

ТРЕХМЕРНАЯ ТОКОВАЯ ИНТЕГРАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПЕРЕМЕШИВАТЕЛЯ

Abstract: The scalar integral equations system, which equivalent current integral equation for the first symmetric component of rotating magnetic field of the electromagnetic stirrer is received. The system numerical solution is connected with big volume of the additional calculations since in it is not taken into account symmetries of the magnetic field of the first symmetrical component relative to coordinate planes.

Key words: explicit-pole electromagnetic stirrer, magnetic field, integral model

Развивающаяся в настоящее время тенденция к внедрению энергосберегающих технологий, повышению производительности машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) и качества заготовок остро ставит вопрос о необходимости создания нового и улучшения конструкций существующего электротехнического оборудования, одним из видов которого являются электромагнитные перемешиватели (ЭМП). К числу мер, позволяющих ускорить разработку ЭМП, относится широкое применение в процессе их проектирования математического моделирования. Последнее избавляет разработчиков не только от громоздких расчетов, но и от значительной доли дорогостоящего физического эксперимента путем замены его математическим. Но это имеет место при условии, если в основе математических моделей лежит достаточно точное математическое описание физических процессов, протекающих в ЭМП. Конструктивные особенности ЭМП таковы, что электромагнитные, гидродинамические и тепловые поля в них существенно трехмерные. В связи с этим в основу пакета программ для расчетов ЭМП должны быть положены трехмерные системы уравнений Максвелла, Навье-Стокса и Фурье. В общем случае для этих систем необходимо решать краевые задачи в неограниченной неоднородной области, содержащей геометрически сложные ферромагнитные тела (магнитопровод) и массивные проводники (корпус, обечайка, гильза, жидкая сталь) [1, 2].

Сложность указанных задач с одной стороны и необходимость разработки практически реализуемых на доступных ЭВМ программ с другой стороны, побуждает искать такие эквивалентные преобразования этих систем, при которых во вновь полученных системах достаточно просто и с приемлемой точностью учитывалась бы специфика распределения полей в ЭМП. Одним из таких преобразований является сведение краевых задач к эквивалентным интегральным уравнениям (ИУ). Достаточно полно этот подход реализован для двумерных задач [3-5].

В настоящей статье разработана трехмерная интегральная модель вращающегося магнитного поля (ВМП) ЭМП. Переход от уравнений Максвелла к эквивалентной системе интегральных уравнений (СИУ) вызван тем, что в ЭМП имеют место сильные поля рассеивания. С помощью СИУ эти поля учитываются точно соответствующим выбором потенциалов, например, комбинацией ньютонова потенциала и потенциала простого слоя.

Применение метода конечных элементов (МКЭ) для моделирования магнитного поля в системе кристаллизатор-ЭМП ведёт к выполнению большого объёма избыточных вычислений. Действительно, для учёта полей рассеивания по МКЭ необходимо выбирать диаметр расчётной области в несколько раз большим диаметра системы кристаллизатор-ЭМП. По этому методу магнитное поле рассчитывается во всех узлах сетки, которой покрывается расчётная область, а, следовательно, и в узлах которые не принадлежат объёму заготовки. Однако, необходимости в столь полной информации нет, т.к. для расчёта поля скоростей в объёме жидкого металла достаточно знать распределение электродинамических усилий (ЭДУ), которые вычисляются по вихревым токам и магнитному полю в этом объёме.

В основе предложенной модели лежит разложение результирующего ВМП на три симметричные составляющие (СС) [4]. Моделируется одна из СС. Две другие получаются поворотом моделируемой СС вокруг оси системы на 120^0 по или против часовой стрелки и умножением полученной картины поля на соответствующий масштабный коэффициент. При моделировании СС используется концепция связанных токов намагниченности (ТН). Векторное интегральное уравнение (ВИУ) для плотности ТН сводится к системе трех скалярных, которые преобразуются с учетом симметрии первой СС относительно координатных плоскостей XOY, YOZ, XOZ . Областью определения полученных ИУ является восьмая часть поверхности магнитопровода, лежащая в первом октанте.

Конструктивное исполнение системы кристаллизатор МНЛЗ-явнополюсный ЭМП.

На рис. 1 показан общий вид системы кристаллизатор МНЛЗ круглого сечения-ЭМП. Ось Z декартовой системы координат XYZ совмещена с осью системы, а оси X и Y с осями

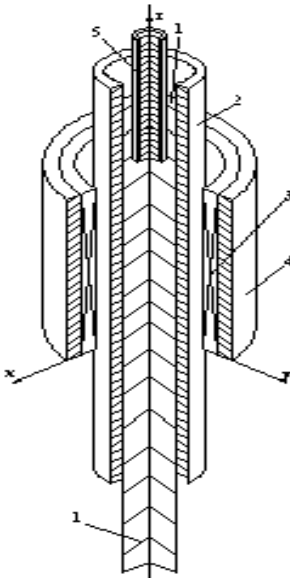


Рис. 1. Конструкция системы кристаллизатор-ЭМП:

- 1 – заготовка круглого сечения,
- 2 – кристаллизатор, 3 – трехфазная обмотка ЭМП, 4 – магнитопровод, 5 – погружной сталеразливочный стакан.

