilon = 0.5$  on contact load position  $\lambda$ :  $f = 0.25$  (a, b, e);  $f = 0.40$  (c, d, f). Solid lines are for  $\beta = 25^\circ$  while dashed ones for  $\beta = 155^\circ$ .

### ВИСНОВКИ

З аналізу епюри поздовжніх залишкових напружень у перерізі рейки виявлено небезпечну зону тріщиноутворення, якою є приповерхневий шар її головки. Тут виникають або найбільші розтягальні залишкові напруження (після виготовлення рейки), або найбільші стискальні (під час її експлуатації).

За наявності розтягальних залишкових напружень і з урахуванням напрямку руху контактної навантаження (справа наліво) поверхнева полога тріщина відкрита, коли колесо наближається до її гирла, а за його розташування біля самого гирла коефіцієнти інтенсивності  $K_I$  досягають максимального значення. Крім того, розтягальні залишкові напруження суттєво збільшують КІН  $K_I$  і  $K_{II}$ . Коли ж тріщина знаходиться в області стискальних залишкових

напружень, вона для заданного набору експлуатаційних параметрів повністю закрита і  $K_I = 0$ . Однак, що стосується КІН  $K_{II}$ , то як і в попередньому випадку, вони зі збільшенням залишкових напружень також зростають.

*РЕЗЮМЕ.* Напряженное состояние поврежденного трещиной рельса при наличии продольных остаточных напряжений исследовано с использованием метода сингулярных интегральных уравнений. Числовые результаты для коэффициентов интенсивности напряжений получены для различных углов ориентации трещины и коэффициентов трения в контакте.

*SUMMARY.* The stress state of a crack-damaged rail with the presence of longitudinal residual stresses have been investigated using singular integral equations method. Numerical results for the stress intensity factors have been received for different angles of crack orientation and friction coefficients in contact.

1. *Li Y. C.* Analysis of fatigue phenomena in railway rails and wheels // Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures. – Oxford: Elsevier Science B.V., 1994. – 2. – P. 1497–1537.
2. *Ringsberg J. W. and Lindback T.* Rolling contact fatigue analysis of rails including numerical simulation of the rail manufacturing process and repeated wheel-rail contact loads // Int. J. Fatigue. – 2003. – 25. – P. 547–558.
3. *Zerbst U., Madler K., and Hintze H.* Fracture mechanics in railway applications – an overview // Engng. Fract. Mech. – 2005. – 72. – P. 163–194.
4. *Ekberg A. and Kabo E.* Fatigue of railway wheels and rails under rolling contact and thermal loading – an overview // Wear. – 2005. – 258. – P. 1288–1300.
5. *Measurement of residual stresses in rails by neutron diffraction / T. Sasaki, S. Takahashi, Y. Kanematsu et al.* // Ibid. – 2008. – 265. – P. 1402–1407.
6. *Heinsch M.* Improving rail durability and life // Int. Railway J. – 2004. – № 2. – P. 13–15.
7. *Марченко Г.* Про вплив залишкових напружень на напружений стан в залізничних рейках // Сучасні проблеми механіки та математики. Матеріали II Міжнар. наук. конф.: в 3-х т. / Під ред. Г. С. Кіта, Б. Й. Пташника, Р. М. Кушніра. – Львів: ІПММ, 2008. – 2. – С. 65–67.
8. *Марченко Г.* Про напружений стан в залізничних рейках з врахуванням залишкових напружень // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під ред. В. В. Панасюка. – Львів: ФМІ НАНУ, 2009. – С. 149–153.
9. *Саврук М. П.* Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с.
10. *Дацишин А. П., Марченко Г. П.* Краевая криволинейная трещина в упругой полуплоскости // Физ.-хим. механика материалов. – 1985. – № 1. – С. 67–71.

Одержано 21.10.2009