УДК 621.397

Д.П. Пашков, к.т.н., доцент, Национальный университет обороны Украины (НУОУ), Киев

МЕТОДЫ СЖАТИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ В КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОГО НАБЛЮДЕНИЯ

One of the ways to increase transfer rates of spectral images from satellites opto-electronic surveillance is to use data compression and recovery on the ground the information sector. However, existing compression methods do not meet modern requirements for information transfer in the channel in real time. The article suggests ways of constructing methods of compression and recovery in real time based on orthogonal transformations.

Key words: method, the image compression, reconstruction, orthogonal transformation.

Одним из направлений повышения скорости передачи спектральных изображений с космических аппаратов оптико-электронного наблюдения являются использование методов сжатия информации и их восстановления на наземном информационном комплексе. Однако существующие методы сжатия не удовлетворяют современным требованиях для передачи информации в радиоканале в реальном масштабе времени. В статье предложены пути построения методов сжатия и восстановления в реальном масштабе времени на основе ортогональных преобразований.

Ключевые слова: метод, изображение, сжатие, восстановление, ортогональное преобразование.

Введение. В современных бортовых системах космических аппаратов не один из приведенных процессоров не обеспечивает необходимое время обработки. Один из путей решения данной задачи заключается в переходе на более мощные процессоры, внедрение многопроцессорных систем или распараллеливание процессов вычисления. Другим направлением решения указанной задачи является совершенствование и разработка новых высокоэффективных методов, способов, алгоритмов и средств сжатия данных [1]. При этом, основные временные затраты выпадают на ортогональное преобразование (до 90 % от общего времени выполнения) в алгоритмах обработки изображения [2]. Анализ свойств ортогональных преобразований показал, что на основе дискретного преобразования Хаара возможно построение высокоэффективных методов обработки изображений с достаточно простой технической реализацией [2]. Для повышения эффективности процедур преобразования необходимо использовать следующие подходы [2,3]:

1) переход к целочисленным типам данных (целочисленным арифметическим операциям);
2) уменьшение количества операций, требующих для выполнения много процессорного времени, например, операций умножения и деления;
3) исключение операций сложения/вычитания элементов, значения которых равно нулю;
4) исключение операций умножения на «1» и «0»;
5) сокращение общего количества арифметических операций за счет исключения дублирующихся операций;
6) распараллеливание операций преобразования [2,3].

Первый и частично второй подходы для преобразования Хаара были реализованы при разработке целочисленного двумерного преобразования Хаара [4].

Возможность использования остальных подходов определяется свойствами ортогонального базиса двумерного преобразования Хаара. Анализ базисных матриц $\hat{H}^2_{пр}(n)$, , $H^2_{пр}(n)$ и $H^2_{об}(n)$ показал, что они на 96% состоят из нулевых значений. Это приводит к тому, что при выполнении преобразования в соответствие в большинстве операций умножения один из множителей равен нулю. Результатом выполнения этих операций являются нулевые значения, которые используются в операциях суммирования/вычитания и, соответственно, не влияют на окончательный результат. Исключение указанных «избыточных» операций умножения, сложения и вычитания позволит значительно сократить время выполнения преобразования.

К «избыточным» операциям также можно отнести дублирующиеся арифметические операции. Подобные четырехточечные суммы многократно вычисляются при расчетах различных коэффициентов. При этом, общее количество дублирующихся арифметических операции будет более 50%. Это свидетельствует о низкой эффективности двумерного преобразования по временным показателям.

Во время обратного преобразования также выполняются дублирующиеся арифметические операций, что так же увеличивает время обработки изображения. В связи с этим возникает необходимость исключения многократного выполнения одних и тех же арифметических операций, что позволит дополнительно уменьшить общее количество выполняемых арифметических операций, а также сократить время выполнения ортогональных преобразований.

Указанные подходы повышения эффективности ортогональных преобразований реализуются при создании быстрых алгоритмов. Основными показателями эффективности быстрых алгоритмов являются количество операций сложения/вычитания $K_{сл/выч}, K^{(-1)}_{сл/выч}$ (умножения/деления $K_{ум/дел}, K^{(-1)}_{ум/дел}$) для прямого и обратного преобразований, а также количество операций двоичной инверсии $K_{дв.ин.}, K^{(-1)}_{дв.ин.}$ для прямого и обратного преобразований.

