

УДК 517.958

Математичне моделювання конвективного сушіння матеріалів з урахуванням механотермодифузійних процесів

Богдана Гайвась

К. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005

Наведені відомості з літературних джерел щодо моделювання та керування процесом конвективно-теплового сушіння пористих тіл. Основна увага надається висвітленню експериментальних, наближених аналітичних і числових методів досліджень. Описані моделі процесу осушення вологих матеріалів за одно- та багатоконтинуумного підходів. Проаналізовані відомі моделі та зроблені висновки щодо побудови математичної моделі, адаптованої для оптимізації процесу конвективно-теплового осушення пористих тіл за нестационарного режиму сушильного агента.

Ключові слова: конвективно-теплове сушіння, режими сушіння, агент сушки, термодифузія, капілярно-пористе тіло.

Зміст

| | |
|--|----|
| Вступ | 10 |
| 1. Форми зв'язку вологи з матеріалом..... | 11 |
| 2. Низько- та високотемпературні процеси сушіння..... | 12 |
| 3. Вплив режиму сушіння на якість матеріалу. Жорсткість, ефективність, безпечність режиму сушіння..... | 14 |
| 4. Основні моделі сушіння капілярно-пористих тіл у рамках одноконтинуумного середовища | 14 |
| 4.1. Моделі сушіння в рамках підходу Ликова. Модель Луцика | 15 |
| 4.2. Модель Соколовського для в'язко-пружного тіла. | 17 |
| 4.3. Процес сушіння капілярно-пористих тіл у моделі еквівалентної пори | 19 |
| 4.4. Процес сушіння з урахуванням двофазної зони..... | 24 |
| 5. Визначення ефективних радіусів капілярної системи. Закономірності фільтрації рідини та газу через деревину..... | 25 |
| 6. Зовнішній тепло- та вологообмін у процесі сушіння пористих тіл. Взаємодія тіла з агентом сушіння | 27 |
| 7. Керування процесом сушіння..... | 29 |
| 8. Напружено-деформований стан капілярно-пористих матеріалів | 30 |
| Висновки | 33 |

Вступ. Сушіння — це процес видалення вологи з тіла, за якого змінюються структурно-механічні, технологічні та біологічні властивості матеріалу, викликані зміною форми зв'язку вологи з матеріалом. Під час видалення вологи капілярно-пористі тіла стають крихкими, мало стискаються та можуть перетворитися в порошок; колоїдні тіла за зміни вмісту вологи значно змінюють свої розміри, але зберігають пластичні або пружні властивості; капілярно-пористі колоїдні тіла мають капілярно-пористу будову, а стінки капілярів мають властивості обмежено набухлих колоїдних тіл (шкіра, тканини, деревина).

Конвективно-теплове сушіння розділяють на підвиди: пароповітряне, газове, парове, рідинне й інші [1]. Рівномірність осушення матеріалів у сушильних установках створюється циркуляцією сушильного агента. Циркуляція сушильного агента з швидкістю v може бути природна та вимушена, одностороння та реверсивна [2, 3]. Сушильний агент характеризується, окрім цього, вологістю $\varphi = \rho_v / \rho_n$ і температурою t . Тут ρ_v — густина пари, ρ_n — густина насиченої пари. Параметри t, φ, v характеризують режим сушіння.

Зміна локального вологовмісту U та локальної температури t в капілярно-пористому тілі з плином часу τ залежить від взаємозв'язку механізму перенесення вологи та тепла всередині вологого матеріалу та масо- і теплообміну поверхні тіла з агентом сушіння.

Строгий аналіз кінетики сушіння доволі складний. Підвищення температури збільшує інтенсивність сушіння. Збільшення вологи сушильного агента зменшує інтенсивність і критичний вологовміст. Збільшення швидкості руху сушильного агента підвищує інтенсивність сушіння на початку процесу та значно менше впливає наприкінці.

Весь процес осушення пористих матеріалів можна розділити на три стадії:

- невпорядкований іррегулярний режим, який реалізується на початку процесу. Тут вагоме значення має початковий розподіл температури та вологи в тілі;
- починаючи з деякого часу, тіло вступає в регулярний режим нагрівання [4], коли початковий розподіл перестає впливати;
- кінцева стадія нагрівання відповідає стаціонарному стану, за якого температура в усіх точках тіла дорівнює температурі навколишнього середовища.

У процесі сушіння в тілі можуть утворюватися три характерні зони: зовнішня газова зона, у якій всі пори осушені; середня двофазна зона, у якій співіснують осушені пори та пори, заповнені рідиною; внутрішня рідинна зона, у якій всі пори заповнені рідиною. Двофазна зона виникає у зв'язку із звільненням від рідини внаслідок випаровування, натікання рідини під дією капілярних сил із широких рідинних пор в осушені вузькі, а також перекоонденсації вологи. В елементарному фізичному об'ємі двофазної зони рідка фаза може існувати у вигляді зв'язної системи рідких пор і у вигляді незв'язних включень, які заблоковані газом. Їх частки залежать від питомого вологовмісту. У процесі випаровування із зменшенням питомого вологовмісту відбувається перерозподіл і дроблення зв'язної системи. У випадку досягнення вологовмістом критичного значення відбувається повний розрив зв'язків. Капілярне натікання можливе лише через зв'язну рідку

систему. Якщо вологовміст не досягає деякого критичного значення, перенесення по рідкій фазі неможливе. Зв'язна система рідких пор також неоднорідна у зв'язку з наявністю тупикових пор [5]. Величина таких зон залежить від функції розподілу пор за радіусами, яка характеризує структуру пористого тіла. У процесі випаровування границі зон переміщуються всередину тіла.

1. Форми зв'язку вологи з матеріалом

Швидкість переміщення вологи всередині матеріалу залежить від форми зв'язку її з матеріалом. Основними формами зв'язку вологи з тілом є адсорбційні та капілярні [6, 7]. Кількість адсорбційно-зв'язаної та мікрокапілярної вологи залежить від температури та тиску навколишнього середовища. Така волога називається гігроскопічною. Зміна розмірів матеріалу (зсихання - розбухання) пов'язана зі зміною кількості гігроскопічної вологи. Зв'язана вода впорядкована та залежить від структури взаємодіючої з нею поверхні. По радіусу капіляра існує градієнт густини зв'язаної з поверхнею тіла води. Капілярні сили та сила ваги в зв'язаній воді не проявляються. Теплота випаровування зв'язаної води вища від теплоти випаровування вільної на кількість енергії зв'язку адсорбованої води з поверхнею $E \approx 280$ кал/г.

У макрокапілярах капілярно-пористого тіла ламінарне течіння задовольняє рівняння Пуайзеля $j = \frac{\rho^2}{8\nu} \frac{P_1 - P_2}{l}$, де P_1, P_2 — тиск на кінцях капіляра завдовжки l .

У мікрокапілярах рівняння Пуайзеля та закон дифузії Фіка не виконуються, а потік визначається співвідношенням: $j = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\mu}{2\pi RT}} \frac{\varepsilon}{l} \left(\frac{P_2}{\sqrt{T_2}} - \frac{P_1}{\sqrt{T_1}} \right)$ [7-10], де μ —

динамічна в'язкість; ε — стала величина, яка називається коефіцієнтом молекулярної течії газу. Форми зв'язку вологи з матеріалом мають визначальну роль у механізмі перенесення тепла та вологи всередині тіла.

Основними механізмами перенесення вологи в пористому середовищі є:

- дифузія пароповітряної суміші в газовій зоні під дією різниці густин у напрямку, протилежному до градієнта, та пере конденсація під дією градієнта парціального тиску пари над менісками різної кривини;
- термічна дифузія пари в напрямку потоку тепла від ділянок із вищою температурою до ділянок із нижчою;
- конвективне перенесення пари та рідини під дією зовнішнього перепаду тиску;
- капілярне переміщення рідини в порах, яке залежить від структури пористого середовища, зокрема, капілярне натікання з широких пор у вузькі, спричинене різницею капілярних тисків;
- плівкове перенесення рідини під дією градієнтів розклинювального та капілярного тисків [5, 11].

Експериментальні дослідження цих механізмів перенесення, проведені на реальних і модельних системах, вказують на вирішальний вплив капілярних і поверхневих сил на процес масоперенесення й інтенсивність сушіння. Ці сили

регулюють взаємний розподіл фаз у просторі пор, визначають умови перенесення й обумовлюють їх механізми.

Зв'язок між вологою та тілом характеризують на основі диференціальної й інтегральної кривих розподілу пор за радіусами. Площа під диференціальною кривою на довільній ділянці визначає об'єм води (насиченість) у межах зміни радіусів капілярів. Криві розподілу пор за радіусами визначають широке варіювання розмірів пор у порках тіла.

Для розрахунку раціонального режиму сушіння, вибір якого визначається технологічними змінами в процесі осушення, важливим є вивчення законів перенесення води з метою керування згаданим процесом. Рух води під дією температури (термовологопровідність) охоплює явища [7, 11-14]:

- молекулярної дифузії води (молекулярна течія пари, що відбувається внаслідок різної швидкості молекул нагрітих і холодних шарів матеріалу);
- капілярної провідності (зумовлене зміною капілярного потенціалу, що залежить від поверхневого натягу, який з підвищенням температури зменшується. Оскільки капілярний тиск над увігнутим меніском від'ємний, то зменшення тиску підвищує всмоктуюче зусилля, внаслідок чого вода у вигляді рідини виходить із нагрітих шарів тіла до холодніших);
- руху рідини в пористому тілі за напрямком потоку тепла, викликаного наявністю защемленого повітря. Під час нагрівання матеріалу тиск защемленого повітря збільшується та бульбашки повітря розширюються. Внаслідок цього вода в капілярній порі протискується в напрямку потоку тепла. (Защемлене повітря протискує воду до шарів із нижчою температурою).

Термовологопровідність є причина переміщення води в напрямку потоку тепла. За конвективного сушіння створюється градієнт температури, протилежний до градієнта води, який перешкоджає її переміщенню зсередини до поверхні матеріалу. Потік води, направлений до поверхні матеріалу, зменшується на величину потоку води, зумовленого термодифузією. Температурний градієнт є перешкодою для руху рідини з центральних шарів до поверхні. За постійної інтенсивності сушіння створюються умови, які допомагають випаровуванню рідини всередині матеріалу. Термодифузія зменшує градієнт води, швидкість руху рідкої води та кількість водорозчинних речовин на поверхні матеріалу. Зі зміною величини та напрямку температурного градієнта змінюються умови переміщення води та речовини, розчиненої у ній. Це призведе до зміни фізико-хімічних властивостей матеріалу [1]. За рівнем температури процес сушіння може бути низькотемпературний і виськотемпературний.

