

Академик НАН України В. П. Шевченко, С. В. Загора

О влиянии сдвиговой жесткости на напряженное состояние в трансферной сферической оболочке с двумя круговыми отверстиями при их сближении

На основі уточненої теорії типу С. П. Тимошенка, що враховує деформації поперечного зсуву, аналітично розв'язана задача про напружений стан пологої трансверсально-ізотропної сферичної оболонки з двома круговими вирізами. Чисельно досліджені випадки досить близького розташування вирізів як однакових, так і нерівних радіусів в трансферній оболонці під внутрішнім тиском. Виявлено значне збільшення напружень при зменшенні перемички між вирізами та збільшенні параметра поперечних зсувів.

Исследования концентрации напряжений в пластинах и оболочках с несколькими отверстиями, несмотря на свою давнюю историю [1], остаются востребованными [2, 3], особенно в случаях близкого расположения отверстий между собой [2]. Численные результаты для трансверсально-изотропной пологой сферической оболочки под действием внутреннего давления с двумя одинаковыми круговыми отверстиями представлены в работах [3, 4]. При этом минимальная ширина перемычки составляла 0,25 радиуса выреза [3]. Для растягиваемой пластины с двумя отверстиями в работе [2] было отмечено, что при близком расположении вырезов происходит значительное увеличение концентрации напряжений. Поэтому в данной работе для сферической оболочки, в отличие от [3, 4], исследуются случаи более близкого расположения двух круговых вырезов как неравных, так и, более детально, одинаковых.

Постановка задачи. Рассмотрим пологую трансверсально-изотропную сферическую оболочку с двумя неравными круговыми отверстиями (рис. 1). Предполагаем, что оболочка нагружена равномерным внутренним давлением интенсивности $p = \text{const}$. Основное напряженное состояние оболочки описывается безмоментным решением сплошной оболочки:

$$T_r^0 = p_0 h, \quad T_\theta^0 = p_0 h, \quad S_{r\theta}^0 = 0, \quad \text{где} \quad p_0 h = \frac{pR}{2}. \quad (1)$$

Возмущенное напряженное состояние, вносимое отверстиями, будем определять исходя из однородной системы дифференциальных уравнений тонких трансверсально-изотропных

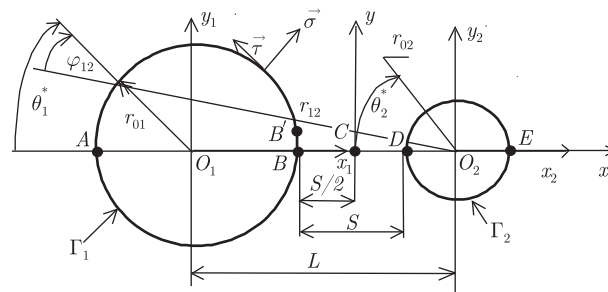


Рис. 1

оболочек, предложенной в [1, 4] и основанной на уточненной теории типа С. П. Тимошенко, учитывающей деформации поперечного сдвига:

$$\nabla^2 \nabla^2 U - \nabla^2 w = 0; \quad \nabla^2 \nabla^2 w + \nabla^2 U - 2\delta \nabla^2 \nabla^2 U = 0; \quad (1 - \nu) \delta \nabla^2 \chi - \chi = 0. \quad (2)$$

Здесь U , w , χ — искомые функции усилий, прогиба и поперечного сдвига; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ — оператор Лапласа в полярной системе координат; $\delta = \frac{Ehc}{2KR}$ — относительный безразмерный параметр податливости поперечным сдвигам, где $K = \mu G_1 h$, $c = h/\sqrt{12(1 - \nu^2)}$, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, G_1 — модуль трансверсального сдвига, $\mu = 5/6$ — коэффициент сдвига; R — радиус срединной поверхности оболочки, h — толщина оболочки.

