лягатимуть певному скороченню.

Висновки та пропозиції. Державна підтримка аграрного сектору в питаннях саме матеріально-ресурсного забезпечення, на наш погляд, в першу чергу повинна стосуватися вирішення питання в регулюванні ціноутворення на продукцію промислового виробництва, а також продовження дії пільгового законодавства щодо компенсації витрат на її придбання підприємствами АПК. Адж ціни на основні види матеріальних ресурсів, що споживаються сільським господарством, досягли небачено високого рівня – по відношенню до цін на аграрну продукцію.

Аналіз переваг і ризиків для сільського господарства від участі у СОТ дозволяє визначити напрями державної політики, здатні знизити ризики, нейтралізувати можливі негативні наслідки і прискорити реалізацію переваг від лібералізації торговельних режимів. Вона повинна передбачати: сприяння експорту з метою розширення зовнішніх ринків збуту для українських експортерів; стимулювання внутрішнього попиту на продовольство; підвищення конкурентоспроможності національних виробників за рахунок поліпшення якості та безпеки продукції шляхом впровадження міжнародних стандартів якості; сприяння зростанню конкурентоспроможності вітчизняних товаровиробників на внутрішніх і зовнішніх ринках шляхом проведення реструктуризації збиткових сільськогосподарських підприємств, ефективного державного регулювання аграрних ринків, використання ефективних механізмів підтримки сільськогосподарських товаровиробників; підтримку на державному рівні розвитку обслуговуючої та збутової кооперації дрібних товаровиробників, формування для них ринкової інфраструктури.

Джерела та література

1. Загальнодержавна Комплексна програма підтримки та розвитку українського села “Добробут через аграрний розвиток” на 2005 – 2010 роки // http://darukraine.com.ua
2. Кириленко І.Г. Трансформація соціально-економічних перетворень у сільському господарстві України: проблеми, перспективи / І.Г. Кириленко. – К.: ННЦ ІАЕ, 2005. – 452 с.
3. Лагодієнко В.В. Регіональні принципи державної підтримки процесу формування та функціонування агропромислового виробництва / В.В. Лагодієнко // Інноваційна економіка. – 2007. №2 (4). – С. 248-251.

Ванюшкин А.С.
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

Актуальность. Вовлечение Украины в процессы глобализации мировой экономики происходит по разным направлениям. Одним из наиболее перспективных направлений, с точки зрения извлечения выгоды для Украины, является глобализация мировых финансовых рынков. Ожидаемая в данном случае выгода заключается в существенном расширении возможностей привлечения дешевых финансовых ресурсов для развития национальной экономики. Проблему повышения инвестиционной привлекательности страны и ее регионов для увеличения объема привлекаемых инвестиций в данной статье мы рассматривать не будем, т.к. эта проблема выходит за рамки темы деятельности фондовых рынков. Рост участия страны в деятельности мировых финансовых рынков требует более пристального изучения опыта работы на них. Поскольку основной категорией финансового рынка является инвестиционный портфель, то необходимо изучать вопросы, связанные с его формированием. Мировая практика показывает, что самым главным вопросом, в данном случае, является методическое, точнее, математическое обеспечение формирования инвестиционного портфеля. Поэтому выбранная тема исследования является актуальной.

Цель исследования. Целью данного исследования является поиск возможностей математического обеспечения формирования инвестиционного портфеля. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

– изучение возможностей применения методов нелинейного программирования для обоснования структуры активов инвестиционного портфеля;
– анализ возможности применения метода динамического программирования для оптимизации финансового плана, при рассмотрении динамической структуры инвестиционного портфеля;
– изучение возможности применения метода дискретного программирования для выбора конкретных активов при их включении в инвестиционный портфель.

Исследование. Задача формирования финансового портфеля, как показывает мировая практика, направлена на оптимизацию двух основных параметров: риска и доходности. Это указывает на целесообразность использования в этих целях методов математического программирования. Под оптимизацией структуры портфеля активов подразумевается определение их долей w исходя из минимального риска $\sigma_{n.}$ по портфелю на основе портфельной теории Г.Марковица. Одна из основных рекуррентных формул этой теории связывает риск $\sigma_{n.}$ по портфелю из двух активов с риском σ_i этих активов [1]. На ее основании сформируем целевую функцию задачи выпуклого программирования, как показано в формулах (1).

$$\sigma_{n.} = \sqrt{\sigma_1^2 * w_1^2 + \sigma_2^2 * w_2^2 + 2 * w_1 * w_2 * \sigma_1 * \sigma_2 * corr_{1,2}}\,;$$

$$F^* = \sigma_{п.}^2 = \sigma_1^2 * w_1^2 + \sigma_2^2 * w_2^2 \rightarrow MIN. \quad (1)$$

Обзор источников по математическому программированию выявил целесообразность использования для решения данной задачи (1) выпуклого программирования метода Куна-Таккера [2].

Согласно теории Г.Марковица, для наилучшей диверсификации риска по портфелю необходимо выбирать активы с нулевой корреляцией $corr_{1,2}$. Поэтому в представленной выше целевой функции F^* слагаемое с множителем $corr_{1,2}$ отсутствует. Поскольку сумма долей w активов всегда равна единице, то это означает, что в случае двух активов в целевой функции вместо двух одна неизвестная переменная w_1. Поэтому далее будем оптимизировать структуру портфеля из трех активов. В итоге, целевая функция примет вид (2).

$$F = \sigma_1^2 * w_1^2 + \sigma_2^2 * w_2^2 + \sigma_3^2 * w_3^2 \rightarrow MIN. \quad (2)$$

Управление структурой портфеля предусматривает поддержание в заранее заданном состоянии доходности M и риска σ. Кроме того, сумма долей w активов всегда равна единице. Отсюда мы получаем следующие ограничения (3).

$$\begin{gathered} M_1 * w_1 + M_2 * w_2 + M_3 * w_3 \geq B; \\ \sigma_1 * w_1 + \sigma_2 * w_2 + \sigma_3 * w_3 \leq C; \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1. \quad (3) \end{gathered}$$