симметрии обмотки одной из фаз, например, первой фазы. Принцип действия системы такой, как у асинхронного двигателя. В ЭМП, состоящем из магнитопровода и трёхфазной обмотки (рис. 2), при протекании по последней тока создаётся ВМП, индуктирующее в кристаллизаторе и в заготовке вихревые токи. В результате взаимодействия вихревых токов и магнитного поля возникают ЭДУ, которые вращают металл.

ЭМП содержит три фазные обмотки, соединённые звездой или треугольником. Каждая фазная обмотка состоит из двух одинаковых частей, расположенных на противоположных полюсах магнитопровода.

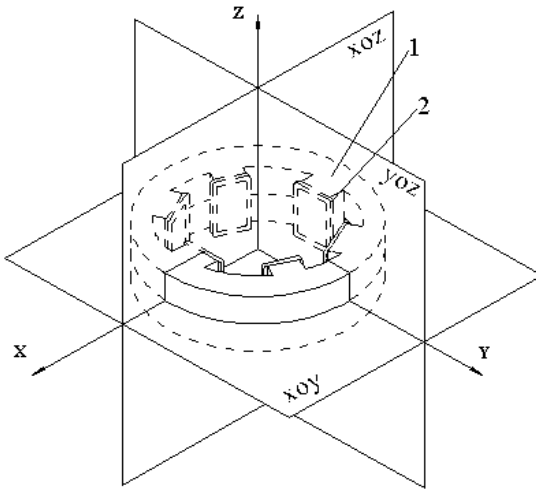


Рис. 2. Явнополюсный трехфазный ЭМП:

1 – магнитопровод, 2 – обмотка ЭМП

Число витков в каждой фазной обмотке составляет $2W$. Активные плоскости обмоток пересекаются по оси Z и образуют между собой угол 120° . Рассматривается режим тока, т.е. считаются заданными токи в витках обмотки. Предполагается, что фазные токи образуют симметричную трёхфазную систему. Если принять за положительное направление токов в фазных обмотках от начала к концу, то фазные токи имеют вид:

$$i_1(t) = I_m \sin \omega t, \quad (1)$$

$$i_2(t) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2)$$

$$i_3(t) = I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right). \quad (3)$$

Здесь

$$\omega = 2\pi f, \quad (4)$$

f – частота токов; I_m – амплитуда фазных токов.

Комплексные амплитуды фазных токов в алгебраической форме запишем так:

$$\dot{I}_1 = I_m; \quad (5)$$

$$\dot{I}_2 = I_m e^{j\frac{2\pi}{3}} = I_m \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \quad (6)$$

$$I_3 = I_m e^{-j\frac{2\pi}{3}} = I_m \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right). \quad (7)$$

Расчетная модель. Реальная конструкция системы кристаллизатор-ЭМП достаточно сложна, чтобы выполнять для нее полевые расчеты даже на современных ЭВМ. Поэтому, естественно, переходят к той или иной расчетной модели.

Обмотка промышленного ЭМП, имеющая вид винтовой линии, в расчетной модели заменяется системой замкнутых соосных витков, каждый из которых лежит в плоскости перпендикулярной оси обмотки и симметричен относительно плоскости XOY, Очевидно, в такой модели магнитное поле симметрично относительно плоскости XOY (рис. 2). Поэтому расчет его достаточно выполнить в полупространстве $z \geq 0$. Витки обмотки будем группировать в жгуты. Жгут это некоторое количество плотно уложенных между собой витков. Будем считать диаметр поперечного сечения жгута настолько малым, что замена операции интегрирования по токам в жгуте на интегрирование по оси жгута, по которой протекает полный ток жгута, не приводит к существенной погрешности. Не умоляя общности задачи, а преследуя цель упростить запись ИУ, каждую половину фазной обмотки, заменяем одним жгутом.

Здесь мы ограничиваемся рассмотрением поля ЭМП при отсутствии в нем массивных проводников. Однако модель магнитного поля ЭМП должна быть выполнена таким образом, чтобы при добавлении вышеуказанных конструктивных элементов принципы построения модели не менялись. Этому требованию удовлетворяет предложенная здесь интегральная модель, в основе которой лежит ВИУ для плотности ТН на поверхности магнитопровода.

Некоторые обоснования формулировки задачи расчета магнитного поля ЭМП с помощью ВИУ. Для расчета магнитных полей в неоднородных средах часто применяют интегральные уравнения относительно связанных зарядов, которые являются скалярными как для двумерных, так и для трехмерных полей. Однако, если не прибегать к каким-либо преобразованиям, воспользоваться концепцией связанных зарядов не всегда возможно. Это относится, в частности, к ЭМП, у которых обмотки и массивные проводники полностью заполняют окно магнитопровода.