2. Низько- та виськотемпературні процеси сушіння

Низькотемпературний процес [4, 7]. За низькотемпературних процесів температура матеріалу менша від температури кипіння води за існуючого тиску ($< 100^{\circ}\text{C}$), міграція води всередині матеріалу здійснюється завдяки вологопровідності та термовологопровідності. Термодифузія при цьому невелика та результуючий потік води співпадає з потоком концентраційної дифузії. Період прогрівання

закінчується досягненням матеріалом температури мокрого термометра. При цьому волога конденсується на поверхні і виникає деякий від'ємний градієнт (температура на поверхні більша, ніж температура в центрі зразка). Цей градієнт допомагає перенесенню вологи з поверхні всередину тіла. Градієнт вологовмісту не викликає перенесення вологи до поверхні, доки вологовміст вищий від границі гігроскопічності. Завдяки випаровуючій здатності середовища, відносна вологість якого менша від одиниці, вологовміст на поверхні досягне величини, близької до границі гігроскопічності. Випаровування відбувається в глибині тіла в певній зоні або усьому тілі залежно, зокрема, від густини розподілу пор за радіусами та дисперсії розмірів пор. Досягнення границі гігроскопічності викличе переміщення вологи внаслідок зміни агрегатного стану. Якщо вологовміст поверхні стає менший, ніж межа гігроскопічності, то наслідком цього буде переміщення вологи у перерізі. На рис. 1 показано зміну вологості та температури у процесі низькотемпературного сушіння. Відрізок *AB* відповідає періоду сталої швидкості сушіння; U_{kr} — критичний вологовміст; T_H — початкова температура [4].

Рушійною силою перенесення води є градієнт капілярного тиску. Він утворюється внаслідок того, що нижчий вологовміст у поверхневих шарах призводить до їх більшого зсихання, тобто до більшого звуження капілярів. Реальними рушійними силами пароподібної вологи є сили дифузії й ефузії [7].

Високотемпературні процеси. За високотемпературних процесів температура в середніх зонах більша від $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. При цьому існують особливості пароутворення за різних рівнів температури. У процесі інтенсивного нагрівання всередині тіла виникає тиск парогазової суміші, який перевищує барометричний тиск у сушильному агенті через опір скелета під час руху пари, яка утворюється внаслідок швидкого випаровування рідини. Появі градієнта сумарного тиску сприяє молекулярне натікання (рух Кнудсена) повітря через мікрокапіляри в області високих температур. Наявність градієнта загального тиску всередині капілярно-пористого тіла викликає молярне перенесення газової суміші на зразок фільтрації газу через пористі середовища. Швидкість поширення фільтраційного потоку відбувається за законом Дарсі. Для високотемпературного процесу потрібно, щоб вище $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ піднялася температура не тільки середовища, але й матеріалу, і щоб у вологому матеріалі містилася вільна вода, здатна кипіти. Для кипіння необхідний деякий перегрів рідини, тобто перевищення температури рідини відносно температури насичення за заданого тиску. Цей перегрів залежить від фізичних властивостей рідини, її чистоти, тиску та фізичних властивостей граничних твердих поверхонь. Особливістю високотемпературного процесу є інтенсивне перенесення вологи у вигляді пари з центральних зон до периферійних [7, 15-25]. Зміна градієнта вологи за швидкісного високотемпературного режиму гідротермічної обробки вимагає строгого контролю жорсткості, збереження ефективності та безпечності режиму сушіння.

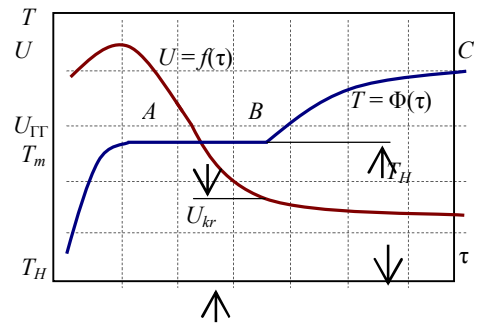


Рис. 1. Зміна вологості та температури в процесі осушення

3. Вплив режиму сушіння на якість матеріалу.

Жорсткість, ефективність, безпечність режиму сушіння

У процесі сушіння відбувається зміна технологічних властивостей матеріалу, зокрема, зміна структурно-механічних властивостей, що може призвести до розтріскування та короблення. У деревині тріщиноутворення відбувається в пружно-пластичній області, де закон Гука несправедливий [26, 27]. Локальне руйнування відбувається в об'ємно-напруженому стані внаслідок дії небезпечних дотичних напружень. На розвиток дотичних напружень впливають і нормальні напруження. Причиною появи поверхневих тріщин є розвиток поверхневого напруженого стану матеріалу, який перевищує граничнодопустимий. Цей напружений стан створюється недопустимою усадкою, яка виникає внаслідок нерівномірного розподілу вологовмісту та температури всередині матеріалу [21]. Розвиток усадки пов'язаний із появою внутрішніх напружень. Зберегти матеріал від розтріскування можна, понизивши розтягуючі напруження внаслідок зменшення перепаду вологи у перерізі.

За критерій тріщиноутворення приймають відносний перепад між середнім \bar{U} та локальним U вологовмістами та початковим вологовмістом \bar{U}_0 : $K_{TP} = (\bar{U} - U) / \bar{U}_0$.

Якщо тріщиноутворення відбувається на поверхні, то $U = U_{\text{п}}$.

Жорсткість режиму характеризується величиною психрометричної різниці $T_c - T_m$ і є вирішальна під час високотемпературного швидкісного сушіння. Тут T_c, T_m — температура сухого та мокрого термометрів. Ефективність характеризується відношенням часу нормального процесу сушіння до часу застосування високотемпературного режиму. Безпечність визначається відношенням границі міцності до максимальних напружень, які виникають за такого режиму.

Спосіб підведення тепла до матеріалу впливає на механізм перенесення речовини та тепла в процесі термообробки. Знаходження вологовмісту та температури пов'язано з розв'язком системи диференціальних рівнянь тепломасоперенесення за відповідних граничних умов, які відображають спосіб і режим сушіння.

Основи теорії сушіння викладені О. В. Ликовим [2-5]. Під час побудови теорії сушіння для визначення потенціалів масоперенесення та коефіцієнтів термовологопровідності О. В. Ликов використав гіпотезу локальної термодинамічної рівноваги, і прийняв, що в умовах динамічної рівноваги хімічні потенціали рідкої фази та пари повинні бути рівні. Обґрунтування цієї гіпотези наведено, зокрема, у роботі [12].

4. Основні моделі сушіння капілярно-пористих тіл у рамках одноконтинуумного середовища

Одним із важливих питань під час дослідження процесу випаровування рідини з пористих матеріалів є масоперенесення під дією капілярних і поверхневих сил. Для опису цього явища О. В. Ликов увів поруч із загальноприйнятими термодинамічними потенціалами (температурою, тиском) потенціал масоперенесення [5, 7-10], градієнт якого є причиною виникнення потоку рідини. При цьому для опису процесів перенесення було використано квазігомогенне наближення, яке

ґрунтується на заміні реального дисперсного середовища суцільним з ефективними коефіцієнтами. У рівняння перенесення тепла та вологи входять емпіричні коефіцієнти, які є функціями температури та вологи. Процеси тепловологоперенесення в капілярно-пористому середовищі розглядалися як одночасний рух води, пари та повітря в неізотермічних умовах за наявності фазових переходів, для опису яких було введено параметр — критерій фазового переходу.

4.1. Моделі сушіння в рамках підходу Ликова. Модель Луцика. Процеси сушіння капілярно-пористих тіл у рамках одноконтинуумного підходу висвітлені в працях [4, 7, 12-17, 27, 28]. Зокрема, у роботі [15] вважається, що нерівноважний стан системи в довільний момент часу процесу сушіння викликано неоднорідним розподілом температури, масовістю, надлишкового тиску та деформаціями. Зростання ентропії в системах пов'язано з необоротними процесами теплопровідності, дифузійного та конвективного масоперенесення, фазового переходу, вологотермічного деформування та необоротними перехресними ефектами (ефекти Дюфо, Сорє). Рівняння балансу енергії отримується з рівняння балансу ентропії

$$T \frac{\partial S}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \vec{j}_q - \tilde{\mu} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + I, \quad I \text{ — сумарна потужність джерел тепла, яка}$$

виділяється в одиниці об'єму перехресними ефектами, що можуть бути значними під час суттєвих нестационарних тепломасообмінних і механічних дій; $\rho = \rho_0(1+U)$ — густина вологи системи; U — вологовміст; ρ_0 — густина абсолютно сухого матеріалу; τ — час; S — ентропія; $\vec{j}_q(\tau)$ — густина потоку тепла ($\vec{j}_q = -\lambda \operatorname{grad} T$); $\tilde{\mu} = \tilde{\mu}(\varepsilon_{ij}, T, U)$ — хімічний потенціал.

Рівняння теплопровідності замикається двома рівняннями конвективно-дифузійного масоперенесення

$$\frac{\partial U}{\partial \nu} = \operatorname{div} \vec{j}_m, \quad \frac{\partial P}{\partial \tau} = \operatorname{div} \vec{j}_p - \frac{\varepsilon_\Phi}{c_{U\varepsilon}} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (4.1)$$

рівнянням руху (рівноваги) деформівної системи

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial \tau^2}, \quad (4.2)$$

рівняннями стану

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{1}{3}(E_0 - 2G)\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - E_0 \left(\alpha_{TU}\theta + \beta_{TU}\eta + \frac{P}{E_0} \right) \delta_{ij},$$

$$S = E_0\alpha\varepsilon_{kk} + \frac{\partial P}{\partial T}\varepsilon_{kk} + \gamma_0 c_{we} \frac{\theta}{T_0}, \quad \gamma_0 \tilde{\mu} = E_0\beta\varepsilon_{kk} + \frac{\partial P}{\partial U}\varepsilon_{kk} + \gamma_0\varepsilon_\Phi r \quad (4.3)$$

та геометричними співвідношеннями

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.4)$$

Тут $\vec{j}_m = \vec{j}_{m1} + \vec{j}_{m2}$ — потік маси, викликаний градієнтом вологи та перехресними процесами; $\vec{j}_{m1} = a_m \text{grad} U$ — дифузійний потік маси; $\vec{j}_{m2} = a_m \delta \text{grad} T + \frac{k_p}{\gamma_0} \text{grad} P$ — потік, викликаний перехресними потоками; $\vec{j}_p = a_p \text{grad} P$, a_m, a_p — коефіцієнти молекулярної та конвективної дифузії поглинутої речовини; δ — термоградієнтний коефіцієнт; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ — компоненти тензора напружень і деформацій; δ_{ij} — символ Кронеккера; k_p — проникливість системи; $\eta = U - U_0$, $\theta = T - T_0$, $E_0 = E(1 - 2\nu)$ — модуль об'ємної пружності; E — модуль пружності; ν — коефіцієнт поперечної пружної деформації; $G = \mu(1 - \omega)$ — модуль зсуву пружно-пластичної деформації; μ — модуль зсуву в границях пружності; $P = P_{\text{сум}} - P_0$ — надлишковий тиск пари та повітря, який викликає додаткову деформацію розтягу P/E_0 і призводить до конвективного перенесення маси та зміни температури фазового переходу, впливає на інтенсивність масовмісту й усадку. F_i — компоненти зовнішньої сили, що діє на одиницю об'єму; $P_{\text{сум}}$ — сумарний тиск пари та повітря; P_0 — барометричний тиск; $[U_0, T_0]$ — вологовміст і температура у вихідному стані; $\alpha_{T_w}, \beta_{T_w}$ — середні значення коефіцієнта теплового розширення й усадки в інтервалах температури $[T_0, T]$, вологовмісту $[U_0, U]$; $c_{w\sigma}, c_{w\varepsilon}$ — питомі теплоємності в ізобаричному процесі та за відсутності деформацій; r, ε_ϕ — питома теплота та ступінь повноти фазового переходу.