Сформируем функцию Лагранжа и продифференцируем ее по w_1 w_2, w_3. При этом по условиям метода Куна-Таккера производная меньше нуля. С учетом необходимости перехода от задачи минимизации к задаче максимизации знак целевой функции меняется на противоположный (4).

$$\begin{gathered} L(w, \lambda) = \sigma_1^2 * w_1^2 + \sigma_2^2 * w_2^2 + \sigma_3^2 * w_3^2 + \lambda_1 * (1 - w_1 - w_2 - w_3) + \\ + \lambda_2 * (C - \sigma_1 * w_1 - \sigma_2 * w_2 - \sigma_3 * w_3) - \lambda_3 * (B - M_1 * w_1 - M_2 * w_2 - M_3 * w_3). \\ (\partial L / \partial w_1) = --2 * \sigma_1^2 * w_1 - \lambda_1 - \lambda_2 * \sigma_1 + \lambda_3 * M_1 \leq 0; \\ (\partial L / \partial w_2) = --2 * \sigma_2^2 * w_2 - \lambda_1 - \lambda_2 * \sigma_2 + \lambda_3 * M_2 \leq 0; \\ (\partial L / \partial w_3) = --2 * \sigma_3^2 * w_3 - \lambda_1 - \lambda_2 * \sigma_3 + \lambda_3 * M_3 \leq 0. \quad (4) \end{gathered}$$

Приведем получившуюся линейную систему ограничений к каноническому виду с учетом необходимости введения искусственного базиса и переменных согласно М-методу (5).

$$\begin{gathered} 2 * \sigma_1^2 * w_1 + \lambda_1 + \lambda_2 * \sigma_1 - \lambda_3 * M_1 - y_1 + z_1 = 0; \\ 2 * \sigma_2^2 * w_2 + \lambda_1 + \lambda_2 * \sigma_2 - \lambda_3 * M_2 - y_2 + z_2 = 0; \\ 2 * \sigma_3^2 * w_3 + \lambda_1 + \lambda_2 * \sigma_3 - \lambda_3 * M_3 - y_3 + z_3 = 0; \\ M_1 * w_1 + M_2 * w_2 + M_3 * w_3 - y_4 + z_4 = B; \\ \sigma_1 * w_1 + \sigma_2 * w_2 + \sigma_3 * w_3 + y_5 = C; \\ w_1 + w_2 + w_3 + z_6 = 1. \quad (5) \end{gathered}$$

Пусть $M_1=0,45$; $\sigma_1=0,15$; $M_2=0,3$; $\sigma_2=0,1$; $M_3=0,37$; $\sigma_3=0,12$; $B=0,35$; $C=0,12$. Подставим эти значения в систему ограничений, умножив на 100 первые три уравнения и на 10 последующие два без учета искусственных переменных y, z (6).

$$\begin{gathered} 2*2,25 * w_1 + 100 * \lambda_1 + \lambda_2 * 15 - \lambda_3 * 45 - y_1 + z_1 = 0; \\ 2 * w_2 + 100 * \lambda_1 + \lambda_2 * 10 - \lambda_3 * 30 - y_2 + z_2 = 0; \\ 2*1,44 * w_3 + 100 * \lambda_1 + \lambda_2 * 12 - \lambda_3 * 37 - y_3 + z_3 = 0; \\ 4,5 * w_1 + 3 * w_2 + 3,7 * w_3 - y_4 + z_4 = 3,5; \\ 1,5 * w_1 + w_2 + 1,2 * w_3 + y_5 = 1,2; \\ w_1 + w_2 + w_3 + z_6 = 1. \quad (6) \end{gathered}$$

Представим дальнейшее решение задачи линейного программирования в виде симплекс-таблицы в табл.1. Как видно из табл.1, оптимальному решению соответствуют доли $w_1=0,185$; $w_2=0,497$; $w_3=0,318$.

Изучим возможность решения подобной задачи одним из градиентных методов – Франка-Вульфа. Тогда, согласно [2], целевая функция должна содержать переменные, и в квадрате, и в первой степени. В качестве последних, учитывая суть задачи, возможно принять риск. Ограничения примем по уровню доходности и риску портфеля в целом. Зададимся точностью $\xi=0,01$. При подстановке значений риска σ и доходности M целевая функция и ограничения задачи примут вид формул (7). Значения риска активов в целевой функции умножим на 10, чтобы все переменные, в любой степени, имели сопоставимый порядок коэффициентов. В противном случае промежуточные и конечные результаты алгоритма будут неверными (больше единицы, чего быть не может). Координаты начальной точки примем X_0 $(0; 0; 1)$ из допустимой области.

$$\begin{gathered} F = -1,5 * w_1 - w_2 - 1,2 * w_3 - 2,25 * w_1^2 - w_2^2 - 1,44 * w_3^2 \rightarrow MAX. \\ 0,45 * w_1 + 0,3 * w_2 + 0,35 * w_3 \geq 0,35; \quad (*10) \\ 0,15 * w_1 + 0,1 * w_2 + 0,12 * w_3 \leq 0,12; \quad (*10) \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1. \quad (7) \end{gathered}$$

Далее определим градиент целевой функции и его вид в начальной точке X_0. Исследуем полученную функцию на минимум при исходных ограничениях. Канонический вид задачи образуется так же, как и для предыдущего примера, по последним трем ограничениям. Расчеты симплекс-методом по градиенту целевой функции приведены в табл.2.

$$\begin{gathered} \blacktriangledown F = i * (-1,5 - 4,5 * w_1) + j * (-1 - 2 * w_2) + k * (-1,2 - 2,88 * w_3) \rightarrow MAX; \\ \blacktriangledown F(X_0) = -1,5 * w_1 - w_2 - 1,2 * w_3 - 2,88 * w_3 \rightarrow MAX. \end{gathered}$$

Таблица 1. Решение задачи линейного программирования, производной от задачи нелинейного программирования