На каждом контуре Γ_q свободных от напряжений отверстий необходимо выполнить по пять граничных условий:

$$\begin{aligned} (T_r + T_r^0)|_{\Gamma_q} = 0; \quad (G_r + G_r^0)|_{\Gamma_q} = 0; \quad (S_{r\theta} + S_{r\theta}^0)|_{\Gamma_q} = 0; \\ (H_{r\theta} + H_{r\theta}^0)|_{\Gamma_q} = 0; \quad (Q_r + Q_r^0)|_{\Gamma_q} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены полярные координаты $x_q + iy_q = r_q e^{i\theta_q}$, где $q = \overline{1, 2}$ — номер контура отверстия, на котором ставятся граничные условия.

Решения однородной системы дифференциальных уравнений (2), убывающие по абсолютной величине при удалении от Γ_q , согласно [1, 4], имеют три различные аналитические формы в зависимости от диапазона изменения параметра податливости поперечным сдвигам δ . U и w состоят из цилиндрической и полигармонической (степенной) частей $U = U_c + U_p$, $w = w_c + w_p$. Удовлетворяющие условиям симметричного расположения контуров относительно оси x для случая $\delta > 1$ решения имеют вид:

$$U_c(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} [A_{qn} K_n(\alpha \rho_{qk}) + B_{qn} K_n(\beta \rho_{qk})] \cos n\theta_{qk}; \quad (4)$$

$$U_p(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} D_{qn} \frac{1}{\rho_{qk}^n} \cos n\theta_{qk}; \quad (5)$$

$$w_c(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} [\alpha^2 A_{qn} K_n(\alpha \rho_{qk}) + \beta^2 B_{qn} K_n(\beta \rho_{qk})] \cos n\theta_{qk}; \quad (6)$$

$$w_p(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} C_{qn} \frac{1}{\rho_{qk}^n} \cos n\theta_{qk}; \quad (7)$$

$$\chi(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} M_{qn} K_n(\lambda \rho_{qk}) \sin n\theta_{qk}. \quad (8)$$

Для разделения переменных в искомым функциях в q -й системе координат применяется методика, предложенная А. Н. Гузем в [1] и основанная на использовании теоремы Графа

для цилиндрических функций в (4), (6), (8) и разложений в ряд Лорана каждого из членов степенной части решения (5), (7). В результате получаем:

$$\begin{aligned}
 U_c(\rho_q, \theta_q) = & \sum_{q=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ A_{qn} K_n(\alpha \rho_{0q}) + \right. \\
 & + I_n(\alpha \rho_{0q}) e_n \sum_{p=0}^{\infty} e_{np} A_{3-qp} (-1)^p [K_{n-p}(\alpha l) + K_{n+p}(\alpha l)] + B_{qn} K_n(\beta \rho_{0q}) + \\
 & \left. + I_n(\beta \rho_{0q}) e_n \sum_{p=0}^{\infty} e_{np} B_{3-qp} (-1)^p [K_{n-p}(\beta l) + K_{n+p}(\beta l)] \right\} \cos n\theta_q, \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$U_p(\rho_q, \theta_q) = \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sum_{p=1}^{\infty} \frac{e_{np} (-1)^p (p+n-1)! \rho_{0q}^n \cos n\theta_q}{(p-1)! n! l^{p+n}} D_{3-qp} + D_{qn} \frac{1}{\rho_{0q}^n} \right] \cos n\theta_q. \quad (10)$$

