

Член-кореспондент НАН України М. О. Шульга

Про антиплоску задачу лінеаризованої магнітострикції феритів з феромагнітним резонансом

A new version of the theory of linearized magnetostriction for ferrites of a cubic system with ferromagnetic resonance for the antiplane problem of magnetoelasticity is offered.

У роботах [5, 6, 10–15 та ін.] досліджується поширення магнітопружних хвиль зсуву в намагнічених до насичення феритах кубічної системи з магнітострикційними властивостями при врахуванні феромагнітного резонансу. Використовується лінеаризована в околі статичного магнітного поля насичення $\mathbf{H} = H_0\mathbf{e}_3$, $\mathbf{M} = M_0\mathbf{e}_3$ система визначальних співвідношень магнітострикції з феромагнітним резонансом [3–6, 11]

$$\begin{aligned}\sigma_{23} &= c_{66} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\beta_2}{M_0} M_2, & \sigma_{31} &= c_{66} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\beta_2}{M_0} M_1, \\ B_1 &= \mu_0(H_1 + M_1), & \frac{\partial M_1}{\partial t} &= -\gamma \left(H_0 M_2 - M_0 H_2 + \frac{\beta_2}{\mu_0} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right), \\ B_2 &= \mu_0(H_2 + M_2), & \frac{\partial M_2}{\partial t} &= -\gamma \left(-H_0 M_1 + M_0 H_1 - \frac{\beta_2}{\mu_0} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right).\end{aligned}\quad (1)$$

Визначальні співвідношення (1) замикають механічні рівняння коливань при антиплоскій деформації

$$\rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} \quad (2)$$

відносно механічних переміщення $u_3(x_1, x_2, t)$ та напружень $\sigma_{3i}(x_1, x_2, t)$ і квазістатичне наближення рівнянь Максвелла

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} + \frac{\partial B_2}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = 0 \quad (3)$$

відносно малих збурень компонент векторів напруженості $H_1(x_1, x_2, t)$; $H_2(x_1, x_2, t)$ і індукції $B_1(x_1, x_2, t)$; $B_2(x_1, x_2, t)$ магнітного поля (сумарне магнітне поле буде $H_0\mathbf{e}_3 + \mathbf{H}$, $M_0\mathbf{e}_3 + \mathbf{M}$, $B_0\mathbf{e}_3 + \mathbf{B}$).

У виразах (1)–(3) прийняті загальноживані [2, 3, 11] позначення: c_{66} — модуль пружності; ρ — густина; β_2 — магнітопружна стала; γ — гіромагнітне відношення; $\mathbf{H} = H_0\mathbf{e}_3$ та $\mathbf{M} = M_0\mathbf{e}_3$ — статичне поле підмагнічування до насичення.

Залежності (1)–(3) записані з використанням результатів робіт [7–9] в системі одиниць SI на відміну від попередніх робіт [3–6, 10–15], в яких використовується гаусова система одиниць (SG).

У матеріальних співвідношеннях електрострикції (1) враховується феромагнітний резонанс на частоті $\omega_H = \gamma H_0$, на якій компоненти тензора магнітної проникності для монохроматичних електромагнітних коливань (компоненти тензора Польдера) мають виразний екстремум [1–4] (в моделі (1) без врахування розсіювання енергії пікові розриви при

$\omega = \omega_H$). Ефект феромагнітного резонансу описується квазікласичним рівнянням прецесії магнітного моменту [1–4]. Співвідношення лінеаризованої магнітострикції (1) сконструйовані таким чином, що приводять до екстремального збільшення не тільки компонент тензора Польдера, що підтверджується відповідними дослідженнями, а і до екстремального зростання на частоті феромагнітного резонансу коефіцієнтів магнітострикції і модулів пружності. Така ситуація нехарактерна для пружних і магнітопружних параметрів і її бажано виключити.

З цих міркувань рівняння антиплоскої деформації лінеаризованої магнітострикції феритів кубічної системи (2), (3) доповнимо новими, відмінними від (1) матеріальними залежностями, а саме:

$$\begin{aligned}\sigma_{23} &= c_{55}^H \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \beta_{51} H_2, & \sigma_{31} &= c_{55}^H \frac{\partial u_3}{\partial x_1} - \beta_{51} H_1, \\ B_1 &= \mu_0(H_1 + M_1) + \beta_{51} \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, & B_2 &= \mu_0(H_2 + M_2) + \beta_{51} \frac{\partial u_3}{\partial x_2}, \\ \frac{\partial M_1}{\partial t} &= -\gamma(H_0 M_2 - M_0 H_2), & \frac{\partial M_2}{\partial t} &= -\gamma(-H_0 M_1 + M_0 H_1).\end{aligned}\quad (4)$$

Для нової магнітострикційної сталі прийемо значення $\beta_{51} = -\beta_2/H_0$, а для модифікованої пружної сталі – значення $c_{55}^H = c_{66} - \beta_2^2/(\mu_0 H_0 M_0)$.