Система нелінійних рівнянь із початковими та граничними умовами описує нестационарну задачу сушіння. Для записаної тут системи рівнянь необхідно долучити умови однозначності розв'язку задачі тепломасообміну, тобто початкові та граничні умови. Граничні умови мають вигляд

$$\begin{aligned} \left[\vec{j}_q \right]_{\text{нов}} - \lambda (\text{grad} T)_{\text{нов}} - \left[(1 - \varepsilon) r \vec{j}_m (\tau) \right]_{\text{нов}} &= 0, \\ \left[\vec{j}_m \right]_{\text{нов}} - \lambda_m (\text{grad} \tilde{\mu})_{\text{нов}} + \lambda_m \delta (\text{grad} T)_{\text{нов}} + \lambda_m \delta_p (\text{grad} P)_{\text{нов}} &= 0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

$\text{grad} \tilde{\mu}$ — градієнт хімічного потенціалу; \vec{j}_m — густина потоку вологи, яка випаровується з поверхні тіла в актуальний момент часу; $\varepsilon = 1$ відповідає випадку, якщо випаровування рідини відбувається всередині матеріалу, $\varepsilon = 0$ — коли на поверхні тіла; $\lambda \text{grad} T$ — кількість теплоти, яка підводиться теплопровідністю від поверхні всередину матеріалу; $\lambda_m \delta (\text{grad} T)$ — потік вологи, спричинений градієнтом температури; $\lambda_m \delta_p (\text{grad} P)$ — потік вологи, викликаний градієнтом тиску. Під час конвективного сушіння потік тепла на поверхні $[j(\tau)]_{\text{нов}} = \alpha (T_c - T_{\text{ПМ}})$,

де $T_{ПМ}$ — температура поверхні матеріалу, а інтенсивність випаровування визначається співвідношенням

$$[j_m]_{нов} = \alpha_p (P_{ПМ} - P_c) = \alpha_u (U_{ПМ} - U_c) = \alpha_\rho (\rho_{ПМ} - \varphi \rho_n),$$

$\rho_{ПМ}$, ρ_n , $\varphi = \rho_{vc} / \rho_n$ — відповідно густина пари на поверхні тіла, густина насиченої пари та відносна насиченість пари; ρ_{vc} — густина пари в навколишньому середовищі.

4.2. Модель Соколовського для в'язко-пружного тіла. У рамках цього підходу в праці [27] із використанням методів термодинаміки необоротних процесів одержано систему диференціальних рівнянь, які описують взаємозв'язок деформаційно-релаксаційних, тепломасообмінних процесів у в'язко-пружних капілярно-пористих тілах. Для цього повний диференціал вільної енергії подано у вигляді суми зміни вільної енергії в процесах тепломасоперенесення та деформування з урахуванням можливого руйнування, за яке відповідає додатковий член $\varphi_{lm} d\omega_{lm}$, де ω_{lm} — компоненти тензора руйнування, φ_{lm} — відповідний потенціал.

На основі диференціального лінійного за часом операторного зв'язку для доволі загальної реологічної моделі в'язко-пружного тіла отримано зв'язок між компонентами тензорів напружень і деформацій у вигляді

$$A\sigma_{ij} = B \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\delta_{ij}\varepsilon_{kk}}{3} \right) + \delta_{ij} AK \left(\varepsilon_{kk} - \frac{dV}{V_0} \right), \quad (4.6)$$

де A, B — диференціальні оператори, лінійні за часом; $\frac{dV}{V_0} = \frac{3}{V_0} [\alpha_T (T - T_0) + \beta_v (U - U_0) + \gamma (v - v_0)]$; $\alpha_T = \frac{1}{3V_0} \left(\frac{dV}{dT} \right)$; $\beta_U = \frac{1}{3V_0} \left(\frac{dV}{dU} \right)$; $\gamma = \frac{1}{3V_0} \left(\frac{dV}{dv} \right)$ — коефіцієнти лінійного теплового розширення, об'ємного набухання та структурного розширення; U — вологість; v — об'єм пошкоджень. Індексом 0 відзначено відповідні величини у зрівноваженому стані.

Встановлено вирази для ентропії, хімічного потенціалу та потенціалу руйнування

$$\begin{aligned} S &= \int_{T_0}^T \frac{C_v}{T} dT + \varepsilon_{mm} \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{V - V_0}{V_0} \left(\frac{2}{3} \mu' + \lambda \right) - \xi P \right] - \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{\partial \mu'}{\partial T} - \frac{1}{2} \varepsilon_{mm}^2 \frac{\partial \lambda}{\partial T}; \\ \tilde{\mu} &= - \int_{T_0}^T dT \int_{T_0}^T \frac{\partial C_v}{\partial U} dT - \varepsilon_{mm} \frac{\partial}{\partial U} \left[\frac{V - V_0}{V_0} \left(\frac{2}{3} \mu' + \lambda \right) - \xi P \right] + \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{\partial \mu'}{\partial U} + \frac{1}{2} \varepsilon_{mm}^2 \frac{\partial \lambda}{\partial U}; \\ \varphi_{lm} &= \varphi_{lm}^0 - \varepsilon_{kk} \frac{\partial}{\partial \omega_{lm}} \left[\frac{V - V_0}{V_0} \left(\frac{2}{3} \mu' + \lambda \right) - \xi P \right] + \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \frac{\partial \mu'}{\partial \omega_{lm}} + \frac{1}{2} \varepsilon_{kk}^2 \frac{\partial \lambda}{\partial \omega_{lm}}, \quad (4.7) \end{aligned}$$

де $K = \lambda + 2\mu'/3$; $\lambda = E\nu/[(1-2\nu)(1+\nu)]$ — коефіцієнт Ламе; $\mu' = \mu'(T, U)$,
 $E = E(T, U)$, $\nu = \nu(T, U)$ — модулі зсуву, Юнга та коефіцієнт Пуассона відповідно.

Коефіцієнт $\xi = \frac{\Delta v_p}{3PV_0}(2\mu' + 3\lambda)$ визначається на основі вимірювання тиску та відповідної зміни питомого об'єму Δv_p для $T = const$, $U = const$ внаслідок фільтрації рідини.

Рівняння теплопровідності, масопровідності та конвективної тепломасопровідності з урахуванням деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів набувають вигляду

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda_{TT} \text{grad} T) + \text{div}(\lambda_{TU} \text{grad} U) + \text{div}(\lambda_{TP} \text{grad} P) + \mu' \rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} - T \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \varepsilon_{mm} \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{V - V_0}{V_0} \left(\frac{2}{3} \mu' + \lambda \right) - \xi P \right] \right\}, \quad (4.8)$$

$$\rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} = \text{div}(\lambda_{UT} \text{grad} T) + \text{div}(\lambda_{UU} \text{grad} U) + \text{div}(\lambda_{UP} \text{grad} P) - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \varepsilon_{mm} \frac{\partial}{\partial U} \left[\frac{V - V_0}{V_0} \left(\frac{2}{3} \mu' + \lambda \right) - \xi P \right] \right\}, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \text{div}(\lambda_{PT} \text{grad} T) + \text{div}(\lambda_{PU} \text{grad} U) + \text{div}(\lambda_{PP} \text{grad} P) - \frac{\varepsilon}{c_B} \frac{\partial U}{\partial t} - P \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial t}. \quad (4.9)$$

Тут $\lambda_{\alpha\beta}(\alpha, \beta = \{T, U, P\})$ — термодинамічні коефіцієнти перенесення, які залежать від теплофізичних і структурних властивостей матеріалів; c_B — питома ємність пароподібної вологи; ε — критерій фазового перетворення. Система рівнянь доповнюється рівняннями руху

$$\sigma_{ij,j} + X_j = \rho \frac{d^2 u_i}{dt^2} \quad (i, j = \overline{1,3}), \quad (4.10)$$

де u_i — компоненти вектора переміщень; X_j — компоненти вектора зовнішніх сил. Початкові та граничні умови визначають єдиність розв'язку отриманої системи рівнянь.

Моделі Ликова (4.1)-(4.5) та Соколовського (4.6)-(4.10) відображають процес сушіння матеріалів у рамках одноконтинуумного підходу. Серед іноземних джерел відзначимо також роботи [48-53].

За іншого підходу процес видалення вологи розглядають як задачу Стефана [2-3], якщо газова зона розширюється в процесі осушення, а двофазна зона змінює свою ширину залежно від дисперсії розмірів пор.

Хейфец і Неймарк вважали, що формальне введення потенціалу масоперенесення затушовує реальні механізми перенесення маси. Оскільки зв'язок між

потокотом рідини, що випаровується, та питомою насиченістю має нелінійний характер, який визначається геометричними характеристиками пористого тіла, то використання співвідношень Онзагера, які постулюють лінійну залежність потоків від термодинамічних сил, є необґрунтоване [7].

В основу математичних методів моделювання процесу сушіння ними покладено опис багатофазних процесів у пористих середовищах. Взаємний розподіл фаз у поровому просторі — це одна з основних характеристик багатофазних гетерогенних процесів у пористих середовищах. У випадку процесів із фазовими переходами взаємний розподіл фаз встановлюється внаслідок переходу однієї фази в іншу та перерозподілу фаз в об'ємі пористого тіла за рахунок різниці капілярних властивостей.

4.3. Процес сушіння капілярно-пористих тіл у моделі еквівалентної пори.

У праці [38] для пористих тіл із малою дисперсією поперечних розмірів пор у квазістаціонарному наближенні сформульовані повні системи співвідношень для опису процесів природного або стимульованого обдувом чи зовнішнім постійним електричним полем осушення. Показано, що під час електроосмотичного осушення необхідно розрізняти два етапи. При цьому стимулююча дія електричного поля спостерігається лише на першому етапі.

Враховується, що в зоні осушених пор присутні повітря та пара води. Вважається, що поперечний розмір пор суттєво більший від середньої довжини вільного пробігу наявних молекул. Середньомасова швидкість \bar{v} задовольняє рів-

няння Дарсі [5] $\bar{v} = -\frac{K_g}{\mu_g} \bar{\nabla} P_g$. Тут K_g — коефіцієнт проникливості, який зале-

жить від радіуса та форми пор; μ_g — коефіцієнт динамічної в'язкості газу; P_g — тиск у порах. Прийнято, що для газової суміші виконується рівняння стану ідеального газу.

Якщо використати для газової суміші рівняння стану та закон Дарсі, рівняння Стефана-Максвелла стосовно ключових функцій ρ_a, ρ_v (густин повітря та пари), за нехтування потоком повітря всередину тіла, набувають вигляду

$$\rho_a \frac{K_g}{\mu_g} \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\rho_a}{M_a} + \frac{\rho_v}{M_v} \right) RT + D \bar{\nabla} \rho_a = 0,$$

$$\bar{\nabla} \cdot \left[\rho_v \frac{K_g}{\mu_g} \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\rho_a}{M_a} + \frac{\rho_v}{M_v} \right) RT + D \bar{\nabla} \rho_v \right] = 0, \quad (4.11)$$

де M_a, M_v — молярні маси повітря та пари; R, T — газова стала й абсолютна температура, D — коефіцієнт дифузії. Записані рівняння чинні в області осушених пор, яка обмежена поверхнями (S) та (S^*). Система диференціальних рівнянь (4.11) є нелінійна.

Приймають, що густина пари ρ_v на рухомій поверхні фазового переходу (S^*) дорівнює густині ρ_{vn} насиченої пари [5]

$$\rho_v = \rho_{vn}. \quad (4.12)$$

Крайові умови на поверхні (S) залежать від способу моделювання взаємодії тіла з довкіллям. За умов контакту тіла з середовищем по поверхні (S), яке є сумішшю повітря та пари, за природного сушіння приймається, що у разі віддалення від поверхні (S) густина пари ρ_{ve} та повітря ρ_{ae} набувають властивих атмосферному повітрю сталих значень ρ_{v0}, ρ_{a0} [13]

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \rho_{ve} = \rho_{v0}, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \rho_{ae} = \rho_{a0}, \quad (4.13)$$

де r — віддаль від поверхні (S). Характеристики з індексом e відповідають зовнішньому середовищу (сушильному агенту).