Аналогично для w_c и w_p

$$\begin{aligned}
 \chi(\rho_q, \theta_q) = & \sum_{q=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ I_n(\lambda \rho_{0q}) e_n \sum_{p=0}^{\infty} e_{np} M_{3-qp} (-1)^p [K_{n-p}(\lambda l) + K_{n+p}(\lambda l)] + \right. \\
 & \left. + M_{qn} K_n(\lambda \rho_{0q}) \right\} \sin n\theta_q. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Здесь $A_{q,n}$, $B_{q,n}$, $C_{q,n}$, $D_{q,n}$, $M_{q,n}$ — вещественные неизвестные; I_m , K_m — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода (K_m также называют функциями Макдональда); $\alpha = \sqrt{\delta + \sqrt{\delta^2 - 1}}$, $\beta = 1/\alpha$, $\lambda = 1/\sqrt{(1-\nu)\delta}$; $\rho_{qk} = r_{qk}/\sqrt{cR}$ — безразмерный радиус-вектор, где r_{qk} — радиус-вектор с началом в центре O_k контура Γ_k и концом на контуре Γ_q (см. рис. 1); θ_{qk} — угол между осью Ox и радиусом-вектором r_{qk} , $k = \overline{1, 2}$; при $k = q$ $\rho_{qk} = \rho_{0q}$, $\theta_{qk} = \theta_k$; $l = L/r_{01}$ — относительная безразмерная величина расстояния между центрами отверстий; $e_n = \begin{cases} 1/2 & \text{при } n = 0, \\ 1 & \text{при } n \neq 0, \end{cases}$ $e_{np} = \begin{cases} 1 & \text{при } q = 1, \\ (-1)^{n+p} & \text{при } q = 2. \end{cases}$

Выражения для усилий и моментов, отвечающих однородным решениям (4)–(11), имеют вид:

$$\begin{aligned}
 T_\theta = \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2}, \quad T_r = \nabla^2 U - T_\theta, \quad H_{r\theta} = (1-\nu)c \left[\delta \left(\nabla^2 \chi - 2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial \rho^2} \right) - \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial g}{\partial \theta} \right) \right], \\
 G_r = c \left[\frac{2}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial^2 g}{\partial \rho^2} - \nu \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial g}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} \right) \right], \quad G_\theta = -(1+\nu)c \nabla^2 g - G_r, \quad (12) \\
 Q_r = \sqrt{\frac{c}{R}} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \rho} \nabla^2 g \right), \quad Q_\theta = -\sqrt{\frac{c}{R}} \left(\frac{\partial \chi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \nabla^2 g \right), \\
 S_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right),
 \end{aligned}$$

где $g = w + 2\delta \nabla^2 w - 4\delta^2 \nabla^2 U$.

