алгоритму. В результаті генетичний алгоритм завдяки функції оцінки формую набір правил, які потрапляють в загальну базу даних правил.

Висновок

В статті розглянуто методологію застосування генетичного алгоритму в системах виявлення вторгнення, короткий опис системи виявлення вторгнення та генетичного алгоритму. Наведено архітектуру системи. Розглянуто фактори, що впливають на роботу генетичного алгоритму.

1. *Bezroukov, Nikolai.* "Intrusion Detection (general issues)." Softpanorama: Open Source Software Educational Society. *Nikolai Bezroukov.* URL: http://www.softpanorama.org/Security/intrusion_detection.shtml, 2000.
2. *Bridges, Susan, and Rayford B. Vaughn.* "Intrusion Detection Via Fuzzy Data Mining." *In Proceedings of 12th Annual Canadian Information Technology Security Symposium*, pp. 109-122. Ottawa, Canada, 2000.
3. *Crosbie, Mark, and Gene Spafford.* "Applying Genetic Programming to Intrusion Detection." *In Proceedingsof 1995 AAAI Fall Symposium on Genetic Programming*, pp. 1-8. Cambridge, Massachusetts. URL:http://citeseer.nj.nec.com/crosbie95applying.html, 1995.
4. *Graham, Robert.* "FAQ: Network Intrusion Detection Systems." RobertGraham.com Homepage. *Robert Graham*. URL: http://www.robertgraham.com/pubs/network-intrusion-detection.html, 2001.
5. *Jones, Anita. K. and Robert. S. Sielken*. "Computer System Intrusion Detection: A Survey." Technical Report. Department of Computer Science, University of Virginia, Charlottesville, Virginia, 2000.
6. *McHugh, John*. "Intrusion and Intrusion Detection." Technical Report. CERT Coordination Center, Software Engineering Institute, Carnegie Mellon University, 2001.
7. *Paxson, Vern.* "Bro: A System for Detecting Network Intruders in Real-time." *In Proceedings of 7th USENIX Security Symposium*, pp. 31-51. San Antonio, Texas, 1998.
8. *Pohlheim, Hartmut.* "Genetic and Evolutionary Algorithms: Principles, Methods and Algorithms." Genetic and Evolutionary Algorithm Toolbox. Hartmut Pohlheim. URL: http://www.geatbx.com/docu/algindex.html, 2003.

Поступила 4.08.2010р.

УДК 519.6

С. Ю. Протасов, ЧГТУ, г. Черкассы

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В данной статье проанализированы основные виды интегральной зависимости между выходным и входным сигналами линейных динамических объектов с переменными параметрами.

In this article the basic types of integral dependence are analyzed between a weekend and by an entrance the signals of linear dynamic objects with in-out parameters.

Введение. Повышение качества материалов и сложности конструкций технических изделий, усложнение элементов, схем и структур современных средств измерения, контроля, диагностики и управления приводят к значительному росту сложности и трудоёмкости соответствующих задач математического моделирования. Данная ситуация имеет непосредственное отношение к задачам проектирования, построения и исследования динамических объектов с переменными параметрами, когда для построения их моделей приходится использовать экспериментальные данные. Именно в таком случае особую важность приобретают динамические характеристики объектов, применение которых представляет практически единственный путь проведения численных или аналитических исследований.

Для аналитического получения основных видов динамических характеристик и их связи с проведением экспериментов рассмотрим динамический объект, каноническим описанием которого являются дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами вида:

$$\sum_{k=0}^{n} a_k(t)\,\frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{j=0}^{m} b_j(t)\,\frac{d^j x(t)}{dt^j}, \tag{1}$$

с начальными условиями

$$y_0^{(k)}(0) = y^{(k)}(0),\ k = 0,1,\ldots,n-1\ , \tag{2}$$

и дифференциальными операторами порядков n и m соответственно, в левой и правой частях.