За умови сталості атмосферного тиску в зовнішній щодо тіла області примежового шару процеси масоперенесення описують рівняннями Стефана-Максвелла

$$\bar{\nabla} \rho_{ae} - \frac{\rho_{ae}}{D_e} \bar{v}_e = 0, \quad \bar{\nabla} \cdot \left(\bar{\nabla} \rho_{ve} - \frac{\rho_{ve}}{D_e} \bar{v}_e \right) = 0, \quad (4.14)$$

$$P_{ge} = \left(\frac{\rho_{ae}}{M_a} + \frac{\rho_{ve}}{M_v} \right) RT = const. \quad (4.15)$$

На поверхні (S) прийнято неперервність нормального складника потоку пари з осушуваного тіла, тобто

$$\bar{n} \cdot \bar{j}_v = \left(\bar{\nabla} \rho_{ve} - \frac{\rho_{ve}}{D_e} \bar{v}_e \right) \cdot \bar{n}, \quad (4.16)$$

а також рівність густин компонент суміші, що впливає з рівності парціальних тисків на поверхні (S),

$$\rho_{ae} = \rho_a, \quad \rho_{ve} = \rho_v. \quad (4.17)$$

Рівняння (4.11)-(4.17) складають повну систему співвідношень і описують масоперенесення за природного осушення пористого тіла [13].

Під час дослідження процесу сушіння зовнішню задачу формулюють для примежового шару деякої скінченної товщини δ [5]. При цьому масоперенесення в області примежового шару описують рівняннями (4.14), (4.15).

На поверхні (S) тіла задовольняється умова спряження (4.16), а на зовнішній поверхні (S^{**}) примежового шару

$$\rho_{ae} = \rho_{a0}, \quad \rho_{ve} = \rho_{v0}. \quad (4.18)$$

У цьому випадку процес сушіння описується системою співвідношень (4.11), (4.12), (4.14)-(4.18).

У праці [14] не вводять примежовий шар в околі поверхні тіла, а натомість на поверхні (S) задають умови масообміну

$$\bar{n} \cdot \bar{j}_v = \beta (\rho_v - \rho_{v0}), \quad \rho_a = \rho_{a0}. \quad (4.19)$$

Тут β — коефіцієнт масообміну тіла з середовищем.

У цьому випадку сушіння тіла описують системою співвідношень (4.11), (4.12), (4.19).

З метою опису кінетики руху межі фазового переходу вводимо поняття відносної вологості тіла $f = m / m_0$, де m , m_0 — відповідно актуальна та початкова маси рідини в тілі. Швидкість зміни маси рідини визначають рівнянням

$$\frac{dm}{d\tau} = - \int_{(S)} (\vec{n} \cdot \vec{j}_v) dS \quad (4.20)$$

та початковою умовою

$$m = m_0 \quad \text{для} \quad \tau = 0. \quad (4.21)$$

Тут вектор \vec{j}_v густини потоку пари з тіла є розв'язок сформульованих вище задач.

У термінах відносної вологості рівняння (4.20), (4.21) мають вигляд

$$\frac{df}{d\tau} = - \frac{1}{m_0} \int_{(S)} (\vec{n} \cdot \vec{j}_v) dS, \quad (4.22)$$

$$f = 1 \quad \text{для} \quad \tau = 0. \quad (4.23)$$

Наближені розв'язки задач для канонічних областей (шару та кулі) наведені, зокрема, у працях [29, 30].

Вплив зовнішнього постійного електричного поля. У роботі [31] проведено експериментальне дослідження електроосмотичного осушення деревини та звернуто увагу на можливість практичного використання такого методу осушування. У працях [32-35] викладені теоретичні основи явища електроосмосу та аналізується можливість його практичного використання з метою видалення вологи з тіла. Силова взаємодія зарядів дифузного шару із зовнішнім електричним полем спричинює їх переміщення. При цьому виникає напрямлений рух порової рідини — електроосмос. Прийнято, що матеріал електродів такий, що біполярний осмос відсутній [31]. Процес осушення є двоетапний.

На 1-ому етапі осушення рівняння масоперенесення в осушеній зоні та крайові умови прийнято в тому ж наближенні, що й раніше, тобто у вигляді (4.11)-(4.19). Однак на цьому етапі відбувається рух рідини під дією електричних сил у напрямку поверхні (S_2) зі швидкістю $\vec{v}_L = \frac{K_L}{\mu_L} (\rho_q \vec{E} - \vec{\nabla} P_k)$, де K_L — кое-

фіцієнт проникливості тіла щодо рідини, μ_L — її динамічна в'язкість, P_k — тиск, спричинений викривленням поверхні на межі контакту рідина-газ. Кількість рідини в тілі таким чином буде зменшуватися, як внаслідок осушування з поверхні (S_1), так і внаслідок електроосмотичного видалення вологи через поверхню (S_2). Рівняння балансу маси матиме вигляд

$$\frac{dm}{d\tau} = - \int_{(S_1)} (\vec{n}_1 \cdot \vec{j}_{v1}) dS_1 - \int_{(S_2)} (\vec{n}_2 \cdot \vec{j}_{v2}) dS_2, \quad (4.24)$$

де \vec{n}_1, \vec{n}_2 — зовнішні нормалі до поверхонь (S_1) та (S_2) ; \vec{j}_{v1} — потік пари через поверхню (S_1) , який є розв'язком задачі (4.11)-(4.17) або (4.11), (4.12), (4.14)-(4.18); $\vec{j}_{v2} = \vec{j}_L$ — потік води через поверхню (S_2)

$$\vec{j}_L = \text{Pr}_L \vec{v}_L, \quad \text{Pr} — \text{пористість тіла.} \quad (4.25)$$

На 2-ому етапі сушіння в момент часу, коли електрична та капілярна сили зрівноважуються, тобто

$$\int_{(V_L)} \rho_q \vec{E} dV - \vec{P}_k S_1^* = 0, \quad (4.26)$$

витік рідини припиняється та виникає осушена зона 2, яка розширюється від поверхні (S_2) у глибину тіла. У рівнянні (4.26) (V_L) — область тіла, зайнята рідиною; S_1^* — площа поверхні контакту газ-рідина.

Задача осушування зони 2 формулюється аналогічно до задачі (4.11)-(4.17); (4.11)-(4.12), (4.14)-(4.18); (4.11)-(4.12), (4.19) осушування зони 1, а рівняння балансу маси вологи в тілі буде (4.24)

Напруженість електричного поля визначається з відповідних задач електростатики. Для першого етапу ці рівняння

$$\Delta \varphi_j^e = 0, \quad \vec{E}_j^e = -\vec{\nabla} \varphi_j^e \quad (j=1,2), \quad (4.27)$$

чинні в області (V_1) ($j=1$), обмеженій поверхнями (S_1) та (S_1^*) , і заповненій рідиною області (V_L) ($j=2$). До рівнянь (4.19) долучають граничні умови

$$\varphi_1^e = \varphi_{01}^e \quad \text{на поверхні } (S_1), \quad \varphi_2^e = \varphi_{02}^e \quad \text{на поверхні } (S_2) \quad (4.28)$$

та умови спряження

$$\varphi_1^e = \varphi_2^e, \quad \vec{n}_1 \cdot (\vec{j}_1^e - \vec{j}_2^e) = 0 \quad \text{на поверхні } (S_1^*), \quad (4.29)$$

де

$$\vec{j}_j^e = \sigma_j^e \vec{E}_j^e \quad (j=1,2), \quad (4.30)$$

\vec{j}_1^e, \vec{j}_2^e — вектори густин електричного струму; σ_1^e, σ_2^e — коефіцієнти електропровідності в областях (V_1) і (V_f) відповідно; \vec{n}_1 — нормаль до поверхні (S_1^*) ;

φ_1^e, φ_2^e — електричні потенціали; $\varphi_{01}^e, \varphi_{02}^e$ — задані величини.

Для другого етапу сушіння задача електростатики записується так

$$\Delta \varphi_j^e = 0, \quad \vec{E}_j^e = -\vec{\nabla} \varphi_j^e \quad (j=\overline{1,3}), \quad (4.31)$$

для областей $(V_1)(j=1)$, $(V_L)(j=2)$ й області $(V_2)(j=3)$, обмеженої поверхнями (S_2^*) та (S_2) , за граничних умов

$$\varphi_1^e = \varphi_{01}^e \quad \text{на поверхні } (S_1), \quad \varphi_3^e = \varphi_{02}^e \quad \text{на поверхні } (S_2) \quad (4.32)$$

та умов спряження

$$\begin{aligned} \varphi_1^e = \varphi_2^e, \quad \vec{n}_1 \cdot (\vec{j}_1^e - \vec{j}_2^e) = 0 & \quad \text{на поверхні } (S_1^*), \\ \varphi_2^e = \varphi_3^e, \quad \vec{n}_2 \cdot (\vec{j}_2^e - \vec{j}_3^e) = 0 & \quad \text{на поверхні } (S_2^*), \end{aligned} \quad (4.33)$$

де \vec{n}_2 — нормаль до поверхні (S_2^*) .

Середню густину електричного заряду дифузного шару для бінарного розчину електроліту, згідно теорії подвійного електричного шару та роботи [36], визначають формулою

$$\rho_q = \sqrt{\frac{2\varepsilon_f C\Pi}{fRTk_p}} \frac{zF_f \tilde{\varphi}_1}{T_\Gamma}, \quad (4.34)$$

де ε_f — середня абсолютна діелектрична проникливість рідкої фази; T_Γ — звивистість; f — параметр форми пор; k_p — коефіцієнт проникливості пористого середовища; $\tilde{\varphi}_1$ — потенціал поверхні найбільшого наближення іонів [37]; $z = z_+ = z_-, z_+, z_-$ — валентності катіонів та аніонів; F_f — стала Фарадея; C — концентрація електроліту.

Направлену дію механізму масоперенесення, а саме дію енергетичних і фізичних полів застосовують для ефективного осушення вологого матеріалу. У праці [39] вплив середовища на тіло моделюють введенням примежового шару. Задача зводиться до розв'язування задачі спряження, що описує масоперенесення в навколишньому середовищі та пористому тілі. Визначено напружено-деформований стан у пористому шарі, вплив напружень на вологовміст у порах у процесі осушення, зміну параметра пористості та залежність напружено-деформованого стану від параметра пористості.

У роботах [40, 41] досліджують вплив електроосмосу на природне та конвективне сушіння пористого шару. Вивчено вплив кінетичних коефіцієнтів, характеристик електричного поля та температури на інтенсивність процесу осушення. Показано, що процес сушіння є двоетапний. Криві залежності відносної вологи від параметрів у часі мають злом. Точки злomu кривих залежності відносної вологості від часу відповідають переходу від першого до другого етапу сушіння.

Встановлено залежність критичного часу та відповідного значення вологості від характеристик матеріалу та напруженості електричного поля. Кількісне дослідження динаміки відносної вологості шару свідчить про зменшення часу сушіння порівняно з випадком, якщо електроосмос не враховано. При цьому зміна температури тіла за рахунок джоулевого розігріву є нехтовно мала.