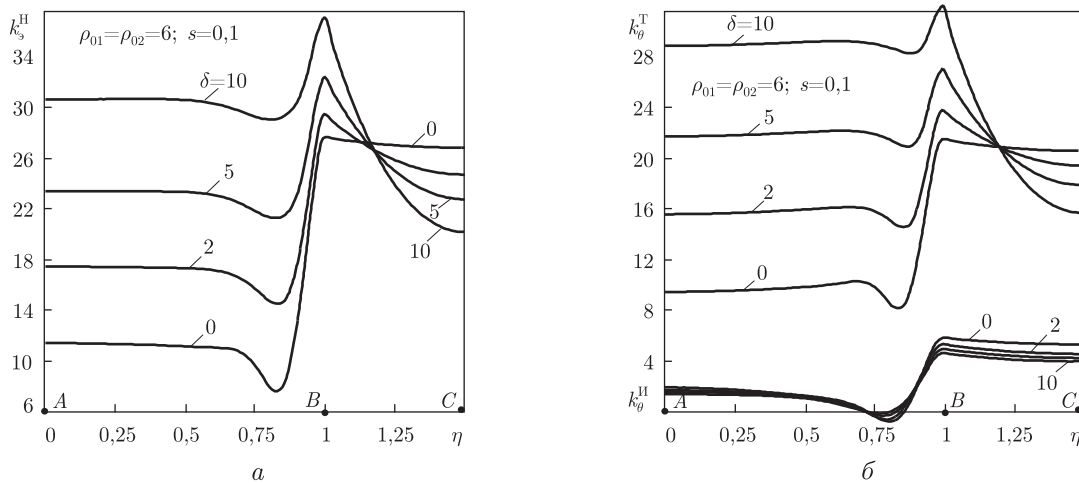


Рис. 2

Подставляя усилия и моменты из (12) с учетом (9)–(11) в граничные условия (3) и приравнивая члены при одинаковых гармониках, получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно действительных неизвестных $A_{q,n}$, $B_{q,n}$, $C_{q,n}$, $D_{q,n}$, $M_{q,n}$. К этой системе, согласно [4], необходимо добавить еще условия однозначности перемещений, которые будут иметь вид: $C_{q,1} = 0$, $D_{q,1} = 0$. Кроме того, при построении системы в 0-й и 1-й гармониках опускаем зависимые уравнения для $S_{r\theta}$ и Q_r в соответствии с тождествами [4]. Полученная система решается методом редукции.

Подставляя полученные в результате решения системы значения $A_{q,n}$, $B_{q,n}$, $C_{q,n}$, $D_{q,n}$, $M_{q,n}$ в формулы (4)–(8), находим функции U , w и χ . Далее по формулам (12) находим в задаваемых точках усилия и моменты, которые при переходе к направлениям $\vec{\sigma}$, $\vec{\tau}$ преобразуются по известным формулам поворота [4] и будут зависеть еще от углов φ_q (см. рис. 1).

Численные исследования были проведены для трансформной сферической оболочки с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$ под действием внутреннего давления, ослабленной двумя отверстиями при различных значениях параметра δ , радиусов отверстий и ширины перемычки между ними. Были вычислены коэффициенты концентрации мембранных k_r^T , k_θ^T , изгибных k_r^I , k_θ^I напряжений и, по энергетической теории прочности [4, 5], относительных эквивалентных напряжений на наружной поверхности оболочки k_3^B и — на внутренней k_3^H .

На рис. 2, 3 и в табл. 1, 2 введены следующие обозначения относительных безразмерных величин: $\rho_{0q} = r_{0q}/\sqrt{cR}$ — радиусы отверстий, $s = Sr_{01}$ — ширина перемычки между отверстиями. По вертикальной оси рис. 2, а и 3, а откладывались значения относительных эквивалентных напряжений k_3^H , а на рис. 2, б и 3, б — k_θ^T , k_θ^I . Возле каждой кривой указано соответствующее ей значение параметра δ . Параметр η , откладываемый по горизонтальной оси графиков, принимает следующие значения:

$\eta = 2(q-1) + \frac{\theta_q^*}{\pi}$ при $2(q-1) \leq \eta \leq 2q-1$ — описывает половину контура Γ_q отверстия, т. е. в случае симметрии относительно оси Ox $0 \leq \theta_q^* \leq \pi$, где $\theta_q^* = \pi - \theta_q$;

$\eta = 1 + \frac{x_1 - r_{01}}{S}$ при $1 \leq \eta \leq 2$ — по перемычке s , т. е. когда $r_{01} \leq x_1 \leq r_{01} + S$.

В случае двух одинаковых отверстий и симметрии относительно осей Ox и Oy эпюры напряжений k_3^H приводятся только на контуре первого отверстия Γ_1 и далее по перемычке до ее середины, т. е. соответственно $1 \leq \eta \leq 1,5$.