Базис	С б	Р 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M--	M--	M--	M--	M--	Р 0 / X
			w1	w2	w3	λ1	λ2	λ3	y1	y2	y3	y4	y5	z1	z2	z3	z4	z6	(MIN)
z1	M--	0	4,5	0	0	***100***	15	-45	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	***0***
z2	M--	0	0	2	0	100	10	-30	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
z3	M--	0	0	0	2,88	100	12	-37	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0
z4	M--	3,5	4,5	3	3,7	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	∞
y5	0	1,2	1,5	1	1,2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	∞
z6	M--	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	∞
Δ(MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
M (MAX)		-4,5	-10	-6	-7,58	***-300***	-37	112	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	
λ1	0	0	0,045	0	0	1	0,15	-0,45	-0,01	0	0	0	0		0	0	0	0	0
z2	M--	0	-4,5	2	0	0	-5	***15***	1	-1	0	0	0		1	0	0	0	***0***
z3	M--	0	-4,5	0	2,88	0	-3	8	1	0	-1	0	0		0	1	0	0	0
z4	M--	3,5	4,5	3	3,7	0	0	0	0	0	0	-1	0		0	0	1	0	∞
y5	0	1,2	1,5	1	1,2	0	0	0	0	0	0	0	1		0	0	0	0	∞
z6	M--	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	1	∞
Δ(MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	
M (MAX)		-4,5	3,5	-6	-7,58	0	8	***-23***	-2	1	1	1	0		0	0	0	0	
λ1	0	0	-0,09	0,06	0	1	0	0	0,02	-0,03	0	0	0			0	0	0	∞
λ3	0	0	-0,3	0,133	0	0	-0,333	1	0,067	-0,067	0	0	0			0	0	0	∞
z3	M--	0	-2,1	-1,07	***2,88***	0	-0,333	0	0,467	0,533	-1	0	0			1	0	0	***0***
z4	M--	3,5	4,5	3	3,7	0	0	0	0	0	0	-1	0			0	1	0	0,95
y5	0	1,2	1,5	1	1,2	0	0	0	0	0	0	0	1			0	0	0	1
z6	M--	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	1	1
Δ(MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	
M (MAX)		-4,5	-3,4	-2,93	***-7,58***	0	0,33	0	-0,467	-0,533	1	1	0			0	0	0	
λ1	0	0	-0,09	0,06	0	1	0	0	0,02	-0,03	0	0	0				0	0	0
λ3	0	0	-0,3	0,133	0	0	-0,333	1	0,067	-0,067	0	0	0				0	0	0
w3	0	0	-0,73	-0,37	1	0	-0,116	0	0,162	0,185	-0,347	0	0				0	0	0
z4	M--	3,5	***7,20***	4,37	0	0	0,43	0	-0,6	-0,69	1,28	-1	0				0	0	***0,49***
y5	0	1,2	2,38	1,44	0	0	0,14	0	-0,194	-0,22	0,417	0	1				0	0	0,51
z6	M--	1	1,73	1,37	0	0	0,12	0	-0,162	-0,19	0,347	0	0				0	1	0,58
Δ(MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				0	0	
M (MAX)		-4,5	***-8,93***	-5,74	0	0	-0,54	0	0,762	0,87	-1,63	1	0				0	0	

Продолжение табл.1.

λ1	0	0,044	0	0,115	0	1	0,01	0	0,01	-0,04	0,016	-0,013	0					0	0,382
λ3	0	0,146	0	0,315	0	0	-0,316	1	0,04	-0,095	0,054	-0,042	0					0	0,462
w3	0	0,354	0	0,072	1	0	-0,072	0	0,101	0,116	-0,217	-0,101	0					0	4,9
w1	0	0,486	1	0,607	0	0	0,06	0	-0,08	-0,095	0,178	-0,14	0					0	0,801
y5	0	0,045	0	0,002	0	0	-0,002	0	0,003	0,004	-0,007	0,33	1					0	18,72
z6	M--	0,16	0	$\boxed{\mathbf{\mathit{0,32}}}$	0	0	0,013	0	-0,018	-0,021	0,039	0,24	0					1	***0,497***
Δ(MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					0	
M (MAX)		-0,16	0	***-0,32***	0	0	-0,013	0	0,018	0,021	-0,039	-0,24	0					0	
λ1	0	-0,013	0	0	0	1	-0,013	0	0,018	0,021	-0,039	-0,24	0						
λ3	0	-0,011	0	0	0	0	0,001	1	0,02	-0,03	0,002	-0,098	0						
w3	0	0,318	0	0	1	0	-0,328	0	0,06	-0,075	0,016	-0,278	0						
w1	0	0,185	1	0	0	0	-0,075	0	0,105	0,12	-0,226	-0,156	0						
y5	0	0,043	0	0	0	0	0,04	0	-0,05	-0,056	0,105	-0,59	1						
w2	0	0,497	0	1	0	0	-0,003	0	0,004	0,004	-0,008	0,33	0						
Δ(MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
M (MAX)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						

Таблица 2. Выявление точки максимума по градиенту целевой функции в первой итерации

			-1,5	-1	-4,08	0	0	M--	M--	
Базис	C б	P 0	w1	w2	w3	y1	y2	z1	z3	P 0 / X (MIN)
z1	M--	3,5	***4,5***	3	3,5	-1	0	1	0	***0,78***
y2	0	1,2	1,5	1	1,2	0	1	0	0	0,80
z3	M--	1	1	1	1	0	0	0	1	1
Δ(MAX)		0	1,5	1	4,08	0	0	0	0	
M (MAX)		-4,5	***-5,5***	-4	-4,5	1	0	0	0	
w1	-1,5	0,78	1	0,67	0,78	-0,22	0		0	1,17
y2	0	0,03	0	0	0,03	0,33	1		0	∞
z3	M--	0,22	0	***0,33***	0,22	0,22	0		1	***0,67***
Δ(MAX)		-1,17	0	0	2,91	0,33	0		0	
M (MAX)		-0,22	0	***-0,33***	-0,22	-0,22	0		0	
w1	-1,5	0,33	1	0	0,33	-0,67	0			
y2	0	0,03	0	0	0,03	0,33	1			
w2	-1	0,67	0	1	0,67	0,67	0			
Δ(MAX)		-1,17	0	0	2,91	0,33	0			
M (MAX)		0	0	0	0	0	0			

По результатам расчета в табл.2, градиент целевой функции в первой итерации имеет максимум в точке *A* (0,33; 0,67; 0). Далее найдем координаты новой точки X_1, исходя из координат точек X_0 и *A*, выразив через λ.