4.4. Процес сушіння з урахуванням двофазної зони. Повну систему співвідношень для опису процесу осушення пористого пружного шару з урахуванням дисперсії розмірів пор на етапі процесу осушення, якщо формується двофазна зона, сформульовано в [42]. У результаті розв'язування спряженої задачі масоперенесення для дифузної та двофазної зон встановлено, що дисперсія розмірів пор, з якою пов'язано виникнення двофазної рідинно-газової зони, може суттєво впливати на перебіг процесу осушення. Визначено область значень структурних і кінетичних характеристик пористого тіла (розмірів пор, дисперсії та коефіцієнтів проникливості), для яких необхідно враховувати вплив дисперсії розмірів пор на процес осушення. Перенесення пари та повітря в дифузному шарі описують системою нелінійних рівнянь Стефана-Максвелла (4.14). Перенесення повітря та пари в газовій зоні $L_{\max} < y < L_0$ усередині шару також задовольняє рівнянням Стефана-Максвелла [5] (4.11).

У випадку моделі циліндричних капілярів різних радіусів на рухомій границі газ–двофазна зона $y = L_{\max}$ і у двофазній зоні вважають, що з огляду на велику площу контакту рідина–газ пара насичена

$$\rho_v = \rho_n \quad \text{поверхні} \quad y = L_{\max}, \quad (4.35)$$

де ρ_n — густина насиченої пари.

Без урахування дисперсії розмірів пор (у випадку моделі паралельних капілярів однакового радіуса) двофазна зона відсутня й $y = L_{\max}$ відповідає границі розділу рідина–газ. Границя розділу насичена рідиною — двофазна зона співпадає з поверхнею $y = L_{\min}$.

Кількісна оцінка показує, що в двофазній зоні (L_{\max}, L_{\min}) потік вологи підсмоктування визначається потоком рідини $\rho_L \frac{K_L}{\mu_L} g_L \frac{dP_k(y)}{dy}$. Потік вологи в газовій зоні визначається потоком пари j , який отримується з розв'язку задачі (4.11)-(4.13). Задача масоперенесення в двофазній зоні (L_{\max}, L_{\min}) зводиться до такої крайової задачі

$$\rho_L \frac{K_L}{\mu_L} g_L \frac{dP_k(y)}{dy} = j \quad (4.36)$$

за умови

$$r_f(L_0) = r_{\min}, \quad (4.37)$$

де K_L — коефіцієнт проникливості відносно рідини в двофазній зоні; μ_L — коефіцієнт в'язкості рідини; $P_k = (2\sigma \cos \tilde{\theta})/r_k$ — капілярний тиск; $\tilde{\theta}$ — кут змочування; r_k — радіус капілярів; σ — поверхневий натяг рідини; функція $g_L(y)$ визначає відносну частку насичених рідиною пор у перерізі y і записується через щільність розподілу $\phi(r)$ так: $g_L(y) = \int_{r_{\min}}^{r_f} \phi(r) dr$. Коефіцієнт проникності K_L

відносно рідини відповідно в перерізі y : $K_L(y) = \frac{k_{L0}}{r^2} \int_{r_{\min}}^{r_f} \phi(r)r^2 dr$, де k_{L0} — коефіцієнт проникності рідиною насиченого тіла, а $\overline{r^2} = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \phi(r)r^2 dr$. Тут r_f — критичний радіус пори. Для визначення динаміки в часі зовнішньої координати двофазної зони κ_m сформульовано відповідну задачу Коші, яка відображає баланс зміни маси вологі з її відтоком через зовнішню границю.

У результаті наближеного розв'язування нелінійної крайової задачі (4.36)-(4.37) отримано розподіл густини пари ρ_v за товщиною залежно від безрозмірної координати рухомої внутрішньої границі осушеної зони κ_m . Розв'язок задачі (4.36), (4.37) дозволяє знайти залежність безрозмірної координати κ_f розташування критичного радіуса r_f від координати κ_m границі контакту двофазної й осушеної зон і параметра $z_f = r_{\min}/r_f$. Кількісний аналіз одержаного розв'язку показав, що у процесі осушення ширина двофазної зони змінюється залежно від щільності розподілу розмірів пор у тілі, коефіцієнтів проникливості вологі в порах і відносної насиченості, тиску атмосферного повітря, коефіцієнтів дифузії, густини насиченої пари та в'язкості рідини за заданої температури, відношення мінімального та максимального радіусів пор. Найсуттєвіше цей вплив проявляється в рівномірному розподілі, оскільки як ширина двофазної зони, так і її зміни за такого розподілу є найбільші. Нормальний і показниковий розподіли можна трактувати як граничні випадки, за яких центри розподілів розміщені відповідно в зонах великих і малих радіусів пор. При цьому ширина двофазної зони є нехтовно мала.

Вплив дисперсії розмірів пор на осушення капілярно-пористих тіл досліджено в [43-45].

Іншою важливою технологічною властивістю матеріалу є збереження форми. Під час сушіння плоска форма згортається та приймає форму циліндричної. Експерименти показали, що в момент короблення вологовміст на протилежних поверхнях матеріалу різний. Поверхня, яка характеризується меншим вологовмістом, скорочується більше. У цьому випадку, окрім деформування об'єму, змінюється форма зразка. Щоб зменшити короблення однорідного матеріалу, необхідно створити однакову швидкість вологовіддачі з обох поверхонь [7].

Питання стійкості форми ізотропних та анізотропних пластин у процесі всихання розглянуто в роботах [46, 47]. Показано, що процес сушіння призводить до зниження ейлерової критичної сили.

Результати експериментального визначення ефективних величин радіусів пор, коефіцієнтів проникливості, коефіцієнтів дифузії капілярно-пористого матеріалу для деревини наведені в [10, 54].

5. Визначення ефективних радіусів капілярної системи [10, 54]. Закономірності фільтрації рідини та газу через деревину

Внаслідок складної структури капілярно-пористих матеріалів, яка характеризується різною величиною та неоднаковою геометричною формою провідних елементів, визначити величину радіусів капілярів, які беруть участь у перенесенні

вологи, неможливо. Капілярні моделі подають простір пор у вигляді системи каналів із певними геометричними властивостями.

У роботі [10] провідна капілярно-пориста система деревини умовно приймається за капілярну та замінюється гіпотетичним капіляром, який має ту ж величину проникливості, що і дослідний зразок. Це припущення дозволяє вважати, що площа перетину капілярів зразка по проникливості буде рівновеликою з площею поперечного перетину прийнятого гіпотетичного капіляра, радіус якого називають ефективним радіусом капілярної системи. Такий підхід дозволяє з експериментально отриманої величини розходу рідини знайти вираз для визначення

ефективного радіуса капілярної системи для нестисливої $r = \sqrt[4]{\frac{8}{\pi} \frac{\eta \Delta Q l}{\Delta S (P_1 - P_2)}}$ та

стисливої $r = \sqrt[4]{\frac{16}{\pi} \frac{\eta \Delta Q P_0 l}{\Delta S (P_1^2 - P_2^2)}}$ рідин, де ΔQ — розхід флюїду в $\text{см}^3/\text{с}$, який вимі-

рюється експериментально; l — довжина зразка в см; P — перепад тиску в $\text{г}/\text{см}^2$; η — динамічна в'язкість у пуазах (пуаз = $0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$). Ці рівняння дозволяють за наявності характеристики одномірного потоку визначити ефективні радіуси капілярної системи в різних напрямках фільтрації.

А. Стамм, із використанням фізико-динамічних методів вивчення капілярної структури деревини, показав, що максимальні ефективні діаметри отворів у мембранах пор у сітхенської ялини складали від 63 до 174 нм, для західного червоного кедрового від 11 до 23 нм, для аляскінського кедрового від 14 до 21 нм. Ці отвори достатні для проходження високодисперсних колоїдних розчинів. Проникнення мембрани залежить від її пористості, площі та товщини [54].

Однією з різновидностей капілярних моделей є системи паралельних капілярів різних радіусів. Врахувати вплив геометричних факторів дозволяє статистичний розгляд процесу в елементарному фізичному об'ємі на базі певної структурно-метричної моделі. Функція розподілу капілярів за радіусами корелюється з вимірюваними різними методами функціями розподілу пор за ефективними радіусами. З цим узгоджується метод вивчення фільтрації деревини за її усередненими характеристиками, який дозволяє не враховувати рух флюїду звивистими шляхами та перетоками і розглядати деревину як матеріал із гомогенними властивостями для вибраного напрямку фільтрації.

Щодо усушки та набухання рання деревина анізотропніша, ніж пізня. Різна природа ранніх і пізніх трахеїд відзначається дослідями В. Е. Москальової [54].

Н. А. Оснач встановив вищу проникливість вздовж волокон пізньої деревини порівняно з ранньою. Вплив температури на проникливість деревини визначали в роботі [54]. Перенесення вологи під дією градієнта температури вивчали у [7].

Врахувати вплив геометричних факторів дозволяє статистичний розгляд процесу в елементарному фізичному об'ємі на базі певної структурно-метричної моделі. Для опису капілярного масоперенесення приймають, що всі капіляри, незалежно від їх радіусів, зв'язані один із одним у кожному перерізі розвинутою системою мікропор [11].

6. Зовнішній тепловологообмін у процесі сушіння пористих тіл. Взаємодія тіла з агентом сушіння

На першому етапі конвективного сушіння температура тіла дорівнює температурі мокрого термометра (адіабатичного насичення). Експериментальні дослідження І. М. Федорова, Ф. М. Полонської показали, що коефіцієнт теплообміну в процесі сушіння більший, ніж коефіцієнт чистого теплообміну за тих же умов. У роботах О. В. Ликова [7], П. Д. Лебедева, Г. С. Шубіна [4] показано, що коефіцієнт теплообміну є стала величина тільки для періоду сталої швидкості сушіння. Для періоду падаючої швидкості він неперервно зменшується, наближаючись до величини теплообміну сухого тіла [56].

Тепломасообмін між осушуваним матеріалом і середовищем (сушильним агентом) є один із визначальних факторів процесу. Коефіцієнти теплообміну можна отримати безпосередньо з дослідів, аналітичним шляхом із використанням теорії примежового шару [55], а також із критеріальних рівнянь [7]. Теорія примежового шару [55] дає розв'язки різних задач гідродинамічного примежового шару. На основі експериментальних досліджень Н. С. Міхеєва та Б. М. Смольський вказали на вплив внутрішнього масоперенесення на поле парціальних тисків на початку процесу сушіння [7] і зробили висновок, що коефіцієнт тепловіддачі можна розрахувати на основі розв'язку задачі спряження.

Для узагальнення експериментальних даних під час опису процесу сушіння використовують також теорію подібності, яка дозволяє об'єднати фізичні величини, які характеризують процес, у безрозмірні комплекси. Отримані критерії розглядають як нові змінні, які відображають вплив як одиночних чинників, так і їх сукупності [7, 27]. Коефіцієнт теплообміну за вимушеного руху навколишнього середовища отримують з критерію Нуссельта Nu на основі критеріального рівняння $Nu = f(Re, Pr)$, побудованого за дослідними даними. Тут Re, Pr — критерії Рейнольдса та Прандтля відповідно.