На сегодняшний день активно используются два быстрых алгоритма одномерного преобразования Хаара [5].

Алгоритм Кули-Тьюки. Является алгоритмом быстрого одномерного преобразования Хаара. Для обработки изображений необходимо использовать способ двумерного преобразования, основанный на свойстве разделимости ортогонального базиса [6]. В этом случае преобразование блока изображения $N \times N$ включает следующие процедуры:

- обработку по алгоритму Кули-Тьюки столбцов исходной матрицы (блока отсчетов изображения) размерностью $N \times N$ (где $N = 2^n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$), результатом которой является промежуточная матрица ($N \times N$);
- обработку по алгоритму Кули-Тьюки строк промежуточной матрицы, результатом которой является матрица коэффициентов Хаара ($N \times N$).

Недостатками быстрого двумерного преобразования Хаара, основанного на алгоритме Кули-Тьюки, являются:

- большое количество двоичных инверсий, выполняемых во время преобразования, которые увеличивают время выполнения преобразования;
- одномерность алгоритма Кули-Тьюки, что определяет необходимость использования для обработки двумерных данных способа, основанного на свойстве разделимости ортогонального базиса.

Алгоритм Эндрюса. Является алгоритмом быстрого одномерного преобразования Хаара. Для обработки изображений необходимо использовать способ двумерного преобразования, основанный на свойстве разделимости ортогонального базиса [5]. В этом случае двумерное преобразование Хаара блока изображения включает следующие процедуры:

- обработку по алгоритму Эндрюса столбцов исходной матрицы (блока отсчетов изображения) размерности $N \times N$, результатом которой является промежуточная матрица ($N \times N$);
- обработку по алгоритму Эндрюса строк промежуточной матрицы, результатом которой является матрица коэффициентов Хаара ($N \times N$).

Основным недостатком быстрого двумерного преобразования Хаара, основанного на алгоритме Эндрюса, является использование способа двумерного преобразования, который базируется на свойстве разделимости ортогонального базиса, и, как было показано ранее, обладает существенными недостатками.

Таким образом, существующие быстрые алгоритмы при обработке изображений обладают существенными недостатками, связанными с используемым способом выполнения двумерного преобразования. Поэтому разработаем методы быстрого двумерного преобразования Хаара, основанный на предложенном двумерном преобразовании Хаара.

Изложение основного материала. Разработка метода прямого быстрого двумерного преобразования Хаара. Требуется разработать метод, который бы позволил исключить «избыточные» арифметические операции из процедуры прямого двумерного преобразования и, тем самым, повысить его эффективность.

Для построения метода выполним следующее разбиение входного массива отсчетов $N \times N$. На первом этапе разделим его на 4 равные части. В результате получим массивы размерности $\frac{N}{2} \times \frac{N}{2}$, которые содержат по $N^2/4$ отсчетов. Для полученных массивов определим отдельно их двумерное преобразование Хаара (ДПХ). При этом, общее ДПХ исходного массива отсчетов выразим через ДПХ полученных частей. Каждый выделенный $N^2/4$-точечный массив, в свою очередь, разделим на четыре части, в которых уже будет по $N^2/16$ отсчетов. Теперь ДПХ $N^2/4$-точечных массивов можем выразить через ДПХ соответствующих $N^2/16$-точечных массивов. Продолжая дальнейшее разделение отсчетов $X(n,n)$ на части, получим представление двумерного преобразования Хаара шестнадцатиточечных последовательностей в виде функции от ДПХ четырехточечных последовательностей. Таким образом, оказывается возможным выразить ДПХ всего первоначально заданного массива $N \times N$ отсчетов $X(n,n)$ через функции от ДПХ только четырехточечных массивов отсчетов $X(n,n)$, выбранных надлежащим образом [4].

Для разбиения исходного массива отсчетов на части используем прореживание по частоте [5].

Для примера запишем несколько первых этапов разделения в аналитическом виде для прямого двумерного целочисленного преобразования Хаара

$$y_{k,l} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} x_{i,j} \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j) . \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{cases} X_1(i,j) = x_{i,j}; \\ X_2(i,j) = x_{i,(j+\frac{N}{2})}; \\ X_3(i,j) = x_{(i+\frac{N}{2}),j}; \\ X_4(i,j) = x_{(i+\frac{N}{2}),(j+\frac{N}{2})}, \end{cases} \quad (2)$$

где $i, j = 0,1,\ldots,\frac{N}{2}$.