$$x_{11} = 0 + \lambda*(0,33 - 0) = 0,33*\lambda;$$
$$x_{21} = 0 + \lambda*(0,67 - 0) = 0,67*\lambda;$$
$$x_{31} = 1 + \lambda*(0 - 1) = 1 - \lambda.$$

Выраженные через λ координаты точки X_0 подставим в целевую функцию ***F***. Найдем ее производную и приравняем к нулю.

$$F = -1,5*0,33*\lambda - 0,67*\lambda - 1,2*(1-\lambda) - 2,25*(0,33*\lambda)^2 - (0,67*\lambda)^2 - 1,44*(1-\lambda)^2;$$
$$F = -0,495*\lambda - 0,67*\lambda - 1,2 + 1,2*\lambda - 0,245*\lambda^2 - 0,45*\lambda^2 - 1,44 + 2,88*\lambda - 1,44*\lambda^2 = = -2,64 + 2,915*\lambda - 2,135*\lambda^2.$$
$$F^{\blacktriangledown} = 2,915 - 4,27*\lambda = 0; \qquad \lambda = 0,68.$$
$$x_{11} = 0,224; \qquad x_{21} = 0,456; \qquad x_{31} = 0,32.$$

Проверим оптимальность полученного при первой итерации решения, сравнив значения целевой функции ***F*** при координатах X_0 и X_1. Сопоставим найденную разницу с требуемой по исходным условиям точностью $\xi=0,01$.

$$F(X_0) = -1,2 - 1,44 = -2,64;$$
$$F(X_1) = -0,336 - 0,456 - 0,384 - 0,107 - 0,208 - 0,147 = -1,638.$$
$$\Delta F = 2,64 - 1,638 = 1,002 > 0,01.$$

Как видно из проведенного сравнения, процесс оптимизации необходимо продолжать далее. Поэтому начнем вторую итерацию с точки X_1 найдем градиент целевой функции при координатах этой точки и исследуем его на максимум. Расчеты симплекс-методом по градиенту целевой функции при второй итерации приведены в табл.3.

$$\blacktriangledown F(X_1) = -1,5*w_1 - 1,01*w_1 - w_2 - 0,912*w_2 - 1,2*w_3 - 0,922*w_3 =$$
$$= -2,51*w_1 - 1,912*w_2 - 2,122*w_3.$$

Таблица 3. Выявление точки максимума по градиенту целевой функции во второй итерации

			-2,51	-1,912	-2,122	0	0	M--	M--	
Базис	C б	P 0	w1	w2	w3	y1	y2	z1	z3	P 0 / X (MIN)
z1	M--	3,5	***4,5***	3	3,5	-1	0	1	0	***0,78***
y2	0	1,2	1,5	1	1,2	0	1	0	0	0,80
z3	M--	1	1	1	1	0	0	0	1	1
Δ(MAX)		0	2,51	1,912	2,122	0	0	0	0	
M (MAX)		-4,5	***-5,5***	-4	-4,5	1	0	0	0	
w1	-2,51	0,78	1	0,67	0,78	-0,22	0		0	1,17
y2	0	0,03	0	0	0,03	0,33	1		0	∞
z3	M--	0,22	0	***0,33***	0,22	0,22	0		1	***0,67***
Δ(MAX)		-1,95	0	0,24	0,17	0,56	0		0	
M (MAX)		-0,22	0	***-0,33***	-0,22	-0,22	0		0	
w1	-2,51	0,33	1	0	0,33	-0,67	0			
y2	0	0,03	0	0	0,03	0,33	1			
w2	-1,912	0,67	0	1	0,67	0,67	0			
Δ(MAX)		-1,95	0	0	0,01	0,40	0			
M (MAX)		0	0	0	0	0	0			

По результатам расчета в табл.3, градиент целевой функции во второй итерации имеет максимум в точке B (0,33; 0,67; 0). Далее найдем координаты новой точки X_2, исходя из координат точек X_1 и B, выразив через λ.

$$x_{12} = 0,224 + \lambda*(0,33 – 0,224) = 0,224 + 0,106*\lambda;$$
$$x_{22} = 0,456 + \lambda*(0,67 – 0,456) = 0,456 + 0,214*\lambda;$$
$$x_{32} = 0,32 + \lambda*(0 – 0,32) = 0,32 – 0,32*\lambda.$$

Выраженные через λ координаты точки X_2 подставим в целевую функцию F. Найдем ее производную и приравняем к нулю.

$$F = – 1,5*(0,224 + 0,106*\lambda) – (0,456 + 0,214*\lambda) – 1,2*(0,32 – 0,32*\lambda) –$$
$$– 2,25*(0,224 + 0,106*\lambda)^2 – (0,456 + 0,214*\lambda)^2 – 1,44*(0,32 – 0,32*\lambda)^2;$$
$$F = – 0,336 – 0,16*\lambda – 0,456 – 0,214*\lambda + 0,384*\lambda – 0,384 –$$
$$– 0,11 – 0,025*\lambda^2 – 0,107*\lambda – 0,21 – 0,046*\lambda^2 – 0,195*\lambda –$$
$$– 0,147 – 0,147*\lambda^2 + 0,295*\lambda = 0,003*\lambda – 1,643 – 0,218*\lambda^2.$$
$$F^{\blacktriangledown} = 0,003 – 0,436*\lambda = 0; \qquad \lambda = 0,007.$$
$$x_{12} = 0,225; \qquad x_{22} = 0,457; \qquad x_{32} = 0,318.$$

Проверим оптимальность полученного при второй итерации решения, сравнив значения целевой функции F при координатах X_1 и X_2. Сопоставим найденную разницу с требуемой по исходным условиям точностью $\xi=0,01$.

$$F(X_1) = – 1,638; \qquad F(X_2) = – 0,338 – 0,457 – 0,382 – 0,108 – 0,208 – 0,146 = – 1,639.$$
$$\Delta F = 1,639 – 1,638 = 0,001 < 0,01.$$

Таким образом, решение $w_1=0,225$; $w_2=0,457$; $w_3=0,318$ является оптимальным для исходной формулировки задачи (целевой функции). Данное решение, полученное методом Франка-Вульфа, отличается от решения, полученного методом Куна-Таккера ($w_1=0,185$; $w_2=0,497$; $w_3=0,318$), т.к. отличаются формулировки задач (целевых функций). Последняя формулировка (для метода Франка-Вульфа) включает в себя как квадратичную степень, так и единичную степень, а первая (для метода Куна-Таккера) – только квадратичную степень. При этом, как видно из сравнения, разница между решениями методом Франка-Вульфа и методом Куна-Таккера заключается в разности распределения долей портфеля между первым и вторым активами (w_1 w_2) в *0,04*.