Дослідами Ф. М. Полонської, А. В. Нестеренка [7, 13] встановлено, що в умовах вимушеної конвекції в критеріальних співвідношеннях треба ввести допоміжне число Gu (критерій Гухмана), яке враховує специфіку тепломасообміну в процесі випаровування. У результаті обробки численних експериментів із тепломасообміну деревини за вимушеного руху вологого газу А. В. Нестеренком встановлені такі співвідношення: для теплообміну $Nu = 2 + A Pr^{0,33} Re^n Gu^m$; для масообміну $Nu' = 2 + A'(Pr')^{0,33} Re^{n'} Gu^{m'}$, де $Gu = (T_c - T_M)/T_c$; T_c, T_M — температура середовища та матеріалу відповідно [16].

Число Прандтля $Pr = \nu / a = \mu / (\alpha \rho)$, де a — коефіцієнт температуропровідності, характеризує вплив фізичних властивостей середовища на конвективний теплообмін. Для масообміну $Pr' = \nu / D$, де D — коефіцієнт дифузії. Сталі для критеріїв Нуссельта наведені в таблиці.

Таблиця

| Re | A | n | m | A' | n' | m' |
|------------------------------------|-------|------|-------|--------|------|-------|
| $1 - 2 \cdot 10^2$ | 1,070 | 0,48 | 0,175 | 0,8300 | 0,53 | 0,135 |
| $3,15 \cdot 10^3 - 2,2 \cdot 10^4$ | 0,510 | 0,61 | 0,175 | 0,4900 | 0,61 | 0,135 |
| $2,2 \cdot 10^4 - 3,15 \cdot 10^5$ | 0,027 | 0,90 | 0,175 | 0,0248 | 0,90 | 0,135 |

Г. С. Шубіним для деревини отримано таку залежність $Nu = 0,106Pr^{0,33} \times Re^{0,8} Gu^{0,175}$, для чисел Пекле в межах $Re = 3,8 \cdot 10^{-3} - 1,063 \cdot 10^{-5}$ [4].

Численними дослідженнями [4, 7] було виявлено, що під час сушіння тонких дерев'яних матеріалів період сталої швидкості супроводжується періодом сталої температури. Коефіцієнт теплообміну та критерій Нуссельта для цього періоду сталі. Дослідження, проведені в пароповітряному середовищі за температури 80-245 °С, дали співвідношення

$$Nu = 0,072 Re^{0,8}. \quad (6.1)$$

Результати обробки експериментів показали, що зміни критерію Gu , який для реальних умов сушіння є достатньо великий, його вплив на теплообмін є незначний. Зі збільшенням критерію Re критерій Nu зростає незначно. Це означає, що за доволі високих швидкостей циркуляції вплив зміни швидкості повітря на теплообмін невеликий. Отже рівняння (6.1), яке охоплює діапазон Re до $2,3 \cdot 10^5$, достатньо універсальне (ним охоплений діапазон $t_c = 15 \div 250$ °С за швидкостей v до 8 м/с).

Інтенсивності тепло- та масообміну тіла з середовищем у процесі конвективного сушіння визначаються згідно закону Ньютона-Ріхмана

$$q = \alpha(t_c - t_{p.m}) = Nu \frac{\lambda_g}{l} \Delta t, \quad q' = \alpha'(p_{p.m} - p_c) = Nu' \frac{\lambda'_g}{l} \Delta p;$$

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_g} = \frac{q l}{\lambda_g \Delta t}, \quad Nu' = \frac{\alpha' l}{\lambda'_g} = \frac{q' l}{\lambda'_g \Delta p},$$

де Nu, Nu' — критерії Нуссельта конвективного тепло-та масообміну; q і q' — густини потоків тепла та маси речовини; $\Delta t = (t_c - t_{p.m})$ — різниця температур газу та поверхні тіла; $\Delta p = (p_{p.m} - p_c)$ — різниця парціальних тисків пари біля поверхні тіла та в агенті сушіння; l — визначальний розмір у напрямку потоку; λ, λ' — коефіцієнти тепло- та масопровідності; α, α' — коефіцієнти тепло- та масообміну тіла з середовищем.

Із врахуванням критеріальної залежності $Re = lv/v$, коефіцієнт теплообміну можна визначити з рівняння $\alpha = \frac{\lambda}{l} 0,072 \left(\frac{vl}{v} \right)^{0,8}$, де v — кінематична в'язкість, v — швидкість обдуву. Коефіцієнт вологообміну для деревини можна визначити за формулою $\alpha'_U = \frac{\alpha(t_c - t_M)}{r_0 \rho_{ym} (U_{\Gamma\Gamma} - U_r)}$, де U_r — рівноважний вологовміст у середовищі, ρ_{ym} — умовна густина матеріалу зразка. Тут коефіцієнт теплопровідності вологого газу обчислюється за формулою $\lambda = \lambda_0 + 0,0041\phi$, де λ_0 — коефіцієнт теплопровідності сухого газу, ϕ — відносна вологість. Коефіцієнт масопровідності

(коефіцієнт дифузії, віднесений до різниці парціальних тисків) обчислюється за формулою $\lambda' = a'_0 \frac{M_v T}{RT_0^2} \left(\frac{P_0}{p_b} \right)$, де a'_0 — коефіцієнт дифузії за нормальних умов, для водяної пари $a'_0 = 0,079$ м²/год; $M_v = 0,018$ кг/моль — молекулярна вага пари; $P_0 = 760$ мм. рт. ст. — повний барометричний тиск; $T_0 = 273,2$ К — абсолютна температура за нормальних умов; $R = 0,06237$ м³·мм. рт. ст./град·моль; $T = 273 + (t_c + t_p)/2$ — середня абсолютна температура прилежового шару; p_b — парціальний тиск сухої пари, (мм. рт. ст.).

7. Керування процесом сушіння

Оптимальні режимні параметри сушіння вибираються з урахуванням технологічних змін матеріалу, який підлягає сушінню. Залежно від технологічних вимог визначається режим сушіння. Якщо основною вимогою до якості матеріалу є відсутність тріщин, то режим вибирається відповідно до зміни структурно-механічних властивостей матеріалу.

На оптимальні режими сушіння капілярно-пористих матеріалів впливає усадка матеріалу внаслідок зміни вологості. Розвиток усадки для різних матеріалів відбувається по різному. Є матеріали (глина), в яких усадка починається на першому періоді сушіння. Тому під час сушіння керамічних виробів за критерій поверхневого тріщиноутворення вибирають вологообмінний критерій Кірпічова $Ki_m = j_{\Pi} R_v / a_m \rho_0 U_0$, який прямо пропорційний інтенсивності сушіння (випаровування) $j(\tau)$, відношенню об'єму до площі поверхні R_v і обернено пропорційний коефіцієнту дифузії вологи a_m . У критерій Кірпічова входять густина сухого матеріалу ρ_0 , початковий вологовміст U_0 , які вважаються заданими. На етапі сталої швидкості сушіння коефіцієнт дифузії залежить тільки від температури. Визначивши зміну коефіцієнта дифузії від температури будують сімейство кривих $Ki_m = f(t_c)$ для різних значень вологості ϕ за сталої швидкості руху повітря v сушильного агента. За різних температур отримують область режимів, за яких Ki_m менший, ніж гранично допустимий $Ki_{m \max}$. Збільшення швидкості зменшує область допустимих режимних параметрів t_c і ϕ . Швидкість руху вибирається за сумісного аналізу області допустимих режимів $Ki_m = f(\phi, v)$ із розрахунковими даними щодо розходу електроенергії [7]. Напружений стан у пористому матеріалі пов'язаний з розвитком усадки. Розвиток усадки для різних матеріалів відбувається по різному. Так, у цементному камені та деревині усадка зростає тільки тоді, якщо вологовміст матеріалу менший, ніж 30 %. Закон розвитку усадки може підпорядковуватися різним залежностям, наприклад, експоненціальному спаду [26].

Ефективним методом керування перенесенням речовини є зміна температурного градієнта всередині матеріалу [8, 21-23, 57-59]. Оптимальний режим сушіння визначається шляхом досліджень перенесення тепла, вологи всередині матеріалу, за яких напруження, що виникають у матеріалі, не перевищують гранично

допустимих. Дослідження тепломасообмінних і деформаційно-релаксаційних полів у процесі сушіння деревини проведено в [28, 29]. Вивчення граничних руйнуючих напружень і напружень тріщиноутворення проведено в [7, 9, 10, 13]. Закономірності теорії сушіння дозволяють зменшити витрати тепла, тривалість, розробити нові швидкісні способи сушіння. Підтримуючи потрібне значення поверхневої вологості, можна забезпечити задані значення допустимих напружень. Можна визначити такі режими сушіння, за яких різниця температур і тисків на поверхні та межі фазового переходу задовольняють певним обмеженням і мінімізують час повного сушіння матеріалу. У праці [58] розглянуто задачу мінімізації часу повного осушення пористого шару. Вивчено етап сушіння, який відповідає сформованим осушеній та рідинній зонам. За температурою на поверхні встановлено тиск на поверхні та температуру на межі фазового переходу, які забезпечують оптимальний час осушення шару за усталеного температурного режиму сушильного агента.

Для отримання безпечного процесу сушіння необхідно визначити оптимальні значення швидкості руху, відносної насиченості, температури агента сушіння, а також час зміни етапів керування.

8. Напружено-деформований стан капілярно-пористих матеріалів

У процесі сушіння матеріалів важливими є питання міцності капілярно-пористих матеріалів. У праці [41] сформульовано незв'язану задачу несиметричного осушення пористого шару, розв'язування якої полягає в послідовному знаходженні поля вологовмісту з визначенням напружено-деформованого стану за заданими вологісними дисторсіями. Вплив дисперсії розмірів пор враховується на першому етапі задачі осушення, яка формулюється з урахуванням конвективного, дифузійного та капілярного механізмів масоперенесення в порах. Цей вплив проявляється, зокрема, у виникненні між зонами осушених і насичених рідиною пор двофазної зони. Рівень напружень з урахуванням дисперсії розмірів пор вищий, ніж без такого врахування.

У монографії [62] викладені способи контролю напружень, які виникають під час осушення пиломатеріалів і зберігаються надалі у висушеному матеріалі. Визначення деформацій за змінної температури та вологості проведено в [63].

Відзначимо роботи школи професора Я. І. Соколовського, які стосуються визначення напружено-деформованого стану в'язко-пружних капілярно-пористих тіл, зокрема, деревини [63, 64, 66-75].

У праці [64] наведені результати експериментальних досліджень реологічних властивостей деревини з урахуванням анізотропії залежно від зміни температури та вологи. Для реологічної моделі деревини використовують рівняння лінійної в'язкопружності, яке включає безперервний розподіл релаксаційного спектра

$$R(\tau, T_0, U) = R_0(U) + \sum_{i=1}^n R_i(T_0, U_0) \left[1 - \frac{\tau a_U}{\tau_i} \right], \quad (8.1)$$

де U_0 — базова вологість матеріалу, R_i, R_0 — тривалий і миттєвий модулі релаксації. Для побудови узагальнених кривих повзучості деревини вздовж волокон на основі експериментально визначених деформацій значення модулів релаксації визначаються з співвідношення $R(\tau, T, U) = \bar{\varepsilon}(\tau)/\sigma$, де σ — задане значення; $\bar{\varepsilon}(\tau)$ — усереднене значення деформації повзучості. Модулі миттєвої пружності $E_M = \sigma/\varepsilon(\tau)$ для $\tau = 0$ уздовж волокон із ростом вологи U в інтервалі від 0 до 30 % зменшується за лінійним законом. Для $U > U_{\Gamma T}$ миттєві модулі пружності практично не змінюються. Зміна кількості вільної вологи не впливає на розміри взірця, а зв'язана гігроскопічна волога становить 30 %. Зміна температурно-вологісного поля зумовлює паралельне зміщення кривих повзучості вздовж осі $\ln t$, а це виражає сутність температурно-вологочасової аналогії для дослідження реологічних властивостей деревини вздовж волокон. Криві повзучості апроксимуються співвідношенням з ядром повзучості у вигляді суми $\varepsilon = \sigma \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i \times$
 $\times \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{0i} a(t, U)}\right) \right]$, де τ_{0i} — дискретний спектр часів релаксації для базових значень t_0, U_0 ; b_i — деякі коефіцієнти; $a(t, U)$ — функція релаксаційного зсуву.