Существенно расширяет область применения концепции магнитных зарядов метод сведения вихревых магнитных полей к потенциальным [6]. Применение этого эффективного метода вместе с тем связано с решением дополнительной задачи минимизации объемов, занимаемых магнитными массами. В ряде случаев эта задача решается введением объемных магнитных масс в области, занятой токами, простых и двойных магнитных слоев на поверхности проводников и на некоторой поверхности в области, не занятой токами.

К построению универсальных алгоритмов и программ расчета

магнитных полей и параметров ЭМП с любой конструкцией магнитопровода и обмоток, с учетом массивных конструктивных элементов, ведет использование концепции связанных токов и соответствующих ИУ [7], которые для краткости часто называют токовыми в отличие от упомянутых выше зарядовых. Токовые ИУ в трехмерных и некоторых двумерных полях векторные. Методы и алгоритмы решения их в литературе описаны применительно к трансформаторам токов. Реализация предложенной в настоящей работе модели, как и более сложных интегральных моделей электромагнитных процессов в ЭМП, в которых учитывались бы массивные проводники, позволит усовершенствовать алгоритмы и программы решения токовых ИУ.

Большое значение эта работа имеет для оценки возможности разработки интегральных моделей связанных электромагнитных, механических, гидромеханических и тепловых процессов в ЭМП.

Токовое ИУ для ЭМП. В настоящей работе ограничимся рассмотрением ЭМП, у которого в объеме магнитопровода V^- магнитная проницаемость μ^- постоянна.

Введем обозначения:

V_o, V^+ – объемы обмоток и окружающего магнитопровод и обмотки пространства, соответственно. Объем V_o обмоток равен сумме объемов фазных обмоток $V_o = \sum_{k=1}^3 V_{ok} = \sum_{k=1}^3 (V'_{ok} + V''_{ok})$, где $V_{ok}, V'_{ok}, V''_{ok}$ – объем обмотки k -ой фазы, первой и второй половины обмотки k -ой фазы, $k = 1, 2, 3$;

S – поверхность магнитопровода; μ_o – магнитная проницаемость в объеме V_o и V^+ ;

$$\bar{\delta}_0(Q, t) = \begin{cases} \bar{\delta}_{01}(Q, t), Q \in V_{o1}, \\ \bar{\delta}_{02}(Q, t), Q \in V_{o2}, \\ \bar{\delta}_{03}(Q, t), Q \in V_{o3} \end{cases} \text{ – вектор плотности тока в точке } Q \text{ обмотки.}$$

При выводе токового ИУ будем исходить из условия на поверхности S , которому удовлетворяет вектор магнитной индукции:

$$\left[\bar{n}_Q, \frac{\bar{B}^+(Q, t)}{\mu_o} - \frac{\bar{B}^-(Q, t)}{\mu_o \mu^-} \right] = 0, \quad (10)$$

где \bar{n}_Q – нормаль к поверхности S в точке Q , положительное направление которой принято из объема V^- в объем V^+ ; $\bar{B}^+(Q, t)$ и $\bar{B}^-(Q, t)$ значения вектора магнитной индукции \bar{B} в точке Q со стороны объемов V^+ и V^- , соответственно.

При переходе через границу раздела сред вектор магнитной индукции

\bar{B} испытывает скачок:

$$\bar{B}^+(Q, t) - \bar{B}^-(Q, t) = \mu_0 [\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q], \quad (11)$$

где $\bar{\sigma}(Q, t)$ – вектор плотности тока намагниченности в точке $Q \in S$.

Соотношение (11) равносильно следующим двум:

$$\begin{aligned} \bar{B}^+(Q, t) &= \bar{B}^0(Q, t) + \frac{\mu_0 [\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]}{2}, \\ \bar{B}^-(Q, t) &= \bar{B}^0(Q, t) - \frac{\mu_0 [\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\bar{B}^0(Q, t)$ – вектор индукции на самой границе S , обусловленный всеми токами $\bar{\delta}_0$ и $\bar{\sigma}$, за исключением элемента тока $\bar{\sigma}(Q, t) ds_Q$.