Это соотносится с тем, что начальная точка в методе Франка-Вульфа была взята с координатами X_0 *(0; 0; 1)*, т.е. с ненулевой третьей координатой, что обусловило частичное совпадение решений по третьей доле (w_3). Причина различия полученных решений указанными методами заключается в несовпадении минимумов по части целевой функции с единичной степенью (усредненный риск по активам) и по части целевой функции с квадратичной степенью (риск по портфелю в целом). Выбор одного из двух рассмотренных выше методов нелинейного программирования применительно к задаче оптимизации структуры портфеля ценных бумаг зависит от деталировки самой задачи: требуется ли минимизировать только риск по портфелю (метод Куна-Таккера), или в дополнение к этому необходимо еще минимизировать усредненный риск по активам (метод Франка-Вульфа).

Приведенные выше примеры применения методов нелинейного программирования для решения задач оптимизации структуры инвестиционного портфеля имеют статический характер, т.е. не учитывают динамических аспектов данной проблемы, связанных с финансовым планированием. Поэтому рассмотрим применение метода динамического программирования для задач финансового планирования. Основной целью финансового планирования является составление плана денежных потоков предприятия таким образом, чтобы на каждый период планирования (месяц, квартал, год) сальдо чистых притоков и оттоков денежных средств было равно нулю [1]. При этом одинаково плохим для предприятия является как отрицательное, так и положительное сальдо. Так, в первом случае предприятию необходимо прибегать к заимствованию финансовых ресурсов на рынке, а во втором – изыскивать на рынке возможности выгодного и безопасного размещения временно свободных финансовых средств. Однако реальность такова, что нулевое сальдо у предприятия бывает только в идеале. Поэтому далее будем анализировать решение задачи составления полного финансового плана, т.е. с учетом возможностей по объемам дополнительных заимствований и инвестиций на финансовом рынке.

Наиболее распространенными методами решения подобного класса задач являются модели остаточной стоимости и изъятий [1]. Первая модель позволяет получить чистый финансовый остаток потока денежных средств на конечный момент планирования при заданных ежегодных изъятиях. Вторая модель позволяет определить сумму ежегодных изъятий, например, в целях амортизации, при заданной остаточной стоимости. Обе этих модели применяются при условии конкретной заданной конфигурации денежных потоков. Под этим имеется в виду однозначность задания моментов времени для каждой из присутствующих в финансовом плане денежных сумм. Например, с помощью указанных моделей возможно сопоставить выгодность реализации нескольких инвестиционных проектов в рамках предприятия при условии, что моменты старта и окончания этих проектов являются неизменными.

Однако нередко при финансовом планировании, особенно в условиях неопределенности, возникает крайне актуальная задача оптимизации конфигурации финансовых потоков. В этом случае моменты старта и окончания инвестиционных проектов варьируются таким образом, чтобы получить наилучший финансовый план, исходя из максимизации критериев, либо остаточной стоимости, либо изъятий. В связи с этим, возникают два следующих очень важных вида подзадач:

– выбор наилучшего момента старта конкретного инвестиционного проекта;
– определение оптимального количества инвестиционных проектов для реализации в рассматриваемом

интервале финансового планирования.

Что касается последней подзадачи, то обычно она решается путем сопоставления внутренней нормы рентабельности (IRR) каждого проекта и средневзвешенной стоимости привлечения финансовых ресурсов (WACC) в совокупность проектов [1]. Однако данный подход предполагает, опять таки, неизменность моментов старта и окончания этих проектов.

Исходя из сказанного выше, для оптимизации конфигурации финансовых потоков предприятия при варьировании моментов старта и количества реализуемых инвестиционных проектов наиболее целесообразным является применение метода динамического программирования, который рассмотрен в [2]. Ниже, в табл.4 представлены исходные данные подобной задачи.

Таблица 4. Исходные данные задачи динамического программирования

Момент времени	*t=1*	*t=2*	*t=3*	*t=4*	*t=5*
Базовый платеж *M*	500	200	--300	100	200
Инвестиция *Z (t=1)*	--500	600	0	0	0
Инвестиция *Z (t=2)*	--------	--500	600	0	0
Инвестиция *Z (t=3)*	--------	--------	--500	600	0
Инвестиция *Z (t=4)*	--------	--------	--------	--500	600
Поток *Z5*	--------	--------	--------	--------	50
Доп. инвестиции *h*, %	--------	10%	10%	10%	--------
	--------	1 год	1 год	1 год	--------
Доп. займы *S*, %	--------	15%	15%	15%	--------
	--------	1 год	1 год	1 год	--------
Остаточн. стоим-ть *C*					*1000*
Ежегодные изъятия *Y*	???	???	???	???	???

В табл.4 дана наиболее простая формулировка задачи, т.е. имеется один проект, при этом он может быть реализован последовательно несколько раз, т.е. с разными моментами старта (в табл.4 это обозначено Z1, Z2, Z3, Z4, Z5). Необходимо определить, во-первых, наилучший момент для старта проекта, а, во-вторых, сколько таких проектов подряд лучше всего реализовать с точки зрения оптимального финансового планирования. В принципе, ответ на первый вопрос можно получить и без применения динамического программирования, с помощью применения одного из двух упомянутых ранее стандартных методов, например, остаточной стоимости. Это отражено ниже, в табл.5.