Запишем выражение (1) в виде четырехточечной суммы

$$y_{k,l} = \frac{1}{N^2}\left[\sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{i,j}\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j) + \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=\frac{N}{2}}^{N-1} x_{i,j}\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j) + \sum_{i=\frac{N}{2}}^{N-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{i,j}\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j) + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=\frac{N}{2}}^{N-1}\sum_{j=\frac{N}{2}}^{N-1} x_{i,j}\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j)\right], \qquad (3)$$

где $k,l = 0,\ldots,N-1$.

С учетом введенных обозначений (2) выражение (3) запишем в следующем виде

$$y_{k,l} = \frac{1}{N^2}\left[\sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_1(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j) + \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_2(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j+\frac{N}{2}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_3(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i+\frac{N}{2},j) + \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_4(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i+\frac{N}{2},j+\frac{N}{2})\right]. \ (4)$$

В выражении (4) ДПХ исходного массива отсчетов выражено через ДПХ $N^2/4$ – точечных массивов $X_1(i,j),\quad X_2(i,j),\quad X_3(i,j),\quad X_4(i,j)$:

$$Y_1(k,l) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_1(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j)\,, \qquad (5)$$

$$Y_2(k,l) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_2(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i,j+\frac{N}{2})\,, \qquad (6)$$

$$Y_3(k,l) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_3(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i+\frac{N}{2},j)\,, \qquad (7)$$

$$Y_4(k,l) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{2}-1}\sum_{j=0}^{\frac{N}{2}-1} X_4(i,j)\cdot \hat{h}_{k,l}^{(1)}(i+\frac{N}{2},j+\frac{N}{2})\,. \qquad (8)$$

Продолжая разбиение как было указано выше и повторно применяя формулы (3)÷(5) относительно $N^2/4$ – точечных массивов, ДПХ каждого из них (6)÷(8) выразим через ДПХ $N^2/16$ - точечных массивов. Последовательно применяя указанные процедуры придем к выражению ДПХ исходного массива отсчетов через ДПХ четырехточечных блоков.

Анализ полученных выражений и матриц $\hat{H}_{np}^2(n)$, $H_{np}^2(n)$ отсчетов базисных функций показал, что одинаковые четырехточечные ДПХ используются для вычисления различных коэффициентов преобразования

Хаара. Поэтому первым этапом метода прямого БДПХ будет вычисление всех необходимых четырехточечных ДПХ. Для примера рассмотрим блок изображения размерности 8х8.

На первом этапе метода прямого быстрого двумерного преобразования Хаара над каждым четырехточечным блоком выполняются следующие процедуры

$$d_1[i,j] = x_{2i,2j} + x_{2i+1,2j} + x_{2i,2j+1} + x_{2i+1,2j+1},$$
$$g_1[i,j] = x_{2i,2j} - x_{2i+1,2j} + x_{2i,2j+1} - x_{2i+1,2j+1},$$
$$v_1[i,j] = x_{2i,2j} + x_{2i+1,2j} - x_{2i,2j+1} - x_{2i+1,2j+1},$$
$$y_{4i,4j} = x_{2i,2j} - x_{2i+1,2j} - x_{2i,2j+1} + x_{2i+1,2j+1},$$

где $i,j = 0,\dots,\frac{N}{2}-1$;

$x_{i,j}$ - отсчет исходного блока изображения;

$d_1[i,j]$ - i,j-й элемент массива $\|D_1\|$;

$g_1[i,j]$ - *i,j*-й элемент массива $\|G_1\|$;

$v_1[i,j]$ - *i,j*-й элемент массива $\|V_1\|$;

$y_{i,j}$ - коэффициент преобразования Хаара.

В результате выполнения процедур первого этапа получим:

- 16 коэффициентов преобразования Хаара $y_{k,l}$ ($k,l=\overline{4,\ 7}$);
- массив $\|D_1\|$ четырехточечных ДПХ размерности 4х4, который в дальнейшем будет использоваться для формирования шестнадцатиточечных ДПХ, используемых для вычисления коэффициентов преобразования $y_{k,l}$ ($k,l=\overline{0,\ 3}$);
- массив $\|G_1\|$ четырехточечных ДПХ размерности 4х4, который в дальнейшем будет использоваться для формирования восмиточечных и шестнадцатиточечных ДПХ, используемых для вычисления коэффициентов преобразования $y_{k,l}$ ($k=\overline{4,\ 7}$, $l=\overline{0,\ 3}$);
- массив $\|V_1\|$ четырехточечных ДПХ размерности 4х4, который в дальнейшем будет использоваться для формирования восмиточечных и шестнадцатиточечных ДПХ, используемых для вычисления коэффициентов преобразования $y_{k,l}$ ($k=\overline{0,\ 3}$, $l=\overline{4,\ 7}$).