Постановка задачи. Возможности аналитического представления решения дифференциального уравнения и импульсной переходной функции уравнений вида (1) с помощью преобразований Меллина, Фурье, Лапласа и т.п. ограничены и должны сочетаться с численными методами, адаптированными к специфике уравнения с учётом интегральной связи между входным и выходным сигналами объекта. Для установления связи между сигналами y и x можно рассматривать решение уравнения (1) с нулевой правой частью [1]:

$$\sum_{k=0}^{n} a_k(t)\,\frac{d^k y(t)}{dt^k} = 0 \tag{3}$$

с начальными условиями $y_0^{(k)}(0) = y^{(k)}(0),\ k = 0,1,\ldots,n-1\ .$ (4)

Решение можно представить в виде суммы линейно независимых частных решений уравнения (4)

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(t)\,\gamma_i\,. \tag{5}$$

Дифференцируя (5) n раз, полагая величины γ_i зависящими от времени и требуя выполнения условий

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi_i^{(k)}(t)\gamma_i' = 0\,, \quad k = 0,...,n-2, \tag{6}$$

для n-ой производной выходного сигнала получим выражение:

$$y^{(n)} = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i^{(n)}(t)\,\gamma_i + \varphi_i^{(n-1)}(t)\,\gamma_i'.$$

Подставляя значения y и $y^{(k)}$ и учитывая, что функции $\varphi_\mathrm{i}(t)$ обращают в нуль левую часть (3), вдобавок к (6) получим еще одно условие:

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi_i^{(n-1)}(t)\gamma_i' = x_0(t)/a_n. \tag{7}$$

Таким образом [2], величины γ_i' определяются решением линейной системы (6)–(7),которую можно записать в виде:

$$\mathrm{C}\gamma' = r_p\,, \tag{8}$$

где $\gamma' = [\gamma_1';\ \gamma_2';\ldots\gamma_{n-1}';\ \gamma_n']$, $r_p = [0;0;\ldots 0;\ x_0(t)/a_n(t)]$ – вектор-столбцы, а матрицы C и D – вектор-строки, соответствующие вектор-столбцам:

$$c_i = [\varphi_i;\ \varphi'_i;\ \varphi''_i;\ldots\ \varphi_i^{(n-2)};\ \varphi_i^{(n-1)}],$$

$$d_i = [1;\ \varphi_i;\ \varphi'_i;\ \varphi''_i;\ldots\ \varphi^{(n-2)}{}_\mathrm{i}],\ \ (i=1,n),$$

соответственно: $C = [c_1\ c_2 \ldots c_{n-1}\ c_n\ ]$, $D = [d_1\ d_2 \ldots d_{n-1}\ d_n\ ]$.

Компоненты γ_i' определятся выражениями:

$$\begin{array}{l} \gamma_1' = |\ r_\mathrm{p}\ \mathrm{c}_2\ \ \mathrm{c}_3\ \ldots\ \mathrm{c}_{\mathrm{n-1}}\ \mathrm{c}_\mathrm{n}\,| / \det C, \\ \gamma_2' = |\ \mathrm{c}_1\ \ r_\mathrm{p}\ \ \mathrm{c}_3\ \ldots\ \mathrm{c}_{\mathrm{n-1}}\ \mathrm{c}_\mathrm{n}\,| / \det C \\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ . \\ \gamma_{\mathrm{n-1}}' = |\,\mathrm{c}_1\ \ \mathrm{c}_2\ \mathrm{c}_3\ \ldots\ \ r_\mathrm{p}\ \ \ \mathrm{c}_\mathrm{n}\,| / \det C, \\ \gamma_\mathrm{n}' = |\ \mathrm{c}_1\ \ \mathrm{c}_2\ \mathrm{c}_3\ldots\ \ \ \mathrm{c}_{\mathrm{n-1}}\ r_\mathrm{p}\,| / \det C \end{array} \tag{9}$$

однозначно, так как det C является определителем Вронского уравнения (3).

Разлагая определители в (9) по элементам столбца r_p, получим:

$$\gamma_i' = (-1)^{n+i}\,\frac{x_0(t)}{a_n(t)\det C(t)}\,A_{n\,i}\,, \quad i = 1,n, \tag{10}$$

где A_{ni} – миноры, образующиеся при вычеркивании первой строки и i-го столбца матрицы D. Интегрируя (10) от 0 до t, подставляя полученные значения γ_i в (5), с учетом начальных условий будем иметь:

$$y(t) = \int_0^t \frac{x_0(\tau)}{a_n(\tau)\det C(\tau)}\Big[\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(t)(-1)^{n+i}A_{ni}(\tau)\Big]d\tau. \tag{11}$$