Апроксимаційну залежність $a(t, U)$ для температури $t = 40$ °С для порід сосни, ялини, берези, дуба подано у вигляді $a(t, U) = (U_0/U)^b \times$
 $\times \frac{\ln\{50[1 - E_T(U_0)/E_M(U_0)]\}}{\ln\{50[1 - E_T(U)/E_M(U)]\}}$, де b — коефіцієнт, який залежить від породи деревини та виду навантаження. Подані значення коефіцієнта b_i для різних порід деревини. Рівняння регресії $a(t, W)$ прийнято у вигляді

$$\ln a(\bar{t} \bar{U}) = \alpha_1 \bar{t} + \alpha_2 \bar{t}^2 + \alpha_3 \bar{U} + \alpha_4 \bar{U}^2 + \alpha_5 \bar{t} \bar{U}, \quad \bar{t} = t - t_0, \quad \bar{U} = U - U_0,$$

$$\alpha_1 = 0,167715; \quad \alpha_2 = 0,00375; \quad \alpha_3 = 2,97143; \quad \alpha_4 = -0,73584; \quad \alpha_5 = 0,01796.$$

Наведені результати експериментальних досліджень реологічної поведінки деревини впоперек волокон для широкого діапазону зміни температурно-вологісного поля.

Метод розрахунку напружень, зумовлених наявністю вологи у деревині в процесі її сушіння, наведено в роботі [65]. Задача зводиться до розв'язування рівняння вологоперенесення

$$C \rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(a_m \frac{\partial U}{\partial z} \right).$$

Коефіцієнт вологоперенесення a_m і термодинамічна характеристика C залежать від вмісту вологи та температури. Розподіл вологи задовольняє граничні

умови $a_m dU/dz = \alpha'(U_R - U_p)$, де a_m, α' — коефіцієнти вологопровідності та вологообміну; U_R — вологість поверхні; U_p — рівноважний вологовміст.

В'язкопружне деформування описано лінійним інтегральним рівнянням $\varepsilon_{ij} = \int_0^t R_{ijkl}(t - \tau, U(\tau, t)) d\sigma_{kl}(\tau, x) + \beta_{ij}(U(t, x) - U_0)$, де $\varepsilon_{ij}, \sigma_{kl}$ — тензори деформацій і напружень у шарі, $R_{ijkl}(t, U)$ — функція повзучості, $R_{ijkl}(0, U) = A_{ijkl}$ — тензор піддатливості. Вважаючи пластину в'язкопружним матеріалом, використано метод вологісно-часової аналогії. Ядро повзучості з урахуванням вологісно-часової аналогії прийнято у вигляді

$$R(T_0, U, \tau) = R_0(U) + \frac{R(T_0, U_0)}{N} \left[N - \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{\tau a_u}{\tau_i}\right) \right],$$

де

$$\ln a_u = \ln\left(\frac{10}{U}\right)^{0,65} \frac{\ln(1 - E(U)/E_0) - \ln(1 - E(U))}{\ln(1 - E(U_0)/E_0) - \ln(1 - E(U_0))}, \quad (8.3)$$

$E_0 = 1,63$; $E(U) = 0,6 + 1,63 \exp(-0,5\sqrt{U})$; $R_0(U)$ — значення миттєвої піддатливості; $R(T_0, U_0)$ — значення рівноважної піддатливості; a_u — коефіцієнт вологочасової редуції; N — кількість членів релаксаційного дискретного ряду $(1 - \exp(\tau a_u / \tau_i))$, τ_i — час релаксації. Враховуючи умови рівноваги й умови сумісності деформацій

$\frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij}(t, z) dz = 0$, $\varepsilon_{ij}(t, z) = \langle \varepsilon_{ij}(t, z) \rangle$, задача в'язкопружності зводиться до задачі пружності шаруватого середовища [66].

Показано, що величина диференціальної усадки залежить від НДС для капілярно-пористих тіл ізотропних матеріалів [62]. Аналітичний розрахунок і дослідження впливу анізотропії фізико-механічних властивостей деревини на зв'язок диференціальної усадки з напружено-деформованим станом для пиломатеріалів у різних температурно-вологісних умовах наведено у працях [67, 68, 73].

Вологовміст на етапі регулярного процесу приймають параболічним

$$U|_{F_0=0,1} = U_u - \left[1 - \left(\frac{x - a/2}{a/2} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{y - b/2}{b/2} \right)^2 \right] (U_u - U_{\Pi}),$$

U_u, U_{Π} — вологовміст у центрі та на поверхні матеріалу, a, b — ширина та товщина тіла. Ядро реологічної поведінки деревини взято у вигляді $R(\tau' - \tau) = \Xi e^{-\mu^*(\tau' - \tau)}$, де Ξ — параметр релаксації; μ^* — реологічний параметр ядра. Параметри ядра $R(t)$ отримані з експериментів. Узагальнено метод скінченних елементів для визначення плоского напружено-деформованого стану з урахуванням анізотропії

властивостей і реологічної поведінки деревини в нестационарних температурно-вологісних умовах. Наведені результати числового експерименту динаміки розподілу НДС і диференціальної усадки залежно від геометричних розмірів та анізотропії фізико-механічних властивостей деревини.

У роботі [74] метод скінченних елементів застосовано для послідовного розв'язування двох двовимірних задач. Перша задача моделює зміну температурно-вологісних полів у процесі сушіння, а друга враховує результати обчислень першої та моделює розподіл деформаційно-релаксаційних полів, зумовлених зміною температури та вмісту вологи. Сформульовано та визначено двовимірний напружено-деформований стан деревини з урахуванням реологічних властивостей матеріалу й анізотропії фізико-механічних характеристик в умовах неізотермічного тепломасоперенесення, досліджено вплив розподілу гігроскопічної вологи, геометричних розмірів і структурної анізотропії на величини нормальних і тангенціальних напружень.

Висновки. Під час побудови математичної моделі процесу конвективно-теплого сушіння пористих матеріалів необхідно: встановити тип пористого тіла, підвид сушіння, взаємодію тіла з агентом сушіння, взаємозв'язок процесів зміни вологи та тепла в тілі. Вибираючи модель слід врахувати форми зв'язку вологи з матеріалом залежно від величини пор і функції розподілу пор за радіусами; термочутливість тіла. Характеристики моделі повинні бути узгоджені з відповідними експериментальними результатами. Під час вибору режиму сушіння врахувати механізми перенесення вологи, зокрема, молекулярну течію пароповітряної суміші шляхом дифузії й ефузії (якщо радіус капілярів тіла менший, ніж 10^{-5} см) та відповідні потенціали. Якщо в тілі є капіляри радіуса, більшого від 10^{-5} см, то переважає дифузійно-ефузійний механізм перенесення. За наявності макрокапілярів дифузійне перенесення пари ускладнюється тепловим ковзанням. Врахування цих фактів відобразиться на виборі кінетичних ефективних коефіцієнтів. Від поверхні тіла в навколишнє середовище перенесення відбувається, в основному, молярним шляхом. У зв'язку з цим коефіцієнт масопровідності в зоні випаровування — примежовий шар значно більший від молекулярного коефіцієнта.

Залежно від типу тіла, його механічних і міцнісних властивостей необхідно вибрати оптимальні критерії перенесення вологи в процесі сушіння. У зв'язку з різними підходами відносно вибору критеріїв міцності пористих матеріалів, необхідне аналітично-числове дослідження напружено-деформованого стану, як в пружній, так і в пружно-пластичній області деформування.

За змінної у часі температури агента сушіння вологість і швидкість руху впливають, як на час сушіння, так і на якість матеріалу. Тому потрібно знайти такий режим, щоб за мінімальної тривалості сушіння та найменших витрат тепла отримати найкращі технологічні властивості матеріалу.

Ці фактори можна врахувати, якщо задачу конвективно-теплого сушіння ставити та розв'язувати як задачу зі змінними границями з урахуванням фазових переходів.

Література

- [1] Білей, П. В. Конвективный способ сушки. Сушка древесины: довідник / П. В. Білей. — Київ: Тристан, 2004. — С. 111-114.
- [2] Воронов, В. Г. Автоматическое управление процессами сушки / В. Г. Воронов, З. Н. Михайлецкий. — Киев: Техника, 1982. — 111 с.
- [3] Воронов, В. Г. Автоматизация тепловых процессов в производстве строительных материалов / В. Г. Воронов, В. А. Сафаров. — Киев: Техника, 1975. — 143 с.
- [4] Шубин, Г. С. Физические основы и расчет процессов сушки древесины / Г. С. Шубин. — Москва: Лесная промышленность, 1973. — 248 с.
- [5] Неймарк, А. В. О взаимном распределении жидкости и газа в капиллярно-пористых материалах / А. В. Неймарк, Л. И. Хейфец // Доклады АН СССР. — 1976. — Т. 228, № 1. — С. 135-139.
- [6] Горобцова, Н. Е. Общие уравнения адсорбции для различных материалов, водных растворов солей и кислот. Интенсификация сушильно-термических процессов / Н. Е. Горобцова. — Минск: 1986. — С. 30-41.
- [7] Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. — Москва: Энергия, 1968. — 471 с.
- [8] Муштаев, В. И. Основные теоретические положения конвективной сушки и уточненный метод расчета сушильных аппаратов / В. И. Муштаев. — Москва: Наука, 1971. — 81 с.
- [9] Журавлева, В. П. Массоперенос при термообработке и сушке капиллярно-пористых строительных материалов / В. П. Журавлева. — Минск: 1972. — 189 с.
- [10] Оснач, Н. А. Проницаемость и проводимость древесины / Н. А. Оснач. — Москва: Лесная промышленность, 1965. — 181 с.
- [11] Хейфец, Л. И. Многофазные процессы в пористых средах / Л. И. Хейфец, Ф. М. Неймарк. — Москва: Химия, 1982. — 20 с.
- [12] Лыков, А. В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах / А. В. Лыков. — Москва: Госиздат. техн.-теорет. лит., 1954. — 296 с.
- [13] Лыков, А. В. Теплообмен в процессах сушки / А. В. Лыков. — Москва-Ленинград: Госэнергоиздат, 1956. — 64 с.
- [14] Лыков, А. В. Теоретические основы теоретической теплофизики / А. В. Лыков. — Минск: Изд. АН БССР, 1961. — 32 с.
- [15] Луцки, П. П. Уравнения теории сушки деформируемых твердых тел / П. П. Луцки // Промышленная теплотехника. — 1985. — Т. 7, № 6. — С. 8-20.
- [16] Луцки, П. П. Массотермическое деформирование капиллярно-пористых коллоидных тел в процессах сушки / П. П. Луцки // Теплообмен-VII. — Минск: 1984. — С. 90-93.
- [17] Луцки, П. П. Исследование процессов теплообмена при сушке капиллярно-пористых тел с учетом внутренних напряжений / П. П. Луцки // Теплообмен ММФ. Проблемные доклады, секц. 6, 7. — Минск: 1988. — С. 184-197.
- [18] Кречетов, И. В. Сушка древесины перегретым паром / И. В. Кречетов, Б. С. Царев // Деревообрабатывающая промышленность. — 1955. — № 12. — С. 21-24.
- [19] Леонтьев, Н. Л. Влияние высокотемпературных режимов на физико-механические свойства древесины / Н. Л. Леонтьев // Деревообрабатывающая промышленность. — 1956. — № 10. — С. 21-25.
- [20] Леонтьев, Н. Л. Влияние высокотемпературной сушки древесины сосны на ее физико-механические свойства / Н. Л. Леонтьев // Деревообрабатывающая промышленность. — 1957. — № 6. — С. 15-23.
- [21] Микит, Э. А. Интенсификация сушки пиломатериалов в камерах периодического действия / Э. А. Микит, К. К. Уманис. — Москва-Ленинград: Гослесбумиз, 1967. — 105 с.
- [22] Краткое руководство по внедрению высокотемпературной сушки пиломатериалов, ЦНИИМОД. — Архангельск, 1961. — 60 с.
- [23] Серговский, П. С. О рациональных режимах сушки пиломатериалов в высокотемпературных сушильках / П. С. Серговский // Деревообрабатывающая промышленность. — 1962. — № 1. — С. 3-7. — № 2. — С. 5-9.