На втором этапе обрабатываются массивы $\|V_1\|$, $\|G_1\|$ и $\|D_1\|$. При этом формируются восмиточечные и шестнадцатиточечные ДПХ.

Массив $\|V_1\|$ обрабатывается по столбцам с помощью следующих процедур:

$$v_1'[i,j] = v_1[2i,2j] + v_1[2i+1,2j];\ \ y_{2,4+j} = v_1[0,j] - v_1[1,j];$$
$$y_{3,4+j} = v_1[2,j] - v_1[3,j];\ \ y_{0,4+j} = v_1'[0,j] + v_1'[1,j];$$
$$y_{1,4+j} = v_1'[0,j] - v_1'[1,j],$$
где $i = 0,1$; $j = \overline{0,\ \ 3}$.

Массив $\|G_1\|$ обрабатывается по строкам. Для этого используются следующие процедуры:

$$g_1'[i,j] = g_1[2i,2j] + g_1[2i,2j+1];$$
$$y_{4+i,2} = g_1[i,0] - g_1[i,1];\ \ y_{4+i,3} = g_1[i,2] - g_1[i,3];$$
$$y_{4+i,0} = g_1'[i,0] + g_1'[i,1];\ \ y_{4+i,1} = g_1'[i,0] - g_1'[i,1],$$
где $j = 0,1$; $i = \overline{0,\ \ 3}$.

Для обработки массива $\|D_1\|$ используются следующие процедуры:

$$d_2[i,j] = d_1[2i,2j] + d_1[2i+1,2j] + d_1[2i,2j+1] + d_1[2i+1,2j+1];$$
$$g_2[i,j] = d_1[2i,2j] - d_1[2i+1,2j] + d_1[2i,2j+1] - d_1[2i+1,2j+1];$$
$$v_2[i,j] = d_1[2i,2j] + d_1[2i+1,2j] - d_1[2i,2j+1] - d_1[2i+1,2j+1];$$
$$y_{2i,2j} = d_1[2i,2j] - d_1[2i+1,2j] - d_1[2i,2j+1] + d_1[2i+1,2j+1],$$
где $i,j = 0,\ldots,\frac{N}{4}-1$;

$d_1[i,j]$ - *i,j*-й элемент массива $\|D_1\|$;

$g_1[i,j]$ - *i,j*-й элемент массива $\|G_1\|$;

$v_1[i,j]$ - *i,j* -й элемент массива $\|V_1\|$;

$d_2[i,j]$ - *i,j* -й элемент массива $\|D_2\|$;

$g_2[i,j]$ - *i,j* -й элемент массива $\|G_2\|$;

$v_2[i,j]$ - i,j-й элемент массива $\|V_2\|$;

$y_{i,j}$ - коэффициент преобразования Хаара.

В результате выполнения процедур второго этапа получим:

- 4 коэффициентов преобразования Хаара $y_{k,l}$ ($k,l = \overline{2,\ \ 3}$);
- 16 коэффициентов преобразования Хаара $y_{k,l}$ ($k = \overline{4,\ \ 7}$, $l = \overline{0,\ \ 3}$);
- 16 коэффициентов преобразования Хаара $y_{k,l}$ ($k = \overline{0,\ \ 3}$, $l = \overline{4,\ \ 7}$);
- массив $\|D_2\|$ шестнадцатиточечных ДПХ размерности 2x2, который в дальнейшем будет использоваться для вычисления коэффициентов преобразования $y_{k,l}$ ($k,l = \overline{0,\ \ 1}$);
- массив $\|G_2\|$ шестнадцатиточечных ДПХ размерности 2x2, который в

дальнейшем будет использоваться для вычисления коэффициентов преобразования $y_{k,l}$ ($k = 2,3$, $l = 0,1$);

- массив $\|V_2\|$ шестнадцатиточечных ДПХ размерности 2х2, который в дальнейшем будет использоваться для вычисления коэффициентов преобразования $y_{k,l}$ ($k = 0,1$, $l = 2,3$).