Можно убедиться, что в квадратных скобках в подинтегральном выражении в (11) записано умноженное на множитель $(-1)^{(n-1)}$ разложение по элементам строки $\varphi\,(t) = [\varphi_{\,1}(t)\ \ \varphi_{\,2}(t)\ldots\varphi_{\,\mathrm{n}}(t)]$ определителя матрицы $D_\varphi(t,\tau)$, которая получается после замены строкой $\varphi(t)$ первой строки матрицы D. Если обозначить

$$g(t,\tau)=\frac{(-1)^{n-1}}{a_n(\tau)\det C(\tau)}\begin{vmatrix}\varphi_1(t) & \varphi_2(t) & \varphi_n(t)\\ \varphi_1(\tau) & \varphi_2(\tau) & \varphi_n(\tau)\\ \varphi_1'(\tau) & \varphi_2'(\tau) & \varphi_n'(\tau)\\ \varphi_1^{(n-2)}(\tau) & \varphi_2^{(n-2)}(\tau) & \varphi_n^{(n-2)}(\tau)\end{vmatrix}, \tag{12}$$

то (11) принимает вид:

$$y(t)=\int_0^t g(t,\tau)\,x_0(\tau)\,d\tau. \tag{13}$$

Для выяснения физической сущности функции $g(t,\xi)$ рассмотрим случай подачи на вход системы сигнала в виде дельта-функции, действующей в момент $t=\xi$, т.е. $x_0=\delta(t-\xi)$, $0<\xi<\tau$. Из (13) на основании свойств дельта-функции следует, что

$$\int_0^t g(t,\tau)\,\delta(\tau-\xi)\,d\tau=g(t,\xi).$$

Таким образом, $g(t,\xi)$ есть импульсная переходная функция системы, описываемой уравнением (3) – реакция предварительно невозбужденной системы на входной сигнал в виде дельта-функции, и является решением дифференциального уравнения

$$\sum_{k=0}^{n}a_k(t)\,\frac{d^k g}{dt^k}=\delta(t-\xi), \tag{14}$$

с начальными условиями

$$\frac{d^\nu}{dt^\nu}g(t,\xi)_{|\,t=\xi-}=0;\quad \nu=0,1,2,...,n-1. \tag{15}$$

По условию физической реализуемости поверхность $g(t,\xi)\equiv 0$ при $t<\xi$.

Заменяя в (12) u на ξ и положив $t=\xi$, получим $g(\xi,\xi)=0$. Последовательно дифференцируя (12) по t n–1 раз, подставляя после каждого дифференцирования ξ вместо t, получим:

$$\frac{d^\nu}{dt^\nu}g(t,\xi)_{|\,t=\xi+}=\begin{cases}0, & \nu=0,1,2,...,n-2,\\ \dfrac{1}{a_n(\xi)}, & \nu=n-1\end{cases} \tag{16}$$

Сравнивая (15) и (16), видим, что (n–1)-я производная импульсной переходной функции $g(t,\xi)$ по t в точке $t=\xi$ претерпевает скачок от 0 при $t=\xi_-$ до $1/a_n(\xi)$ при $t=\xi_+$.

Сечение поверхности импульсной переходной функции вертикальной плоскостью, параллельной оси t, дает реакцию системы на импульс, приложенный в фиксированный момент $t=\xi_н$. Эту реакцию называют нормальной импульсной реакцией, поскольку именно она получается на выходе системы при подаче на ее вход импульса в фиксированный момент времени.

Сечение поверхности импульсной переходной функции вертикальной плоскостью, параллельной оси ξ, дает кривую, образованную множеством ординат нормальных импульсных реакций для фиксированного значения времени t=$t_н$. Эта кривая может быть получена экспериментально путем записи импульсных реакций для различных значений ξ и затем их перестроения для фиксированного момента $t_н$. Эту кривую можно также трактовать как импульсную реакцию некоторой видоизмененной системы, у которой независимой переменной является ξ, в связи с чем для указанная кривая называется сопряженной импульсной реакцией.

Точнее было бы записывать функцию $g(t,\xi)$ в виде:

$$y(t)=\int_0^t g(t-u,u)\,x_0(u)\,du=\int_0^t g(\tau,t-\tau)\,x_0(t-\tau)\,d\tau. \tag{17}$$

Реакция системы на входной сигнал в виде производной ν-го порядка или интеграла от дельта-функции может быть найдена посредством $g(t,\xi)$ с использованием формулы

$$(-1)^\nu\,\frac{d^\nu f(\xi)}{d\xi^\nu}=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\;\delta_t^{(\nu)}(t-\xi)\;dt, \tag{18}$$

однако нагляднее использовать следующий прием.