Подставляя выражения (12) в соотношение (10), получим:

$$\begin{aligned} &\left[\bar{n}_Q, \frac{\bar{B}^0(Q, t)}{\mu_0} + \frac{[\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]}{2} - \frac{\bar{B}^0(Q, t)}{\mu_0 \mu^-} + \frac{[\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]}{2 \mu^-} \right] = \\ &= \left[\bar{n}_Q, \frac{\mu^- - 1}{\mu^-} \frac{\bar{B}^0(Q, t)}{\mu_0} + \frac{\mu^- + 1}{\mu^-} \frac{[\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

или

$$\left[\bar{n}_Q, \frac{2\chi}{\mu_0} \bar{B}^0(Q, t) \right] + [\bar{n}_Q, [\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]] = 0, \quad (13)$$

где

$$\chi = \frac{\mu^- - 1}{\mu^- + 1}. \quad (14)$$

Используя тождество векторной алгебры, преобразуем второе слагаемое равенства (13) следующим образом:

$$[\bar{n}_Q, [\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]] = \bar{\sigma}(Q, t) - \bar{n}_Q (\bar{n}_Q \bar{\sigma}(Q, t)).$$

Но вектор $\bar{\sigma}(Q, t)$ лежит в касательной к поверхности S в точке Q плоскости, т.е.

$$\bar{\sigma}(Q, t) \perp \bar{n}_Q \text{ и } (\bar{n}_Q \bar{\sigma}(Q, t)) = 0.$$

Следовательно,

$$\bar{\sigma}(Q, t) = [\bar{n}_Q, [\bar{\sigma}(Q, t), \bar{n}_Q]]. \quad (15)$$

Учитывая (15) в (13), получаем

$$\bar{\sigma}(Q, t) + \left[\bar{n}_Q, \frac{2\chi}{\mu_0} \bar{B}^0(Q, t) \right] = 0. \quad (16)$$

В рассматриваемом случае векторный магнитный потенциал в любой точке пространства, в том числе и в точке Q на границе S , можно представить в следующем виде:

$$\bar{A}(Q, t) = \bar{A}_0(Q, t) + \bar{A}_\sigma(Q, t) = \bar{A}_0^-(Q, t) + \bar{A}_0^+(Q, t) + \bar{A}_\sigma(Q, t), \quad (17)$$

где

$$\bar{A}_0^-(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_0} \frac{\bar{\delta}_0^-(M, t)}{r_{QM}} dv_M, \quad (18)$$

$$\bar{A}_\sigma(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\bar{\sigma}(M, t)}{r_{QM}} ds_M, \quad (19)$$

$$\bar{A}_0^+(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \sum_{k=1}^3 V_{0k}^+ \frac{\bar{\delta}_0^+(M, t)}{r_{QM}} dv_M, \quad (20)$$

$$\bar{A}_0^-(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \sum_{k=1}^3 V_{0k}^- \frac{\bar{\delta}_0^-(M, t)}{r_{QM}} dv_M. \quad (21)$$

Здесь r_{QM} – расстояние между точками Q и M .

Аналогично записывается и вектор магнитной индукции:

$$\bar{B}(Q, t) = \bar{B}_0(Q, t) + \bar{B}_\sigma(Q, t) = \bar{B}_0^-(Q, t) + \bar{B}_0^+(Q, t) + \bar{B}_\sigma(Q, t), \quad (22)$$

где

$$\bar{B}_0^-(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_0} \frac{[\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0^-(M, t)]}{r_{QM}^3} dv_M, \quad (23)$$

$$\bar{B}_\sigma(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{[\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}(M, t)]}{r_{QM}^3} ds_M, \quad (24)$$

$$\bar{B}_0^+(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \sum_{k=1}^3 V_{0k}^+ \frac{[\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0^+(M, t)]}{r_{QM}^3} dv_M, \quad (25)$$

$$\bar{B}_0^-(Q, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \sum_{k=1}^3 V_{0k}^- \frac{[\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0^-(M, t)]}{r_{QM}^3} dv_M, \quad (26)$$

где

\bar{r}_{QM} – радиус-вектор, который направлен из точки Q в точку M и равный расстоянию между точками Q и M .

Подставляя (22) в (16), получаем следующее токовое ИУ для вектора

плотности тока намагничивания на поверхности S магнитопровода ЭМП

$$\bar{\sigma}(Q, t) + \frac{\chi}{2\pi} \iint_S \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}(M, t)]]}{r_{QM}^3} ds_M = -\frac{\chi}{2\pi} \int_{V_0} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_Q(M, t)]]}{r_{QM}^3} dv_M, Q \in S. \quad (27)$$

В каждой точке $Q \in S$ решение этого уравнения $\bar{\sigma}(Q, t)$ является вектором, лежащим в касательной плоскости к S в точке Q . Это следует из вывода уравнения (27). Дополнительно можно убедиться в этом, умножив уравнение (27) скалярно на \bar{n}_Q :

$$\begin{aligned} (\bar{n}_Q \bar{\sigma}(Q, t)) + \frac{\chi}{2\pi} \iint_S \frac{(\bar{n}_Q [\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}(M, t)]])}{r_{QM}^3} ds_M + \\ + \frac{\chi}{2\pi} \int_{V_0} \frac{(\bar{n}_Q [\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0(M, t)]])}{r_{QM}^3} dv_M = 0. \end{aligned}$$

Но для любого вектора \bar{a} имеет место тождество

$$(\bar{n}_Q [\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{a}]]) = 0.$$

Так как вектор $[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{a}]]$ перпендикулярен вектору \bar{n}_Q .