Таблица 5. Расчет остаточной стоимости при нулевых ежегодных изъятиях

Момент времени	*t=1*	*t=2*	*t=3*	*t=4*	*t=5*	*Итого*
M + Z1 – S1	0	800	--300	100	200	1012
Возврат доп. инв. *h*	---------	---------	880	638	812	
M + Z2 – S2	500	--300	300	100	200	1006
Возврат доп. инв. *h*	---------	550	275	633	806	
M + Z3 – S3	500	200	--800	700	200	1001
Возврат доп. инв. *h*	---------	550	825	28	801	
M + Z4 – S4	500	200	--300	--400	800	996
Возврат доп. инв. *h*	---------	550	825	578	196	
M + Z5	500	200	--300	100	250	996
Возврат доп. инв. *h*	---------	550	825	578	746	

Из табл.5 видно, что в рассматриваемом примере благодаря своевременному дополнительному инвестированию сумм положительного сальдо, образующихся на соответствующих периодах планирования, необходимость в дополнительных займах *S* отсутствует. Наилучшим решением является реализация проекта на самом начальном этапе планирования (*Z1, t=1*).

$S\,(Z1) = 0.$ $S\,(Z2) = 0.$ $S\,(Z3) = 0.$ $S\,(Z4) = 0.$

Однако традиционный путь решения рассматриваемой задачи, показанный в табл.5, не является рациональным, т.к. можно обойтись меньшим количеством расчетов. Учитывая сущность задачи, воспользуемся одним из методов дисконтирования денежных потоков во времени, заключающемся в отнесении сумм сальдо по каждому интервалу планирования на конечный период времени. Рассчитаем остаточную стоимость этим методом для сравнения с расчетами, произведенными в табл.5.

$C^*(+h)_1 = 0 + 800^*1{,}1^3 – 300^*1{,}1^2 + 100^*1{,}1 + 200 = 1012.$

$C^*(+h)_2 = 500^*1{,}1^4 – 300^*1{,}1^3 + 300^*1{,}1^2 + 100^*1{,}1 + 200 = 1006.$

$C^*(+h)_3 = 500^*1{,}1^4 + 200^*1{,}1^3 – 800^*1{,}1^2 + 700^*1{,}1 + 200 = 1001.$

$C^*(+h)_4 = 500^*1{,}1^4 + 200^*1{,}1^3 – 300^*1{,}1^2 – 400^*1{,}1 + 800 = 996.$

$C^*(+h)_5 = 500^*1{,}1^4 + 200^*1{,}1^3 – 300^*1{,}1^2 + 100^*1{,}1 + 250 = 996.$

Как видно, объем расчетов данным способом меньше, чем по табл.5. Поэтому далее воспользуемся этим же методом для вычисления остаточной стоимости при реализации нескольких проектов. Ниже приведены расчеты для наиболее характерных сочетаний, исходя из условия задачи (см. табл.4).

$C^*(+h)_{1\text{-}5} = 0 + 300*1,1^3 – 200*1,1^2 + 200*1,1 + 850 = 1227.$
$C^*(+h)_{2\text{-}5} = 500*1,1^4 – 300*1,1^3 – 200*1,1^2 + 200*1,1 + 850 = 1161.$
$C^*(+h)_{3\text{-}5} = 500*1,1^4 + 200*1,1^3 – 800*1,1^2 + 200*1,1 + 850 = 1101.$
$C^*(+h)_{4\text{-}5} = 500*1,1^4 + 200*1,1^3 – 300*1,1^2 – 400*1,1 + 850 = 1046.$
$C^*(+h)_{1\text{-}3} = 0 + 300*1,1^3 – 200*1,1^2 + 700*1,1 + 200 = 1127.$
$C^*(+h)_{1\text{-}2} = 0 + 300*1,1^3 + 300*1,1^2 + 100*1,1 + 200 = 1072.$
$C^*(+h)_{2\text{-}3} = 500*1,1^4 – 300*1,1^3 – 200*1,1^2 + 700*1,1 + 200 = 1061.$

Следующим рациональным шагом является вычленение остаточной стоимости, образующейся исключительно за счет потока базовых платежей *M* (не зависящего от реализации проектов Z) и остаточных стоимостей от каждого из вариантов реализации проекта ($Z_1 – Z_5$).

$C^*(+h)_0 = 500*1,1^4 + 200*1,1^3 – 300*1,1^2 + 100*1,1 + 200 = 946.$
$C^*(+h)_{Z1} = – 500*1,1^4 + 600*1,1^3 = 66.$
$C^*(+h)_{Z2} = – 500*1,1^3 + 600*1,1^2 = 60.$
$C^*(+h)_{Z3} = – 500*1,1^2 + 600*1,1 = 55.$
$C^*(+h)_{Z4} = – 500*1,1 + 600 = 50.$

Последний вариант расчетов, во-первых, еще проще, чем приведенные выше, а, во-вторых, может быть использован для ответа на вопрос, сколько проектов подряд лучше всего реализовать с точки зрения оптимального финансового планирования. Теперь очевидно, что дальнейшее упорядочение расчетов, призванных ответить на этот вопрос, требует применения метода динамического программирования. Все возможные основные комбинации последовательных реализаций проекта ($Z_1 – Z_5$) в порядке, начиная с конечного момента планирования, отражены ниже, в табл.6.

Таблица 6. Динамическое программирование остаточной стоимости для оптимизации финансового плана

Состояния системы	Варианты стратегии	t= 5	t = 4, 5	t = 3 – 5	t = 2 – 5	t = 1 – 5
Z5	Инвест.	996	996	996	996	996
	Нет	946	946	946	946	946
Z4	Инвест.	996	996 +50 = 1046	1046	1046	1046
	Нет	946	996	996	996	996
Z3	Инвест.	1001	1001 +50 = 1051	1001 +50 +50 = 1101	1101	1101
	Нет	946	996	1046	1046	1046
Z2	Инвест.	1006	1006 +50 = 1056	1006 +50 +50 = 1106	1006 +55 +50 +50 = 1161	1161
	Нет	946	996	1046	1101	1101
Z1	Инвест.	***1012***	1012 +50 = ***1062***	1012 +50 +50 = ***1112***	1012 +55 +50 +50 = ***1167***	1012 +60 +55 +50 +50 = ***1227***
	Нет	946	996	1046	1101	1161

Как видно из табл.6, наилучшим сочетанием, дающим максимальную остаточную стоимость, является последовательная реализация проекта на всех этапах планирования (*Z1 + Z2 + Z3 + Z4 + Z5*). Жирным шрифтом в табл.6 выделен оптимальный путь (см. предпоследнюю строку табл.6): *Z1*; (*Z1 + Z5); (Z1 + Z4 + Z5); (Z1 + Z3 + Z4 + Z5); (Z1 + Z2 + Z3 + Z4 + Z5)*. Приведенные в табл.6 расчеты свидетельствуют еще об одном очень важном преимуществе метода динамического программирования для решения задач финансового планирования: он позволяет определить предельно допустимые объемы отклонений в финансовых потоках, превышение которых может привести к изменению найденного оптимального решения, а также какое решение станет оптимальным в случае такого превышения.

