УДК 622.74.002.5

Мл. научн. сотр. В.Ф. Ягнюков
(ИГТМ НАН Украины)

АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ ДВИЖЕНИЯ РАБОЧИХ ОРГАНОВ ВАЛКОВОГО КЛАССИФИКАТОРА ВИБРАЦИОННОГО ТИПА

Виконано аналіз кінематики руху робочих органів валкового вібраційного класифікатора і визначені енергетичні та силові показники при інерційному обертанні валків.

THE ANALYSIS OF KINEMATICS MOVING OF WORKING ELEMENT OF THE VIBRATING ROLL CLASSIFIER

The analysis of kinematics moving of working element of the vibrating roll classifier is executed and the power and actuating parameters are determined at inertial rotation of rolls.

При создании вращательных движений рабочих органов валковых классификаторов, как правило, используют зубчатые, цепные и другие сложные силовые кинематические передачи, что приводит к увеличенной материалоемкости, сложности изготовления и эксплуатации кинематических передач, а в итоге к большой исходной и эксплуатационной стоимости данного класса горных машин.

Поэтому целью работы является рассмотрение возможности создания вращательных движений валков классификатора на основе нематериалоемкой кинематики вложенных колец, выявление зависимости круговых и ротационных движений вложенных колец от их размеров, оценка устойчивости движения вложенных колец, оценка энергии развиваемой на ведомом кольце при создании сложных движений рабочих органов валковых классификаторов.

Для этого, пусть кольцо с радиусом R совершает в горизонтальной плоскости вибрационное круговое движение с амплитудой A и угловой скоростью $W_{кр}$.

Такое движение кольца в декартовой системе координат в параметрическом виде представляет следующую зависимость:

$$\begin{aligned} &X = R\sin(U) + A\sin(W_{кр}t); \\ &Y = R\cos(U) + A\cos(W_{кр}t) \\ &\text{при} \quad 0 < U < 2P_i. \end{aligned} \tag{1}$$

При этом движении все точки кольца описывают окружности радиусом R вокруг центров, лежащих на неподвижной центроиде C с радиусом R, и поочередно контактируют с внутренней неподвижной центроидой $C_в$ радиуса $R–A$ и наружной неподвижной центроидой $C_н$ радиуса $R+A$.

Точки контакта кольца с центроидами $C_в$ и $C_н$ лежат на одной прямой с центром кольца и с центром неподвижной системы координат совершая круговые движения с угловой скоростью $W_{кр}$ (рис. 1).

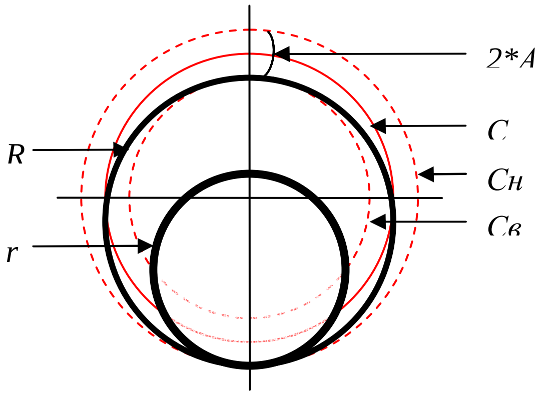

Рис. 1 – Кинематика движения вложенных колец

Создание в точке контакта кольца с центроидой $C_в$ трения, обеспечивающего движение кольца по центроиде $C_в$ без скольжения, приводит к дополнительному вращению кольца вокруг своей оси с угловой скоростью.

$$W_{вр} = W_{кр} \cdot \left[1 - \left(R - A\right)\right] / R = W_{кр} \cdot \left(A/R\right). \tag{2}$$

Поэтому такое движение кольца в параметрическом виде представляет следующую зависимость:

$$\begin{aligned} X &= R\,sin\left[U + \left(A/R\right) \cdot W_{кр} \cdot t\right] + A\,sin\left(W_{кр} \cdot t\right); \\ Y &= R\,cos\left[U + \left(A/R\right) \cdot W_{кр} \cdot t\right] + A\,cos\left(W_{кр} \cdot t\right), \end{aligned} \tag{3}$$

т.е. точки кольца, сдвинутые на угол (*A/R*), синхронно движутся по одной эпициклоиде или любые точки кольца, сдвинутые на определенный угол, синхронно движутся по эпициклоидам, сдвинутым на углы, равные углам сдвига между этими точками.