Для усталених гармонічних коливань з круговою частотою ω , коли $a(x_1, x_2, t) = \text{Re } a(x_1, x_2) \exp(-i\omega t)$ (для амплітудних множників $a(x_1, x_2)$ залишаємо такі ж позначення, що і для $a(x_1, x_2, t)$) з співвідношень (4) одержимо

$$\begin{aligned}\sigma_{23} &= c_{55}^H \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\beta_2}{H_0} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}, & \sigma_{31} &= c_{55}^H \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\beta_2}{H_0} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \\ B_1 &= -\mu_a \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + i\alpha_a \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\beta_2}{H_0} \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, & B_2 &= -i\alpha_a \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \mu_a \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\beta_2}{H_0} \frac{\partial u_3}{\partial x_2}.\end{aligned}\quad (5)$$

Абсолютні значення компонента тензора Польдера

$$\mu_a = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2} \right), \quad \alpha_a = \mu_0 \frac{\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (6)$$

де $\omega_H = \gamma H_0$, $\omega_M = \gamma M_0$.

Значення для β_{51} і c_{55}^H вибрані шляхом порівняння (5) з відповідними залежностями роботи [9] при $\omega \rightarrow 0$.

У формулах (5) використовується магнітний потенціал φ , причому

$$H_1 = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \quad H_2 = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}. \quad (7)$$

Систему рівнянь (5), (2) і перше з рівнянь (3) нескладно звести до двох рівнянь

$$\begin{aligned}c_{55}^H \Delta_{\perp} u_3 - \frac{\beta_2}{H_0} \Delta_{\perp} \varphi + \rho \omega^2 w &= 0, \\ \mu_a \Delta_{\perp} \varphi + \frac{\beta_2}{H_0} \Delta_{\perp} w &= 0,\end{aligned}\quad (8)$$

де диференціальний оператор $\Delta_{\perp} \equiv \partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2$, відносно амплітудних величин для механічного переміщення $u_3(x_1, x_2)$ і магнітного потенціалу $\varphi(x_1, x_2)$. Системі (8) можна надати вигляду

$$\left(c_{55}^H + \frac{\beta_2^2}{\mu_a H_0^2} \right) \Delta_{\perp} w_3 + \rho \omega^2 w_3 = 0, \quad (9)$$

$$\Delta_{\perp} \left(\mu_a \varphi + \frac{\beta_2}{H_0} w_3 \right) = 0.$$

Звідси випливає, що для $u_3(x_1, x_2)$ маємо незалежне рівняння Гельмгольца, а функція $\mu_a \varphi + (\beta_2/H_0)u_3$ є гармонічною функцією.

1. Ахизер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1957. – **35**, № 1. – С. 228–236.
2. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. – Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. – 407 с.
3. Такер Дж., Рэмpton В. Гиперзвук в физике твердого тела. – Москва: Мир, 1975. – 453 с.
4. Туров Е. А., Шапоров В. Г. Нарушенная симметрия и магнитоакустические эффекты в ферро- и антиферромагнетиках // Успехи физ. наук. – 1983. – **140**, вып. 3. – С. 429–462.
5. Шульга М. О. Про поширення поперечних хвиль в магнітопружних періодичних середовищах // Доп. НАН України. – 2002. – № 7. – С. 60–63.
6. Шульга М. О. До теорії магнітопружних хвиль в періодичних середовищах // Там само. – 2002. – № 8. – С. 55–59.
7. Шульга М. О. Про рівняння Максвелла для електромагнітного поля в міжнародній (SI) і гауссовій (GS) системах одиниць // XI Міжнар. наук. конф. ім. акад. М. Кравчука (18–20 травня 2006 р., Київ, Україна). Матеріали конф. – Київ: НТУУ “КПІ”. – 2006. – С. 299.
8. Шульга М. О. Про співвідношення електромагнетизму в фізико-математичних моделях п'єзокерамічних і магнітострикційних перетворювачів // Вісн. Черкаськ. держ. технолог. ун-ту. – 2006. – Вип. 1. – С. 121–125.
9. Шульга М. О., Шульга В. М. До теорії магнітострикції феритів кубічної системи // Доп. НАН України. – 2006. – № 11. – С. 63–67.
10. Шульга М. О. Застосування гамільтонового формалізму в теорії поширення магнітов'язкопружних хвиль зсуву в неоднорідно-періодичних середовищах // Фіз.-мат. моделювання та інформац. технології. – 2006. – Вип. 3. – С. 217–224.
11. Shul'ga N. A. Propagation of coupled waves in layered-periodic continua for interaction with an electromagnetic field // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, No 10. – P. 1146–1172.
12. Shul'ga N. A., Ratushnyak T. V. Spatial shapes of magnetoelastic shear body waves at the transmission edges in a periodically inhomogeneous magnetostrictive medium // Ibid. – 2006. – **42**, No 3. – P. 300–307.
13. Shul'ga N. A., Levchenko V. V., Ratushnyak T. V. Propagation of magnetoelastic shear waves across layers in a periodically layered medium // Ibid. – No 6. – P. 655–660.
14. Shul'ga N. A., Ratushnyak T. V. On shapes of body waves in periodically inhomogeneous, magnetostrictive, dielectric materials // Ibid. – No 7. – P. 775–781.
15. Shul'ga N. A., Ratushnyak T. V. Volume magnetoelastic shear waves in periodically inhomogeneous media // Ibid. – No 10. – P. 1090–1101.

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, Київ

Надійшло до редакції 27.02.2007