В случае определения сумм ежегодных изъятий *Y* требуется завершающий этап расчетов, показанный ниже, т.ч. в табл.7. Суть этого этапа заключается в выделении сальдо денежных потоков по найденному оптимальному варианту на каждый период планирования, по аналогии с табл.5. Далее величина *Y* находится путем аппроксимации в сторону уменьшения от ее возможного максимума. При этом сальдо денежных потоков по интервалам планирования пересчитываются.

Таблица 7. Расчет остаточной стоимости при нулевых ежегодных изъятиях для найденного по табл.6 оптимального варианта

Момент времени	*t=1*	*t=2*	*t=3*	*t=4*	*t=5*	*Итого*
M + Z(1-5) – S(1-5)	0	300	--200	200	850	1227
Возврат доп. инв. *h*	---------	---------	330	143	377	

$Y_{max} = (1227 – 1000) / 4 = 57.\rightarrow 50.$ $C_2 = 300 – 50 = 250.$
$h_3 = 250 * 1,1 = 275.$ $C_3 = --200 – 50 + 275 = 25.$
$h_4 = 25 * 1,1 = 28.$ $C_4 = 200 – 50 + 28 = 178.$
$h_5 = 178 * 1,1 = 196.$ $C_5 = 850 – 50 + 196 = 996.$

Упомянутые выше портфельная теория Г.Марковица и концепция составления оптимального финансового плана подразумевают, что конкретные виды активов из существующего их множества уже заранее отобраны. Между тем, отбор активов из их множества является отдельной задачей. При этом такая задача имеет ярко выраженный дискретный характер, т.е. области значения переменных являются не сплошными, а дискретными. Согласно [2], для подобного класса задач применяется метод ветвей и границ. Поэтому рассмотрим его применение для дискретной задачи выбора наилучшей ценной бумаги по трем показателям: доход, риск и ликвидность. При этом доход и ликвидность стремятся к максимуму, а риск – к минимуму. Поскольку одновременное выполнение этих требований априори невозможно, то неизбежен компромисс. Исходные данные приведены в табл.8. Решение задачи отражено на рис.1.

Таблица 8. Исходные данные для задачи дискретного программирования

Показ.	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Доход	0,2	0,15	0,17	0,18	0,16	0,22	0,17	0,16	0,18	0,2
Риск	0,1	0,08	0,11	0,12	0,1	0,15	0,11	0,08	0,1	0,12
Ликв.*	0,04	0,02	0,03	0,04	0,03	0,05	0,03	0,02	0,04	0,05

* отношение дневного объема операций к объему эмиссии.

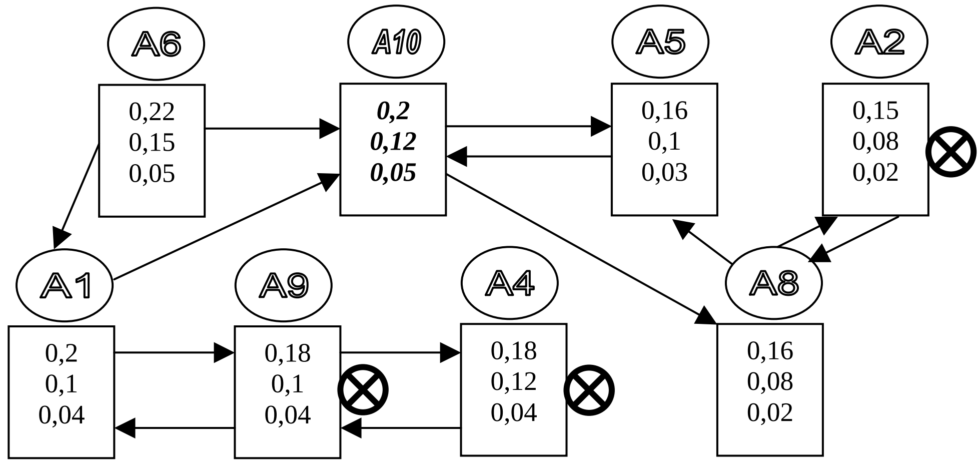

Рис. 1. Решение задачи дискретного программирования методом ветвей и границ

Как видно из рис.1, наилучшим вариантом является актив «*A10*». Прокомментируем ход решения задачи. В качестве первоначального варианта (рекорда) был взят актив с максимальным значением доходности (0,22). Последующие варианты брались по мере уменьшения доходности (ослабление). Обозначение «крестик в кружке» на рис.1 указывает на тупиковый вариант. Три случая на рис.1 требуют дополнительного комментария: выбор предпочтения между «А1» и «А10», между «А8» и «А5», а также между «А10» и «А5» по причине конфликта между риском, ликвидностью и доходностью. Во-первых, по умолчанию все три критерия будем считать равнозначными. Во-вторых, для выявления предпочтения применим предельный анализ: будем сравнивать относительные изменения критериев в каждом случае.