На третьем этапе метода прямого быстрого двумерного преобразования Хаара выполняется обработка массивов $\|V_2\|$, $\|G_2\|$ и $\|D_2\|$, в результате которой получим оставшиеся коэффициенты преобразования.

В результате обработки массива $\|V_2\|$ получим следующие коэффициенты:

$$y_{0,2} = v_2[0,0] + v_2[1,0]; \; y_{1,2} = v_2[0,0] - v_2[1,0];$$

$$y_{0,3} = v_2[0,1] + v_2[1,1]; \; y_{1,3} = v_2[0,1] - v_2[1,1].$$

В результате обработки массива $\|G_2\|$ получим следующие коэффициенты

$$y_{2,0} = g_2[0,0] + g_2[0,1]; \; y_{2,1} = g_2[0,0] - g_2[0,1];$$

$$y_{3,0} = g_2[1,0] + g_2[1,1]; \; y_{3,1} = g_2[1,0] - g_2[1,1].$$

Для обработки массива $\|D_2\|$ используются следующие процедуры

$$y_{0,0} = d_2[0,0] + d_2[1,0] + d_2[0,1] + d_2[1,1];$$

$$y_{1,0} = d_2[0,0] - d_2[1,0] + d_2[0,1] - d_2[1,1]; y_{0,1} = d_2[0,0] + d_2[1,0] - d_2[0,1] - d_2[1,1];$$

$$y_{1,1} = d_2[0,0] - d_2[1,0] - d_2[0,1] + d_2[1,1].$$

Таким образом, для выполнения быстрого двумерного преобразования блока изображения размерности 8х8 требуется три итерации. В общем случае количество итераций определяется выражением

$$K_{ит} = \log_2 N ,$$

где N – размерность исходного блока изображений по горизонтали и вертикали.

Количество арифметических операций для БДПХ определяется выражениями

$$K_{сл/выч} = 4 \cdot (N-1) \cdot N; \; K_{ум/дел} = 2 \cdot N^2; \; K_{дв.ш.} = 0.$$

Таким образом, метод состоит из процедур трех типов, которые обозначим следующим образом: А, В и С.

Процедура А определяется выражениями

$$A_0 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3; \; A_1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3;$$

$$A_2 = a_0 + a_1 - a_2 - a_3; \; A_3 = a_0 - a_1 - a_2 + a_3.$$

Процедура В определяется выражениями

$$B_0 = b_0 + b_1 + b_2 + b_3; \; B_1 = b_0 + b_1 - b_2 - b_3;$$

$$B_2 = b_0 - b_1;\ \ B_3 = b_2 - b_3.$$

Процедура С определяется выражениями

$$C_0 = c_0 + c_1;\ C_1 = c_0 - c_1;\ \ C_2 = c_2 + c_3;\ \ C_3 = c_2 - c_3.$$

При этом количество выполняемых арифметических операций при использовании предложенного метода соответствует количеству операций, выполняемых при использовании способа двумерного преобразования, основанного на алгоритме Эндрюса. В тоже время, метод базируется на двумерном преобразовании Хаара и, соответственно, обладает его достоинствами.

Разработка метода обратного быстрого двумерного преобразования Хаара. Метод обратного БДПХ строится на тех же процедурах, что и метод прямого преобразования. При этом указанные процедуры выполняются в обратном порядке. Количество этапов в методе обратного БДПХ соответствует количеству этапов в методе прямого БДПХ.

Таким образом, метод обратного БДПХ для трансформанты $Y(n,n)$ размерности 8x8 состоит из следующих этапов:

1. На первом этапе формируются матрицы $\|D_2\|$, $\|G_2\|$, $\|V_2\|$. Для расчета элементов матрицы $\|D_2\|$ необходимо вычислить выражения:

$$d_2[0,0] = y_{0,0} + y_{1,0} + y_{0,1} + y_{1,1};\ \ d_2[1,0] = y_{0,0} - y_{1,0} + y_{0,1} - y_{1,1};$$

$$d_2[0,1] = y_{0,0} + y_{1,0} - y_{0,1} - y_{1,1};\ \ d_2[1,1] = y_{0,0} - y_{1,0} - y_{0,1} + y_{1,1}.$$