Следовательно $(\bar{n}_Q \bar{\sigma}(Q, t)) = 0$.

Для краткости запишем ВДУ (27) для мгновенного значения вектора плотности тока намагниченности $\bar{\sigma}(Q, t)$ на поверхности S магнитопровода в операторной форме:

$$\frac{2\pi}{\chi} \bar{\sigma}(Q, t) + D_{ss} \bar{\sigma} = -D_{so} \bar{\delta}_0, \quad Q \in S. \quad (28)$$

Здесь

$$D_{ss} \bar{\sigma} = \iint_S \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}(M, t)]]}{r_{QM}^3} ds_M, \quad Q \in S, \quad (29)$$

$$D_{so} \bar{\delta}_0 = \int_{V_0} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0(M, t)]]}{r_{QM}^3} dv_M, \quad Q \in S. \quad (30)$$

Выше мы приняли допущение о том, что каждая половина обмотки является жгутом с достаточно малым диаметром поперечного сечения. При этих допущениях (30) принимает вид:

$$\begin{aligned}
D_{S0} \bar{\delta}_0 &= \int_{V_0} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0 (M, t)]]}{r_{QM}^3} dv_M = \sum_{k=1}^3 \int_{V_0} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\delta}_0 (M, t)]]}{r_{QM}^3} dv_M = \\
&= W \sum_{k=1}^3 \int_{L'_{0k}} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{i}_k (M, t)]]}{r_{QM}^3} dl_M + W \sum_{k=1}^3 \int_{L''_{0k}} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{i}_k (M, t)]]}{r_{QM}^3} dl_M = \\
&= W \sum_{k=1}^3 D'_{Sk} \bar{i}_k + W \sum_{k=1}^3 D''_{Sk} \bar{i}_k,
\end{aligned} \tag{31}$$

где

$$\begin{aligned}
D'_{Sk} \bar{i}_k &= \int_{L'_{0k}} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{i}_k (M, t)]]}{r_{QM}^3} dl_M, Q \in S, \\
D''_{Sk} \bar{i}_k &= \int_{L''_{0k}} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{i}_k (M, t)]]}{r_{QM}^3} dl_M, Q \in S,
\end{aligned} \tag{32}$$

L'_{0k} и L''_{0k} - осевые линии первого и второго жгутов обмотки k -ой фазы;

$\bar{i}_k(M, t)$ - мгновенный вектор тока в точке M осевой линии $L_{0k} = L'_{0k} + L''_{0k}$ обмотки k -ой фазы. Его можно записать так

$$\bar{i}_k(M, t) = \bar{l}_k(M) i_k(t), \tag{33}$$

где $\bar{l}_k(M)$ – орт касательной к линии L_{0k} в точке M . Направление его совпадает с положительным направлением тока в обмотке k -ой фазы. Этот орт характеризует протекание тока в пространстве. $i_k(t)$ – ток в обмотке k -ой фазы.

Подставив (31) в (28) получим следующее ВИУ для ЭМП:

$$\frac{2\pi}{\chi} \bar{\sigma}(Q, t) + D_{ss} \bar{\sigma} = -W \sum_{k=1}^3 D'_{Sk} \bar{i}_k - W \sum_{k=1}^3 D''_{Sk} \bar{i}_k, Q \in S. \tag{34}$$

Разложение вращающегося магнитного поля на симметричные составляющие. В основе предложенной модели лежит разложение результирующего ВМП на три СС [4]. Первая СС создаётся током в обмотке первой фазы при нулевых токах в обмотках второй и третьей фаз. Аналогично вторая и третья СС создаются токами в обмотках второй и третьей фаз соответственно. Для нахождения распределения ВМП в пространстве в данный момент времени моделируется в этот момент первая СС. Поле второй СС получается поворотом первой СС вокруг оси системы на 120^0 по часовой стрелке и умножением полученной картины поля на отношение значения тока во второй обмотке в данный момент к значению тока в первой обмотке. Поле третьей СС получается поворотом первой СС вокруг оси системы на 120^0 против часовой стрелки и умножением

полученной картины поля на отношение значения тока в третьей обмотке в данный момент к значению тока в первой обмотке.