В табл. 1 приведены результаты расчетов коэффициентов концентрации напряжений k_{θ}^T , k_{θ}^I , k_{θ}^H для оболочки с двумя одинаковыми круговыми отверстиями в зависимости от параметра поперечной податливости δ в точках контура Γ_1 $\theta = 0, \pi/2, \pi$ и посередине перемычки $s/2$ при значениях ее ширины $s = 0,25; 0,1$ и $0,05$. Для сравнения в скобках указаны значения величин k_{θ}^T , k_{θ}^I , k_{θ}^H , приведенные в [4] для варианта с параметрами $r/R = 0,1$; $h/R = 0,08$; $E/G = 200$; $l/r = 2,25$, которым здесь соответствуют $\rho_{01} = \rho_{02} \approx 0,643$, $\delta \approx 2,9$ и $s = 0,25$. В этом случае наблюдается удовлетворительное совпадение результатов: отличие от работы [3] составляет 0,55–2,9% для k_{θ}^T и 2,8–7,8% для k_{θ}^I . Однако в некоторых других случаях, которые здесь не приводятся, отличие может увеличиваться до 4,4% для k_{θ}^T и еще более — до 45% для изгибных напряжений k_{θ}^I , но значительно меньших, чем k_{θ}^T . Из табл. 1 видно, что наибольшие значения напряжений достигаются в общей точке B ($\theta_1^* = \pi$) контура отверстия и края перемычки. Для $s = 0,25$ при изменении параметра податливости от $\delta = 0$ до $\delta = 10$, хотя k_{θ}^T и увеличивается на 43%, но при этом уменьшается k_{θ}^I на 57% и поэтому суммарное напряжение k_{θ}^H увеличивается лишь на 18%. Как видно из табл. 1, уменьшение ширины перемычки ведет к значительному увеличению напряжений k_{θ}^T , k_{θ}^H . При $s = 0,1$ и $\delta = 0; 2,9; 5; 10$ максимальные напряжения k_{θ}^H в точке B увеличиваются соответственно на 70, 99,5, 104 и 107%, а при $s = 0,05$ — на 158, 244, 260 и 275% по сравнению

Таблица 1

$\rho_{01} = \rho_{02} \approx 0,643$									
s	δ	$\theta_1^* = 0$; т. А		$\theta_1^* = \pi/2$		$\theta_1^* = \pi$; т. В			$s/2$; т. С
		k_{θ}^T	k_{θ}^I	k_{θ}^T	k_{θ}^I	k_{θ}^T	k_{θ}^I	k_{θ}^H	k_{θ}^H
0,25	0	3,107	0,541	2,130	0,709	6,809	2,289	9,098	8,140
	2,9	3,638	0,487	3,164	0,300	8,998	1,600	10,598	9,063
		(3,62)	(0,45)	(3,07)	(0,29)	(9,17)	(1,67)	(10,84)	—
	5	3,986	0,433	3,629	0,242	9,360	1,308	10,668	9,030
0,1	10	4,681	0,353	4,456	0,184	9,780	0,978	10,758	8,883
	0	3,438	0,495	2,077	0,827	11,462	4,068	15,532	14,847
	2,9	3,971	0,503	3,103	0,317	18,013	3,134	21,147	19,804
	5	4,285	0,456	3,573	0,244	19,212	2,536	21,748	20,391
0,05	10	4,925	0,378	4,415	0,177	20,391	1,846	22,237	20,769
	0	3,659	0,462	2,046	0,905	17,223	6,266	23,489	22,953
	2,9	4,279	0,517	3,053	0,336	31,127	5,352	36,479	35,358
	5	4,580	0,477	3,523	0,249	34,149	4,345	38,494	37,292
	10	5,176	0,399	4,370	0,172	37,280	3,139	40,420	39,110

Таблица 2

$\rho_{01} = 4, \rho_{02} = 2, \delta = 10$						
s	k	$\theta_1 = 0$; т. А	т. В'	$s/2$; т. С	т. D	т. E
0,1	k_{θ}^T	19,958	21,876	13,927	17,564	10,691
	k_{θ}^I	1,113	3,020	2,122	6,410	0,996
	k_{θ}^H	21,071	24,896	15,923	23,974	11,687
0,07	k_{θ}^T	19,957	24,605	20,806	25,958	10,769
	k_{θ}^I	1,120	3,576	2,645	8,002	0,990
	k_{θ}^H	21,077	28,181	23,270	33,960	11,759
0,05	k_{θ}^T	19,948	29,483	29,688	37,840	10,867
	k_{θ}^I	1,113	3,947	3,328	9,560	0,973
	k_{θ}^H	21,061	33,421	32,779	47,400	11,840