Создание же в точке контакта кольца с центроидой $C_н$ трения обеспечивающего движение кольца внутри центроиды $C_н$ без проскальзывания, приводит к вращению кольца вокруг своей оси с отрицательной угловой скоростью:

$$W_{вр} = W_{кр} \cdot \left[1 - \left(R + A\right) / R\right] = -W_{кр} \cdot \left(A/R\right). \tag{4}$$

Такое движение кольца представляет следующую зависимость:

$$\begin{aligned} X &= R\,sin\left[U - \left(A/R\right) \cdot W_{кр} \cdot t\right] + A\,sin\left(W_{кр} \cdot t\right); \\ Y &= R\,cos\left[U - \left(A/R\right) \cdot W_{кр} \cdot t\right] + A\,cos\left(W_{кр} \cdot t\right), \end{aligned} \tag{5}$$

т.е. точки кольца, сдвинутые на угол (A/R), будут синхронно двигаться по одной гипоциклоиде или любые точки кольца будут синхронно двигаться по гипоциклоидам, сдвинутым на углы, равные углам сдвига между этими точками.

Такие типы движений (4), (5) можно получить с помощью вложенных колец, одно из которых является ведущим и совершает круговое движение, а второе является ведомым и обкатывается внутри или снаружи первого.

Условия устойчивости данного движения рассмотрены в [1]. Устойчивый режим такого сложного движения можно создать, например, за счет достаточной центробежной силы, возникающей при обкатывании кольца радиуса r с массой m по внутренней или внешней поверхности кольца радиуса R и достаточного коэффициента контактного трения поверхностей колец, обеспечивающего режим обкатывания без проскальзывания.

При этих условиях движение кольца радиуса r представляет следующую зависимость:

$$\begin{aligned} X &= r \cdot sin\left[U-(1-R/r)\cdot W_{кр}\cdot t\right]+\left(A-|r-R|\right)\cdot sin\left(W_{кр}\cdot t\right); \\ Y &= r \cdot cos\left[U-(1-R/r)\cdot W_{кр}\cdot t\right]+\left(A-|r-R|\right)\cdot cos\left(W_{кр}\cdot t\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Следует заметить, что угловое ускорение вращательного движения ведомого кольца не зависит от его массы и от амплитуды кругового движения ведущего кольца, а зависит только от отношения радиусов колец. Для ведомого кольца отношение $W_{вр}/W_{кр}$ представлено на рис. 2.

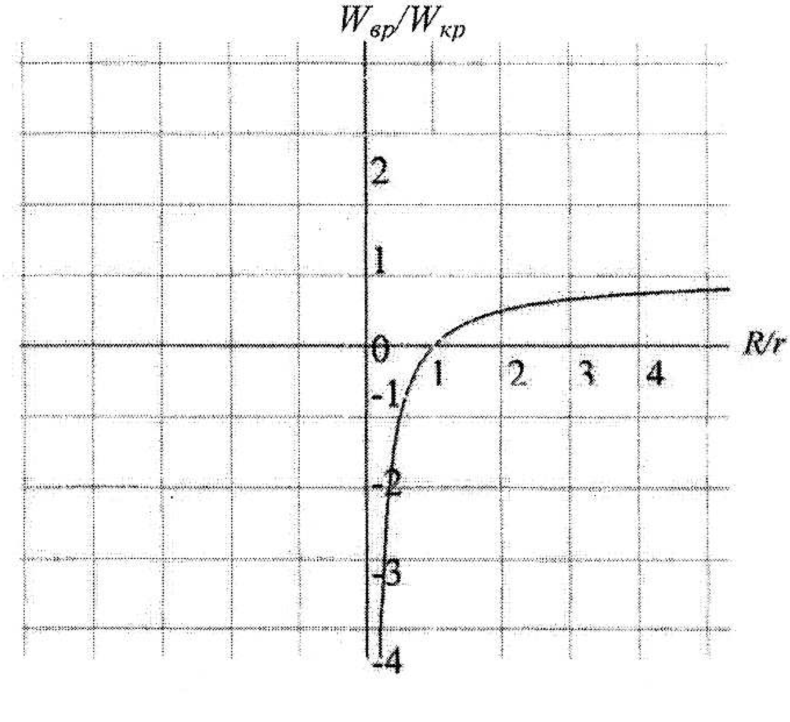

Рис. 2 – Зависимость угловых ускорений кругового и ротационного движений вложенных колец от их радиусов