Дифференцируя по ξ левую и правую часть уравнения (14) ν раз, получим:

$$\sum_{k=0}^{n} a_k(t)\,\frac{d^k}{dt^k}\left[\frac{d^\nu g}{d\xi^\nu}\right]=\delta_\xi^{(\nu)}(t-\xi).$$

Вводя обозначение

$$g_\nu(t,\xi)=(-1)^\nu\,\frac{d^\nu g(t,\xi)}{d\xi^\nu}, \tag{19}$$

и учитывая, что $\delta_\xi^{(\nu)}(t-\xi)=(-1)^\nu\,\delta_t^{(\nu)}(t-\xi)$, будем иметь:

$$\sum_{k=0}^{n} a_k(t)\,\frac{d^k g_\nu}{dt^k}=\delta_t^{(\nu)}(t-\xi).$$

Таким образом, функция $g_\nu(t,\xi)$ является реакцией системы на входной сигнал в виде дельта-функции ν-го порядка. Следует иметь в виду, что при $\nu=n+k$ $g_\nu(t,\xi)$ содержит $\delta^{(k)}(t-\xi)$ – дельта-функции k-го порядка.

Если (14) проинтегрировать по ξ от 0 до t, ввести обозначение

$$g_{-1}(t,\xi)=-\int_0^t g(t,\xi)\,d\xi=-\int_\xi^t g(t,\xi)\,d\xi,$$

и учесть, что

$$\int_0^t \delta(t-\xi)\,d\xi=-\,1(t-\xi),$$

получим

$$\sum_{k=0}^{n} a_k(t)\,\frac{d^k g_{-1}}{dt^k} = 1\,(t-\xi). \qquad (20)$$

Таким образом, $g_{-1}(t,\xi)$ является реакцией системы на сигнал в виде единичной функции, т.е. представляет собой ступенчатую переходную функцию, а импульсная переходная функция является производной от $g_{-1}(t,\xi)$ по переменной ξ.

Импульсная переходная функция $w(t,\xi)$ для системы общего вида (1) может быть получена как решение уравнения

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(t)\,\frac{d^i w}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j(t)\,\delta_t^{(j)}(t-\xi) \qquad (21)$$

с начальными условиями

$$\frac{d^\nu}{dt^\nu} w(t,\xi)_{|\,t=\xi-} = 0; \quad \nu = 0,1,2,...,n-1. \qquad (22)$$

Полагая правую часть (21) входным сигналом системы с импульсной переходной функцией $g(t,\xi)$, по формуле (13) получим:

$$w(t,\xi) = \int_0^t g(t,\tau)\sum_{j=0}^{m} b_j(\tau)\,\delta_u^{(j)}(\tau-\xi)\,d\tau,$$

а применив формулу(18), получим окончательно:

$$w(t,\xi) = \sum_{j=0}^{m} (-1)^j\,\frac{d^j}{d\xi^j}[g(t,\xi)\,b_j(\xi)]\,. \qquad (23)$$

Связь между импульсными реакциями $w(t,\xi)$ и $g(t,\xi)$ можно получить в ином виде. Рассмотрим форсирующее звено в правой части системы (1):

$$x_0 = \sum_{j=0}^{m} b_j(t)\,\frac{d^j x(t)}{dt^j}. \qquad (24)$$

Его импульсная переходная функция определяется из (24) при $x(t)=\delta(t-\xi)$:

$$g_d(t,\xi) = \sum_{j=0}^{m} b_j(t)\,\delta_t^{(j)}(t-\xi). \qquad (25)$$

Для преобразования формулы (25) используется следующий прием. Пусть на входе усилителя с коэффициентом усиления $f(t)$ действует сигнал в виде ν-й производной дельта-функции по времени. Тогда на выходе усилителя получим сигнал

$$y_{\text{a}}=f(t)\,\delta_{\text{t}}^{(\nu)}(t-\xi). \qquad (26)$$

С другой стороны, импульсная переходная функция усилителя имеет вид:

$$g_{\text{a}}(t,\xi)=f(\xi)\,\delta(t-\xi),$$

и согласно формуле (19) реакция усилителя на ν-ю производную дельта-функции будет равна

$$y_a = (-1)^\nu \frac{d^\nu}{d\xi^\nu}[f(\xi)\,\delta(t-\xi)]. \qquad (27)$$

Из (26) и (27) получаем:

$$f(t)\delta_t^{(\nu)}(t-\xi) = (-1)^\nu \frac{d^\nu}{d\xi^\nu}[f(\xi)\,\delta(t-\xi)]. \qquad (28)$$

Применяя эту формулу к (25), получим:

$$g_d(t,\xi) = \sum_{\nu=0}^{m} (-1)^\nu \frac{d^\nu}{d\xi^\nu}[b_\nu(\xi)\,\delta(t-\xi)].$$