При моделировании первой СС используется ВИУ (34) для первой СС

$$\frac{2\pi}{\chi} \bar{\sigma}_1(Q, t) + D_{SS} \bar{\sigma}_1 = -WD_{S1}^{\prime} \bar{i}_1 - WD_{S1}^{\prime\prime} \bar{i}_1, \quad Q \in S. \quad (37)$$

Выделение из исходного ВИУ (37) ВИУ со скалярным ядром. Один из путей упрощения ВИУ (37) состоит в выделении из него ВИУ со скалярным ядром. Для этого преобразуем оператор

$$D_{SS} \bar{\sigma}_1 = \int_S \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}_1(M, t)]]}{r_{QM}^3} ds_M, \quad Q \in S \quad (38)$$

воспользовавшись известным векторным тождеством:

$$[\bar{a} [\bar{b} \bar{c}]] = \bar{b} (\bar{a} \bar{c}) - \bar{c} (\bar{a} \bar{b}). \quad (39)$$

Применяя его к числителю подинтегрального выражения (38), получим:

$$[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}_1(M, t)]] = \bar{r}_{QM} (\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t)) - \bar{\sigma}_1(M, t) (\bar{n}_Q \bar{r}_{QM}). \quad (40)$$

Подставим уравнение (40) в (38)

$$\int_S \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{\sigma}_1(M, t)]]}{r_{QM}^3} ds_M = \int_S \frac{\bar{r}_{QM} (\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^3} ds_M - \int_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{\sigma}_1(M, t) ds_M. \quad (41)$$

Аналогично преобразуются операторы $D_{S1}^{\prime} \bar{i}_1$ и $D_{S1}^{\prime\prime} \bar{i}_1$

$$D_{S1}^{\prime} \bar{i}_1 = \int_{L_{01}} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{i}_1(M, t)]]}{r_{QM}^3} dl_M = \int_{L_{01}} \frac{\bar{r}_{QM} (\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} dl_M - \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{i}_1(M, t) dl_M, \quad Q \in S. \quad (42)$$

$$D_{S1}^{\prime\prime} \bar{i}_1 = \int_{L_{01}} \frac{[\bar{n}_Q [\bar{r}_{QM} \bar{i}_1(M, t)]]}{r_{QM}^3} dl_M = \int_{L_{01}} \frac{\bar{r}_{QM} (\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} dl_M - \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{i}_1(M, t) dl_M, \quad Q \in S. \quad (43)$$

Подставляя (41)-(43) в (37) получим

$$\frac{2\pi}{\chi} \bar{\sigma}_1(Q, t) - \int_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{\sigma}_1(M, t) ds_M + \int_S \frac{\bar{r}_{QM} (\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^3} ds_M = \bar{F}_1(Q, t), \quad Q \in S, \quad (44)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{F}_1(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{\bar{r}_{QM}(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{i}_1(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{\bar{r}_{QM}(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{i}_1(M, t) dl_M. \end{aligned} \quad (45)$$

При решении уравнения (44) итерационным методом по схеме

$$\frac{2\pi}{\chi} \bar{\sigma}_1^j(Q, t) - \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \bar{\sigma}_1^j(M, t) ds_M = \bar{F}_1(Q, t) - \iint_S \frac{\bar{r}_{QM}(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1^{j-1}(M, t))}{r_{QM}^3} ds_M, Q \in S$$

на каждом шаге решается ВИУ со скалярным ядром.

Заметим, что численное решение уравнения (44) сопряжено с большим объемом избыточных вычислений. Объясняется это тем, что в поле первой СС имеют место симметрии относительно координатных плоскостей, которые в уравнении (44) не учтены. Поэтому, прежде чем численно решать уравнение (44) его необходимо преобразовать с учетом указанных симметрий. Это рассмотрено в работе [8].

Преобразование ВИУ (44) к системе СКИУ в декартовой системе координат. Представим в декартовой системе координат каждое слагаемое в ВИУ (44)

$$\bar{\sigma}_1(Q, t) = \sigma_{1x}(Q, t) \bar{e}_x + \sigma_{1y}(Q, t) \bar{e}_y + \sigma_{1z}(Q, t) \bar{e}_z, \quad (46)$$

$$\bar{\sigma}_1(M, t) = \sigma_{1x}(M, t) \bar{e}_x + \sigma_{1y}(M, t) \bar{e}_y + \sigma_{1z}(M, t) \bar{e}_z, \quad (47)$$

$$\bar{i}_1(M, t) = i_{1x}(M, t) \bar{e}_x + i_{1y}(M, t) \bar{e}_y + i_{1z}(M, t) \bar{e}_z, \quad (48)$$

$$\bar{n}_Q = \alpha_n(Q) \bar{e}_x + \beta_n(Q) \bar{e}_y + \gamma_n(Q) \bar{e}_z, \quad (49)$$