Кинематика движения вложенных колец подобна кинематике движения рабочих элементов планетарных дифференциальных передач, но в отличие от них предполагает наличие не сил зубчатого взаимодействия, а сил массового взаимодействия колец, и, по существу, отражает динамику ротационного режима маятника с подвижной точкой подвеса [3] или, точнее, маятника с гетеропараметрическим возбуждением [2]. А значит, зависимость (6) в явном виде представляет закон движения названных маятников в областях устойчивых ротационных режимов их движения.

Очевидно, что устойчивость этого сложного движения пропорциональна силам массового взаимодействия и коэффициенту трения контактирующих поверхностей колец.

Производительность работы машины с вложенными кольцами можно оценить по кинетической энергии развиваемой на ведомом кольце, используемым в качестве рабочего органа вибрационной машины, например для валковых грохотов, внутривалковых мельниц, концентраторов и др.

Известно [4], что любое произвольное движение твердого тела можно представить в виде суммы поступательного движения центра масс тела и вращательного движения в системе отсчета, связанной с этим центром масс. Для абсолютно твердого тела по теореме Кёнига полную кинетическую энергию K можно записать в виде суммы кинетической энергии поступательного и вращательного движения

$$E_к = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c \cdot W^2}{2}; \qquad (7)$$

где: m – масса тела; V_c – скорость центра масс тела; I_c – момент инерции тела; W – угловая скорость тела.

Поэтому при движении ведомого кольца по зависимости (6) его кинетическая энергия равна

$$E_к = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c \cdot W_{вр}{}^2}{2} = m \cdot \left(A - |r - R|\right)^2 \cdot \frac{W_{кр}{}^2}{2} + mr^2 \cdot \frac{W_{вр}{}^2}{2} = \\ = m\left[\left(A - |r - R|\right)^2 + \left(r - R\right)^2\right] \cdot \frac{W_{кр}{}^2}{2}. \qquad (8)$$

Теорема Кёнига справедлива для любого плоского движения, при котором центр масс перемещается в некоторой фиксированной плоскости, а вектор угловой скорости постоянно перпендикулярен к этой плоскости.

Во вращательном движении роль силы выполняет момент силы, роль пути – угол. Здесь работа выполняется за счёт кинетической энергии.

Выводы:

Угловые ускорения кругового и ротационного движения ведомого кольца связаны соотношением: $W_{вр}/W_{кр} + r/R = 1$.

Устойчивость движения вложенных колец пропорциональна силам их массового взаимодействия и коэффициенту трения контактирующих поверхностей колец.

Кинетическая энергия, развиваемая на ведомом кольце, пропорциональна квадрату амплитуды кругового движения ведущего кольца и квадрату половины расстояния между ведущим и ведомым кольцами.

Практическая значимость рассматриваемого способа получения кругового (колебательного) и одновременно вращательного (ротационного) движения с помощью вложенных колец состоит в простоте его реализации и способствует снижению материалоемкости горных машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надутый В.П. Синтез параметров валковых вибрационных классификаторов / В.П. Надутый, В.А. Остапенко, В.Ф. Ягнюков. – К.: Наук. думка, 2006.

2. Caughey T.K. American Journal of Physics, Volume 28, Issue 2, p. 104-109 (1960). Hula-Hoop: An Example of Heteroparametric Excitation.

3. Капица П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса. Журнал экспер. и теор. физики. Том 21 / П.Л. Капица. – Вып. 5. – 1951.

4. Маркеев А.П. Теоретическая механика: учебное пособие для механико-математических специальностей университетов / А.П. Маркеев. – М.: Наука, 1990.