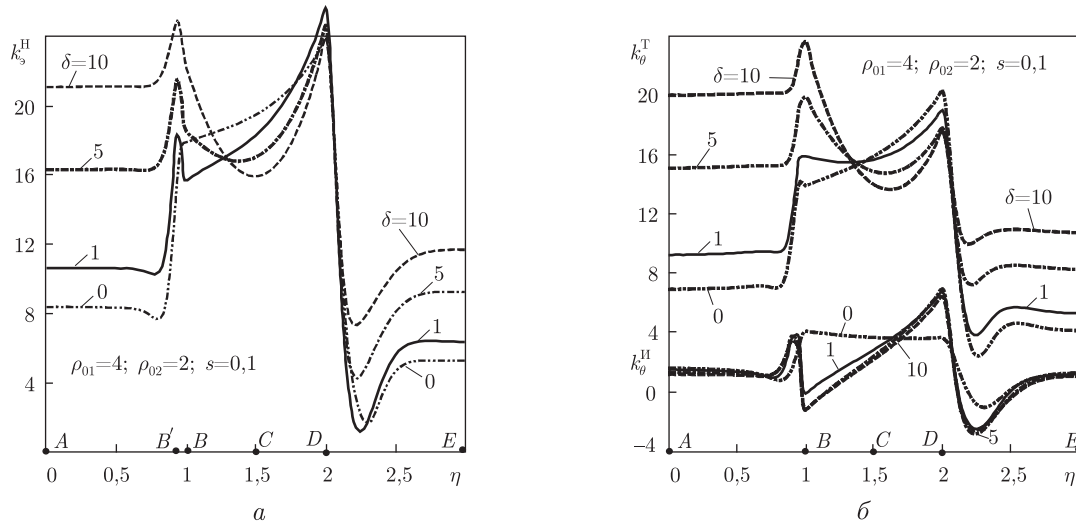


Рис. 3

с вариантом $s = 0,25$ при тех же значениях δ . При этом также увеличилась роль параметра податливости δ . Так, при $s = 0,25$ и $\delta = 10$ k_s^H увеличилось на 18,3% по сравнению с вариантом $\delta = 0$, при $s = 0,1$ — на 43%, а при $s = 0,05$ — на 72% соответственно.

При $\delta = 0$ использовалась классическая теория пологих изотропных оболочек, основанная на гипотезе Кирхгофа–Лява [1, 4].

На рис. 2, а для двух одинаковых отверстий приведены графики распределения напряжений k_s^H , а на рис. 2, б — k_θ^T, k_θ^H по контуру отверстия $\rho_{01} = \rho_{02} = 6$ ($0 \leq \eta \leq 1$) и до середины перемычки ($1 \leq \eta \leq 1,5$) при значениях параметра $\delta = 0; 2; 5; 10$. Из сопоставления рис. 2, а и табл. 1 видно, что с увеличением радиуса отверстий увеличиваются k_s^H . Так, при $\rho_{01} = \rho_{02} = 6, s = 0,1$ и $\delta = 10$ в точке B (см. рис. 2, а) значение $k_s^H = 36,6$ возросло на 64% по сравнению с $k_s^H = 22,24$ для $\rho_{01} = \rho_{02} \approx 0,643$ и тех же s и δ (см. табл. 1). Из рис. 2, б видно, что при увеличении δ увеличение k_s^H в опасной точке B ($\theta_1^* = \pi$) происходит за счет возрастания $k_\theta^T; k_\theta^H$ при этом уменьшаются.