где:

$$\alpha_n(Q) = \cos(\bar{n}_Q, \bar{e}_x), \quad (50)$$

$$\beta_n(Q) = \cos(\bar{n}_Q, \bar{e}_y), \quad (51)$$

$$\gamma_n(Q) = \cos(\bar{n}_Q, \bar{e}_z), \quad (52)$$

$$\bar{r}_{QM} = (x_M - x_Q) \bar{e}_x + (y_M - y_Q) \bar{e}_y + (z_M - z_Q) \bar{e}_z = r_{QM} \bar{r}_{QM}^0, \quad (53)$$

$$\bar{r}_{QM}^0 = \frac{\bar{r}_{QM}}{r_{QM}} = \alpha_r(Q, M) \bar{e}_x + \beta_r(Q, M) \bar{e}_y + \gamma_r(Q, M) \bar{e}_z, \quad (54)$$

$$\alpha_r(Q, M) = \frac{(x_M - x_Q)}{r_{QM}}, \quad (55)$$

$$\beta_r(Q, M) = \frac{(y_M - y_Q)}{r_{QM}}, \quad (56)$$

$$\gamma_r(Q, M) = \frac{(z_M - z_Q)}{r_{QM}}, \quad (57)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1x}(Q, t) - \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \sigma_{1x}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (x_M - x_Q) ds_M = F_{1x}(Q, t), \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (58)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1x}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (x_M - x_Q) dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} i_{1x}(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (x_M - x_Q) dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} i_{1x}(M, t) dl_M, \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1y}(Q, t) - \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \sigma_{1y}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (y_M - y_Q) ds_M = F_{1y}(Q, t) \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (60)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1y}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (y_M - y_Q) dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} i_{1y}(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (y_M - y_Q) dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} i_{1y}(M, t) dl_M, \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1z}(Q, t) - \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} \sigma_{1z}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (z_M - z_Q) ds_M = F_{1z}(Q, t) \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (62)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1z}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (z_M - z_Q) dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} i_{1z}(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^3} (z_M - z_Q) dl_M + W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3} i_{1z}(M, t) dl_M. \end{aligned} \quad (63)$$

В СИУ (58), (60), (62) учтем обозначения (55)-(57) и введем следующее обозначение

$$P_0(Q, M) = \frac{(\bar{n}_Q \bar{r}_{QM})}{r_{QM}^3}. \quad (64)$$

В результате получим:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1x}(Q, t) - \iint_S P_0(Q, M) \sigma_{1x}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \alpha_r(Q, M) ds_M = F_{1x}(Q, t), \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (65)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1x}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \alpha_r(Q, M) dl_M + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1x}(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \alpha_r(Q, M) dl_M + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1x}(M, t) dl_M, \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1y}(Q, t) - \iint_S P_0(Q, M) \sigma_{1y}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \beta_r(Q, M) ds_M = F_{1y}(Q, t), \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (67)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1y}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \beta_r(Q, M) dl_M + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1y}(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \beta_r(Q, M) dl_M + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1y}(M, t) dl_M, \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1z}(Q, t) - \iint_S P_0(Q, M) \sigma_{1z}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \gamma_r(Q, M) ds_M = F_{1z}(Q, t), \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (69)$$

где

$$\begin{aligned} F_{1z}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \gamma_r(Q, M) dl_M + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1z}(M, t) dl_M - \\ & -W \int_{L_{01}} \frac{(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))}{r_{QM}^2} \gamma_r(Q, M) dl_M + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1z}(M, t) dl_M. \end{aligned} \quad (70)$$

Далее преобразуем в СИУ (65), (67), (69) интегралы со скалярными произведениями $(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t))$ и $(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t))$. Запишем данные скалярные произведения в декартовой системе координат:

$$(\bar{n}_Q \bar{\sigma}_1(M, t)) = \alpha_n(Q) \sigma_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) \sigma_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) \sigma_{1z}(M, t), \quad (71)$$

$$(\bar{n}_Q \bar{i}_1(M, t)) = \alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t). \quad (72)$$

Подставим выражения (71), (72) в СИУ (65), (67), (69):

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1x}(Q, t) - \iint_S P_0(Q, M) \sigma_{1x}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{\alpha_n(Q) \sigma_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) \sigma_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) \sigma_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \alpha_r(Q, M) ds_M = (73) \\ & = F_{1x}(Q, t), \quad Q \in S, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_{1x}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{\alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \alpha_r(Q, M) dl_M + \\ & + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1x}(M, t) dl_M - \\ & - W \int_{L_{01}} \frac{\alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \alpha_r(Q, M) dl_M + \\ & + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1x}(M, t) dl_M, \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1y}(Q, t) - \iint_S P_0(Q, M) \sigma_{1y}(M, t) dl_M + \\ & + \iint_S \frac{\alpha_n(Q) \sigma_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) \sigma_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) \sigma_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \beta_r(Q, M) ds_M = (75) \\ & = F_{1y}(Q, t), \quad Q \in S, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_{1y}(Q, t) = & -W \int_{L_{01}} \frac{\alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \beta_r(Q, M) dl_M + \\ & + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1y}(M, t) dl_M - \\ & - W \int_{L_{01}} \frac{\alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \beta_r(Q, M) dl_M + \\ & + W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1y}(M, t) dl_M. \end{aligned} \quad (76)$$

$$\frac{2\pi}{\chi} \sigma_{1z}(Q, t) - \iint_S P_0(Q, M) \sigma_{1z}(M, t) dl_M +$$