Расчет элементов матрицы $\|G_2\|$ выполняется следующим образом:

$$g_2[0,0] = y_{2,0} + y_{2,1};\ g_2[0,1] = y_{2,0} - y_{2,1};$$

$$g_2[1,0] = y_{3,0} + y_{3,1};\ g_2[1,1] = y_{3,0} - y_{3,1}.$$

Элементы матрицы $\|V_2\|$ вычисляются в соответствии с выражениями:

$$v_2[0,0] = y_{0,2} + y_{1,2};\ v_2[1,0] = y_{0,2} - y_{1,2};$$

$$v_2[0,1] = y_{0,3} + y_{1,3};\ v_2[1,1] = y_{0,3} - y_{1,3}.$$

2. На втором этапе формируются матрицы $\|D_1\|$, $\|G_1\|$, $\|V_1\|$. Элементы матрицы $\|D_1\|$ рассчитываются в соответствии с выражениями:

$$d_1[2i,2j] = d_2[i,j] + g_2[i,j] + v_2[i,j] + y_{2i,2j};$$

$$d_1[2i+1,2j] = d_2[i,j] - g_2[i,j] + v_2[i,j] - y_{2i,2j};$$

$$d_1[2i,2j+1] = d_2[i,j] + g_2[i,j] - v_2[i,j] - y_{2i,2j};$$

$$d_1[2i+1,2j+1] = d_2[i,j] - g_2[i,j] - v_2[i,j] + y_{2i,2j},$$

где $i,j = 0,\ldots,\dfrac{N}{4}-1$.

Элементы матрицы $\|G_1\|$ вычисляются следующим образом:

$$g_1[i,0] = y_{4+i,0} + y_{4+i,1} + y_{4+i,2}\,; \quad g_1[i,1] = y_{4+i,0} + y_{4+i,1} - y_{4+i,2}\,;$$

$$g_1[i,2] = y_{4+i,0} - y_{4+i,1} + y_{4+i,3}\,; \quad g_1[i,3] = y_{4+i,0} - y_{4+i,1} - y_{4+i,3}\,,$$

где $i = \overline{0,\ \ 3}$.

Выражения для расчета элементов матрицы $\|V_1\|$ имеют вид:

$$v_1[0,j] = y_{0,4+j} + y_{1,4+j} + y_{2,4+j}\,; \quad v_1[1,j] = y_{0,4+j} + y_{1,4+j} - y_{2,4+j}\,;$$

$$v_1[2,j] = y_{0,4+j} - y_{1,4+j} + y_{3,4+j}\,; \quad v_1[3,j] = y_{0,4+j} - y_{1,4+j} - y_{3,4+j}\,,$$

где $j = \overline{0,\ \ 3}$.

3. На третьем этапе вычисляются элементы восстановленного массива отсчетов изображения $[x_{i,j}]$. Для этого необходимо выполнить следующие процедуры:

$$x_{2i,2j} = d_1[i,j] + g_1[i,j] + v_1[i,j] + y_{4i,4j}\,; \quad x_{2i+1,2j} = d_1[i,j] - g_1[i,j] + v_1[i,j] - y_{4i,4j}\,;$$

$$x_{2i,2j+1} = d_1[i,j] + g_1[i,j] - v_1[i,j] - y_{4i,4j}\,;$$

$$x_{2i+1,2j+1} = d_1[i,j] - g_1[i,j] - v_1[i,j] + y_{4i,4j}\,,$$

где $i,j = 0,\ldots,\frac{N}{2} - 1$;

После выполнения всех этапов обратного БДПХ получим восстановленный блок отсчетов изображения.

Вывод. Анализ полученных выражений показал, что предложенный способ быстрого двумерного преобразования Хаара является наиболее эффективным по временным показателям.

1. *Чернега В.С.* Сжатие информации в компьютерных сетях / *Чернега В.С.* – Севастополь: СевГТУ, 1997. – 214 с.

2. *Залмазон Л.А.* Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. – М.: Наука, 1989. – 496 с.

3. *Зив Дж.* Алгоритм универсального сжатия данных // Проблемы передачи информации. – 1996. – №2. – С. 47–55.

4. *Ахмед Н., Рао К.Р.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / *Под ред. И.Б. Фоменко*. – М.: Связь, 1980. – 248 с.

5. *Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М, Юкин В*. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ–МИФИ, 2002. – 384 с.

Поступила 28.01.2011р.