Δ р $_{6-10}$ = (0,15 – 0,12) / 0,15 = 0,2. Δ р $_{6-1}$ = (0,15 – 0,1) / 0,15 = 0,33. $\Delta\Delta$р = 0,13.
Δ л $_{6-10}$ = (0,05 – 0,05) / 0,05 = 0. Δ л $_{6-1}$ = (0,05 – 0,04) / 0,05 = 0,2. $\Delta\Delta$л = 0,2.
0,13 < 0,2 → «*A10*» лучше по ликвидности чем «*A1*».
Δ р $_{10-8}$ = (0,12 – 0,08) / 0,12 = 0,33. Δ р $_{10-5}$ = (0,12 – 0,1) / 0,12 = 0,17. $\Delta\Delta$р = 0,16.
Δ л $_{10-8}$ = (0,05 – 0,02) / 0,05 = 0,6. Δ л $_{10-5}$ = (0,05 – 0,03) / 0,05 = 0,4.$\Delta\Delta$л = 0,2.
0,16 < 0,2 → «*A5*» лучше по ликвидности, чем «*A8*».
Δ р $_{10-5}$ = 0,17. Δ л $_{10-5}$ = 0,4. Δ д $_{10-5}$ = (0,2 – 0,16) / 0,2 = 0,2. $\Sigma\Delta$л,д = 0,6.
0,6 > 0,17. → «*A10*» лучше по ликвидности и доходности, чем «*A5*».

Выводы. Проведенное нами исследование возможностей применения методов математического программирования для решения задачи формирования оптимального инвестиционного портфеля привело нас к следующим выводам. Во-первых, данную задачу необходимо разбить на три следующих подзадачи:

- нахождение оптимальной структуры долей активов инвестиционного портфеля по соотношению «риск – доходность»;
- составление оптимального финансового плана для выявления возможностей изменения первоначальной структуры инвестиционного портфеля;
- выбор наилучших активов из их общего множества для включения в инвестиционный портфель.

Первая из приведенных подзадач относится к классу задач выпуклого программирования, и может быть решена двумя альтернативными методами: методом Куна-Таккера и методом Франка-Вульфа. Выбор одного из них зависит от конкретной постановки данной подзадачи: минимизирует ли целевая функция только риск по портфелю в целом, или, в дополнение к этому, еще и риски по отдельным составляющим активам. Для составления оптимального финансового плана целесообразно использовать метод динамического программирования. Спецификой использования этого метода для данной подзадачи является необходимость проведения подготовительных вычислений, заключающихся в вынесении на конечный период планирования с помощью методов дисконтирования во времени отдельно сумм базовых платежей, и отдельно сумм денежных потоков по инвестициям. Третья из приведенных выше подзадач относится к классу дискретного программирования и решается методом ветвей и границ. В данном случае для выявления окончательного предпочтения целесообразно дополнительно использовать предельный анализ: сравнивать относительные изменения критериев в каждом случае.

Источники и литература

1. Крушвиц Л. Инвестиционные расчеты. – М.: Инфра-М, 2001г. – 402с.
2. Рыжаков А.Н., Щербина О.А., Никольский В.Е. Математическое программирование. – Симферополь, 2005. – 264с.

Шаповалова І.О.

ДЕРЖАВНЕ РЕГУЛЮВАННЯ РИНКУ МІНЕРАЛЬНИХ ВОД

Водні споживчі ресурси є важливішими природними ресурсами України, ефективне використання яких не лише дозволяє забезпечити первинні потреби населення, але й підвищити експортний потенціал країни, сприяє формуванню її позитивного іміджу. Україна є однією з провідних європейських держав з видобутку, розливу та реалізації мінеральних вод і справедливо може вважати їх справжнім багатством, яке вимагає господарського відношення щодо його використання, збереження і примноження.

Концептуальні проблеми розвитку ринкових відносин знайшли відображення у роботах відомих вітчизняних і закордонних вчених, як Я. Бєлоусько, З. Борисенко, А. Кредісов, В. Марцин, А. Маршалл, С. Мочерний, А. Оніщенко, Б. Райзберг, П. Саблук, С. Соколенко, І. Сорока, Р. Фатхутдінов, В. Юрчишин та інші.

Актуальним питанням формування ринків природних ресурсів, продукції харчової промисловості, проблемам продовольчої безпеки присвятили роботи Р. Баглей, Ю. Білик, П. Борщевський, Л. Дейнеко, С. Дорогунцов, В. Єрьоменко, А. Заїнчковський, О. Закорко, Л. Мельник, Т. Мостенська, Б. Пахавер, В. Привалов, О. Скидан, В. Слюсар, О. Смаглій, В. Трегобчук, Л. Чернюк, А. Шумейко та інші.

Розглянемо більш детально, що являє собою ринок мінеральних вод як регульована господарська система, з яких основних частин вона складається, виходячи з природи і призначення цих частин, елементів ринку.

Нами виділено найбільш важливі і відмітні елементи ринку мінеральних вод, наявність яких характеризує цей ринок. Загальна схема сукупності об'єктів регулювання ринку мінеральних вод зображена на рис. 1

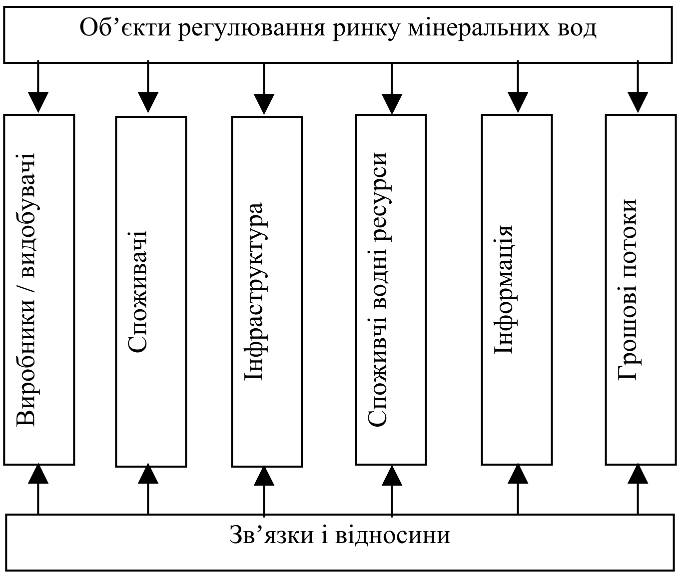

Рис. 1. Об'єкти регулювання ринку мінеральних вод

У ринковому середовищі функціонування і розвитку взаємодії суб'єктів ринку мінеральних вод виникає необхідність постійного розподілу і перерозподілу їх ролей з метою відповідності структури ринку зовнішньому середовищу.