$$+ \iint_S \frac{\alpha_n(Q) \sigma_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) \sigma_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) \sigma_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \gamma_r(Q, M) ds_M = (77)$$

$$= F_{1z}(Q, t), \quad Q \in S,$$

где

$$F_{1z}(Q, t) = -W \int_{L_{01}} \frac{\alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \gamma_r(Q, M) dl_M +$$

$$+ W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1z}(M, t) dl_M -$$

$$- W \int_{L_{01}} \frac{\alpha_n(Q) i_{1x}(M, t) + \beta_n(Q) i_{1y}(M, t) + \gamma_n(Q) i_{1z}(M, t)}{r_{QM}^2} \gamma_r(Q, M) dl_M +$$

$$+ W \int_{L_{01}} P_0(Q, M) i_{1z}(M, t) dl_M. \quad (78)$$

Заключение

Получена система скалярных интегральных уравнений (73), (75), (77), которая эквивалентна токовому интегральному уравнению (37) для первой симметричной составляющей вращающегося магнитного поля электромагнитного перемешивателя. Численное решение ее связано с большим объемом избыточных вычислений, поскольку в ней не учтены симметрии магнитного поля первой симметричной составляющей относительно координатных плоскостей XOY, XOZ, YOZ . Этим преобразованиям посвящена работа [8].

1. *Natarajan T.T., El-Kaddah N.* Finite Element Analysis of Electromagnetically Driven Flow in Sub-mold Stirring of Steel Billets and Slabs // *ISIJ Int.* – 1998. – Vol. 38, No. 7. – pp. 707–714.
2. *J.D. Lavers, G.R. Tallback, E.D. Lavers, L.S. Beitelman, C. P. Curran.* Flow Control in Continuous Casting Mold with Dual Coil EMS: Computational Simulation Study // *The 5th Int. Symposium on Electromagnetic Processing of Materials, 2006, Sendai, Japan, June 27–July 1, 2006*, pp. 33–38.
3. *Найдек В.Л., Дубоделов В.И., Евдокимов В.Ф., Кондратенко И.П., Кучаев А.А., Петрушенко Е.И., Раценкин А.П.* Двумерная интегро-дифференциальная модель распределения вихревых токов и электродинамических усилий в системе кристаллизатор-индукционный перемешиватель машины непрерывного литья заготовок // *Электронное моделирование.* – 2004, № 1. – С. 30–52.
4. *Евдокимов В.Ф., Петрушенко Е.И.* Интегральные уравнения для симметричных составляющих синусоидальных вихревых токов в сечении системы кристаллизатор–индукционный перемешиватель // *Электронное моделирование.* – 2005. – Т. 27, № 1. –

С. 73-96.

5. Евдокимов В.Ф., Кучаев А.А., Петрушенко Е.И., Касьян Г.И. Двумерная интегральная модель распределения синусоидальных вихревых токов и электродинамических усилий в кристаллизаторе с явнополосным электромагнитным перемешивателем // Электронное моделирование. – 2010. – Т. 32, № 1. – С. 1–23.

6. Демирчан К.С., Чечурин В.Л. Расчет вихревых магнитных полей на основе использования скалярного магнитного потенциала // Электричество. – 1982, № 1. – С.7–14.

7. Петрушенко Е.И. К расчету трехмерных магнитных полей в кусочно-однородных средах с помощью векторных интегральных уравнений // Электронное моделирование. – 1983, № 5. – С. 27– 32.

8. Евдокимов В.Ф., Кучаев А.А., Петрушенко Е.И., Кучаев В.А. Преобразование токового интегрального уравнения магнитного поля электромагнитного перемешивателя // Збірник наукових праць. – Київ: ППМЕ НАН України ім. Г.Є. Пухова, 2010. – Вип. . – С.

Поступила 18.01.2010р.

УДК 004.942

М.Ф. Ус, Східноєвропейський інститут економіки і менеджменту, м. Черкаси

E-mail: micus@ukr.net

Ю.О. Фуртат, ППМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, м. Київ

E-mail: saodhar@ukr.net

ВИКОРИСТАННЯ КОГНІТИВНИХ МОДЕЛЕЙ ОПЕРАТОРА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМИ ІНФОРМАЦІЙНОГО ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ

Стаття присвячена когнітивним моделям операторів та використанню адаптивних інтерфейсів в СППР. В цій статті також розглядаються можливості створення програмних засобів для управління адаптивними інтерфейсами.

The article is dedicated to the operators' cognitive models and usage of the adaptive interfaces in DSS. In this article the possibilities of software creation to manage adaptive interfaces are also considered.

Ключові слова:

СППР (DSS) – система підтримки прийняття рішень (decision support system).

ЛПР (DM) – людина, що приймає рішення (decision maker).

ДТП (LTM) – довготривала пам'ять (long-term memory).

БД (DB) – база даних (database).

БЗ (KB) – база знань (knowledge base).

AIC (AIS) – автоматизована інформаційна система (automated informational system).