Вариант двух неравных отверстий $\rho_{01} = 4$ и $\rho_{02} = 2$ представлен на рис. 3, а, 3, б и в табл. 2. Из табл. 2 видно, что при $\delta = 10$ и $s = 0,1$ напряжения k_s^H на контуре Γ_1 в точке B' ($\theta_1^* \approx 0,94\pi$), близкой к точке B ($\theta_1^* = \pi$), практически совпадают по величине с напряжениями k_s^H в точке D ($\theta_2^* = \pi$) (отличие в 3,8%). Однако при дальнейшем сближении отверстий (уменьшении перемычки) наблюдается интересный эффект: при том же параметре $\delta = 10$ максимальные напряжения k_s^H смещаются в точку D ($\theta_2^* = \pi$), общую для контура меньшего отверстия и края перемычки. Так, при $s = 0,07$ k_s^H в точке D на 20,5% превышают k_s^H в точке B' ($\theta_1^* \approx 0,95\pi$), а при $s = 0,05$ — соответственно на 41,8% ($\theta_1^* \approx 0,96\pi$). Из рис. 3, а и 3, б видно, что так же, как и в случае двух одинаковых отверстий, здесь при увеличении параметра δ происходит увеличение напряжений k_s^H на обоих контурах и в большей степени за счет возрастания k_θ^T .

Достоверность полученных результатов.

1. Как уже было отмечено выше, наблюдается удовлетворительное совпадение с результатами работы [4].

2. Проверялось удовлетворение граничных условий путем непосредственного вычисления заданных усилий и моментов в точках контуров Γ_1 и Γ_2 с использованием рядов (4)–(8),

т. е. без применения теоремы Графа и ряда Лорана. Вычисления проводились на РС в среде пакета Maple 10. Точность вычислений можно регулировать, задавая значение системной переменной Digits, а также число гармоник n в решениях (4)–(8). Так, при задании $n = 40$ и Digits = 77 погрешность выполнения граничных условий при численной реализации не превышала 0,0005% от наибольших напряжений в оболочке без отверстия (т. е. от 1,0).

3. Для сравнения с результатами для оболочки с одним отверстием [5] были проведены расчеты при $s = 20$, т. е. когда взаимовлияние отверстий отсутствует. Получено полное совпадение результатов с [5].

4. Проверялась точность выполнения дифференциальных уравнений (2) функциями с коэффициентами, вычисленными в результате решения системы. Абсолютная погрешность не превышала 10^{-41} при Digits = 47.

Таким образом, приведенные в данной работе численные исследования для транслопной сферической оболочки показали, что при увеличении параметра податливости поперечным сдвигам δ и уменьшении ширины перемычки между вырезами напряжения на ней возрастают и могут увеличиться в несколько раз (в рассмотренных выше примерах в 2–3,7 раза). Проведенный анализ численных результатов позволяет определить, в каком месте сферической оболочки возникают зоны большой концентрации напряжений и оценить их величину. Результаты вместе с разработанной в среде Maple-10 программой расчетов могут быть использованы в инженерной практике.

1. Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Шнеренко К. И. Сферические днища, ослабленные отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1970. – 324 с.
2. Panasyuk V. V., Savruk M. P. On the problem of determination of stress concentration in a stretched plate with two holes // J. Math. Sci. – 2009. – **162**, No 1. – P. 132–148.
3. Шнеренко К. И., Богатирчук А. С., Нецадим О. М. Концентрація напружень у сферичних композитних днищах з отворами // Наук праці Укр. держ. ун-ту харчових технологій. – 2000. – № 6. – С. 52–53.
4. Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Чехов Вал. Н. и др. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с. – (Методы расчета оболочек: В 5 т. Т. 1.).
5. Zakora S. V., Chekhov V. N., Shnerenko K. I. Stress concentration around a circular hole in a transversely isotropic spherical shell // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, No 12. – P. 1391–1397.

Донецкий национальный университет

Поступило в редакцию 17.03.2010

Academician of the NAS of Ukraine **V. P. Shevchenko, S. V. Zakora**

On the influence of shear rigidity on the stressed state of a transversely isotropic shell with two circular holes at their approachment

On the basis of the improved Timoshenko-type theory of transversely isotropic shells, the problem on the stressed state of a shallow spherical shell with two circular holes is considered. The cases of a very close location of holes of both identical and nonequal radii in a shell under internal pressure are numerically investigated. The considerable increase of stresses on a shell at the approachment of holes and on increase of the parameter of transversal shear is found.