Произведя дифференцирование в квадратных скобках, группируя члены с дельта-функциями ν-го порядка и введя обозначения

$$\left.\begin{array}{c} B_0(\xi) = b_0(\xi) - \dfrac{db_1(\xi)}{d\xi} + \dfrac{db_2^2(\xi)}{d\xi^2} - \ldots + (-1)^m \dfrac{db_m^m(\xi)}{d\xi^m}, \\ B_1(\xi) = b_1(\xi) - 2\dfrac{db_2(\xi)}{d\xi} + \ldots + (-1)^m m \dfrac{db_m^{m-1}(\xi)}{d\xi^{m-1}}, \\ \hline B_i(\xi) = \dfrac{(-1)^i d^i B_0}{i!\, dq^i}; \quad (q = \dfrac{d}{d\xi}), \\ \hline B_m(\xi) = b_m(\xi), \end{array}\right\} \qquad (29)$$

используя свойство дельта-функции, определяемое соотношением

$$\delta_t^{(\nu)}(t-\xi) = (-1)^\nu\, \delta_\xi^{(\nu)}(t-\xi), \qquad (30)$$

окончательно получим

$$g_d(t,\xi) = \sum_{j=0}^{m} B_j(\xi)\, \delta_t^{(j)}(t-\xi). \qquad (31)$$

Выражение (31), как и (25), состоит из комбинации дельта-функций различных порядков с коэффициентами, но, в отличие от (25), в (31) коэффициенты не зависят от времени. Для систем с постоянными параметрами эти выражения совпадают, так как при этом $B_i = b_i$ (формула (29).Реакция системы на сигнал $B_\nu(\xi)\delta_t^{(\nu)}(t-\xi)$ равна $B_\nu(\xi)g_\nu(t,\xi)$. Используя (19), из (31), получаем связь между импульсными переходными функциями $w(t,\xi)$ и $g(t,\xi)$ в виде:

$$w(t,\xi) = \sum_{j=0}^{m} (-1)^j B_j(\xi) \frac{d^j g(t,\xi)}{d\xi^j}, \qquad (32)$$

Сравнение (18) и (32) дает еще одно соотношение:

$$\sum_{j=0}^{m} (-1)^j \frac{d^j}{d\xi^j}[\, b_j(\xi)\, g(t,\xi)] = \sum_{j=0}^{m} (-1)^j B_j(\xi) \frac{d^j g(t,\xi)}{d\xi^j}. \qquad (33)$$

Запишем еще получающееся из (28) соотношение:

$$f(t)\delta(t-\xi) = f(\xi)\delta(t-\xi). \qquad (34)$$

Выводы. Таким образом, в данной статье проанализированы основные виды интегральной зависимости между выходным и входным сигналами в системе с переменными параметрами, что даёт возможность аналитического представления решения дифференциального уравнения и импульсной переходной функции системы вида (1). Получение переходных функций по экспериментальным данным приводит к возможности аналитического или численного формирования адекватных интегральных моделей рассматриваемого объекта.

1. *Солодов А.В., Петров Ф.С.* Линейные автоматические системы с переменными параметрами. – М:. Наука, 1971.
2. *Шевелёв А.Г.* Основы линейной теории нестационарных систем автоматического управления. Мин. образ. и науки Украины НАУ. – К:. изд. НАУ, 2004. – 265с.

Поступила 11.08.2010р.

УДК 621.

А.М. Корнеев, ПуАО «Хмельницкгаз», г. Хмельницкий

РЕКУРЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ СИСТЕМ

The paper discusses algorithms for solving integro-differential equations based on recurrence algorithms for problems in the theory of viscoelasticity.

В работе получены рекуррентные алгоритмы типовых для теории вязкоупругости слабосингулярных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений на основе замены интегралов квадратурами, а также предложен способ учета особенности интегральных операторов.

Алгоритмы реализации типовой модели. В качестве типовой модельной задачи при исследовании динамики вязкоупругой системы [1] рассмотрим интегро-дифференциальное уравнение

$$\ddot{U}(t) + \omega^2 [U(t) - \int_0^t R(t-\tau) U(\tau) d\tau] = f(t), \qquad (1)$$

с начальными условиями

$$U(0) = T_0, \quad \dot{U}(0) = T_1, \qquad (2)$$

где $f(t) = (\beta^2 + \omega^2 - \frac{\varepsilon \omega^2 t^\alpha}{\alpha}) e^{-\beta t}$; $f(t)$ – произвольно заданная функция; $R(t-\tau) = \varepsilon (t-\tau)^{\alpha-1} e^{-\beta(t-\tau)}$ – ядро; T_0, T_1, α, ε, ω – коэффициенты.