- [24] *Ананьин, П. И.* Высокотемпературная сушка древесины / *П. И. Ананьин, В. Н. Петри.* — Москва: Гослесбумиздат, 1963. — 125 с.
- [25] *Уголев, Б. Н.* Контроль напряжений при сушке древесины / *Б. Н. Уголев, Ю. Г. Лапшин, Е. В. Кротов.* — Москва: Лесн. пром-сть, 1980. — 208 с.
- [26] *Уголев, Б. Н.* Деформативность древесины и напряжения при сушке / *Б. Н. Уголев.* — Москва: Лесн. пром-сть, 1971. — 176 с.
- [27] *Соколовський, Я. І.* Взаємозв'язок деформаційно-релаксаційних процесів у капілярно-пористих тілах / *Я. І. Соколовський* // Доповіді НАНУ. Математика, природознавство, технічні науки. — 1998. — № 9. — С. 76-80.
- [28] *Соколовський, Я. І.* Дослідження вологісних і залишкових напружень у деревині / *Я. І. Соколовський, Б. П. Поберейко* // Наук. вісник: УкрДЛТУ. — Львів, 1998. — Вип. 8.1. — С. 196-207.
- [29] *Бурак, Я.* До математичного моделювання процесу сушки пористих тіл / *Я. Бурак, В. Кондрат, Б. Гайвась* // Інформативно-математичне моделювання складних систем. — Львів: Сплайн, 2002. — С. 153-159.
- [30] Кинетика сушки пористой частицы с учетом капиллярных свойств / *Ф. В. Неймарк, Л. М. Письмен, В. Е. Бабенко, Л. И. Хейфец* // Теоретические основы химической технологии. — 1975. — Т. 9, № 3. — С. 369-374.
- [31] Электроосмос в капиллярно-пористых телах / *В. И. Пятякин, С. М. Базаров, С. В. Авдашкевич, У. У. Сугаипов* // Материалы 4-ого Минского международного форума по тепло- и массообмену. Теплообмен в капиллярно-пористых телах. — Т. 8. — С. 170-174.
- [32] *Бернацкий, А. Ф.* Электрические свойства бетона / *А. Ф. Бернацкий, Ю. В. Целебровский, В. А. Чунчин.* — Москва: Энергия, 1980. — 88 с.
- [33] *Духин, С. С.* Электропроводность и электрокинетические свойства дисперсных систем / *С. С. Духин.* — Киев: Наук. думка, 1975. — 245 с.
- [34] *Liapis, F. I.* Film mass transfer coefficient expression for electroosmotic flows / *F. I. Liapis, V. A. Grimes* // *J. Colloid and Interface Sci.* — 2000. — Vol. 229, No 2. — P. 540-543.
- [35] *Минин, О. В.* Теоретическое обоснование возможности индцирования пондеромоторной термодинамической силы в твердом теле и газе / *О. В. Минин* // ИФЖ. — 2003. — Т. 76, № 5. — С. 11-16.
- [36] Фізико-математичне моделювання складних систем / *Я. Бурак, Є. Чапля, Т. Нагірний* та інші; під ред. *Я. Бурака* та *Є. Чаплі.* — Львів: СПОЛЮМ, 2004. — 264 с.
- [37] *Фридрихсберг, Д. А.* Курс коллоидной химии / *Д. А. Фридрихсберг.* — Ленинград: Химия, 1974. — 352 с.
- [38] *Гайвась, Б. І.* До математичного моделювання та вивчення процесу осушення пористих тіл / *Б. І. Гайвась, Я. Й. Бурак, В. Ф. Кондрат* // Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології. — 2005. — Вип. 1. — С. 20-29.
- [39] *Бурак, Я. Й.* Математична модель сушки пористого шару з врахуванням обмежень на параметри напружено-деформованого стану / *Я. Й. Бурак, Б. І. Гайвась* // Механіка середовища, методи комп'ютерних наук. — 2004. — С. 12-26.
- [40] *Гайвась, Б. І.* Про вплив електроосмосу на двостороннє конвективне осушення пористого шару / *Б. І. Гайвась* // Волинський математичний вісник. Серія А. — 2004. — Вип. 2(11). — С. 74-85.
- [41] До вивчення впливу зовнішнього електричного поля на сушіння пористих тіл / *В. Ф. Кондрат, Б. І. Гайвась, Ю. М. Губер, Б. М. Гнідець* // Наук. вісник. — Львів: УкрДЛТУ, 2006. — Вип. 16.2. — С. 97-107.
- [42] *Бурак, Я.* Вплив дисперсії розмірів пор на початковий етап процесу осушення пористих тіл / *Я. Бурак, Б. Гайвась, В. Кондрат* // Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології. — 2005. — Вип. 2. — С. 7-17.
- [43] *Гайвась, Б.* Урахування впливу дисперсії розмірів пор на процес осушення пористого шару / *Б. Гайвась* // Прикладні проблеми механіки і математики. — 2007. — Вип. 7. — С. 103-112.
- [44] *Гайвась, Б.* Вплив дисперсії розмірів пор на напружено-деформований стан при несиметричному осушенні / *Б. Гайвась* // Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології. — 2007. — Вип. 5. — С. 19-28.

- [45] *Гайвась, Б. І.* Вплив дисперсії розмірів пор на напружено-деформований стан пористого шару при симетричному та несиметричному осушенні / *Б. І. Гайвась* // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. — Львів: 2006. — С. 67-68.
- [46] *Гайвась, Б.* Напружений стан та стійкість пористих пластин при великих прогинах у процесі всихання / *Б. Гайвась, І. Гайвась* // *Машинознавство*. — 2006. — Вип. 9-10. — С. 43-48.
- [47] *Гайвась, Б.* Про напружений стан та стійкість пористої анізотропної пластини в процесі осушення / *Б. Гайвась* // *Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології*. — 2006. — Вип. 4. — С. 12-24.
- [48] *Kowalski, S. J.* Problemy matematycznego modelowania procesu suszenia zawilżonych ósrodków kapilarno-porowatych na przykładzie suszonej konwekcyjnie płyty / *S. J. Kowalski, G. Musielak* // *Engng Transactions*. — 1988. — v. 36, No 2. — S. 239-252.
- [49] *Musielak, G.* Modelowanie i symulacja numeryczna zjawisk transportu oraz naprężeń suszarniczych w materiałach kapilarno-porowatych / *G. Musielak*. — Poznań: Wyd-wo Politechniki Poznańskiej, 2004. — 150 s.
- [50] *Сажин, Б. С.* Основы теории сушки / *Б. С. Сажин*. — Москва: Химия, 1989. — 20 с.
- [51] *Акулич, А. В.* Моделирование тепломассопереноса в капиллярно-пористых материалах / *А. В. Акулич, Н. Н. Гринчик* // *ИФЖ*. — 1998. — Т. 71, № 1. — С. 225-233.
- [52] *Павлюкевич, Н. В.* О кинетической теории процессов переноса в пористых средах / *Н. В. Павлюкевич* // *ИФЖ*. — 1993. — Т. 4, № 6. — С. 763-766.
- [53] *Мартынченко, О. Г.* Тепло- и массоперенос в пористых средах / *О. Г. Мартыненко, Н. В. Павлюкевич* // *ИФЖ*. — 2003. — Т. 76, № 1. — С. 5-11.
- [54] *Харук, Е. В.* Проницаемость древесины газами и жидкостями. — Новосибирск: Наука, 1976. — 188 с.
- [55] *Шлихтинг, Г.* Теория пограничного слоя / *Г. Шлихтинг*. — Москва: Наука, 1974. — 308 с.
- [56] *Куц, П. С.* Изменение критериев тепломассообмена в процессе сушки капиллярно-пористых материалов. Процессы сушки капиллярно-пористых материалов / *П. С. Куц*. — Минск: 1990. — С. 3-8.
- [57] *Микит, Э. А.* Интенсификация камерной сушки пиломатериалов / *Э. А. Микит, К. К. Уманис*. — Москва: Лесная промышленность, 1967. — 305 с.
- [58] *Гайвась, Б.* Оптимізація процесу осушення пористого шару / *Б. Гайвась* // *Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології*. — 2007. — Вип. 6. — С. 44 -52.
- [59] *Пижурич, А. А.* Оптимизация технологических процессов деревообработки / *А. А. Пижурич*. — Москва: Лесная промышленность, 1975. — 312 с.
- [60] *Егоров, А. И.* Математические методы оптимизации процессов теплопроводности и диффузии / *А. И. Егоров, Р. Р. Рафатов*. — Фрунзе, 1990. — 336 с.
- [61] *Муштаев, В. И.* Основные теоретические положения конвективной сушки и уточненный метод расчета сушильных аппаратов / *В. И. Муштаев*. — Москва, 1971. — 81 с.
- [62] *Уголев, Б. Н.* Контроль напряжений при сушке древесины / *Б. Н. Уголев, Ю. Г. Лапшин, Е. В. Кротов*. — Москва: Лесн. пром-сть, 1980. — 208 с.
- [63] *Лапшин, Ю. Г.* Некоторые задачи деформирования материалов при переменной температуре и влажности / *Ю. Г. Лапшин* // *Известия вузов. Лесной журнал*. — 1970. — Т. 1. — С. 45-50.
- [64] *Соколовський, Я. І.* Методика та результати експериментальних досліджень реологічної поведінки деревини / *Я. І. Соколовський, Й. В. Андрашек* // *Науковий вісник УДЛТУ*. — 1999. — Вип. 9.13. — С. 15-26.
- [65] *Соколовський, Я. І.* Розрахунок вологісних напружень в деревині / *Я. І. Соколовський* // *Науковий вісник УДЛТУ*. — 1997. — Вип. 6. — С. 45-49.
- [66] *Штраус, В. Д.* Вычисление временных функций наследственности путем применения обратного преобразования Лапласа / *В. Д. Штраус* // *Механика композитных материалов*. — 1980. — № 1. — С. 148-152.
- [67] *Дендюк, М. В.* Аналіз напружено-деформівного стану та диференціальної усадки в період регулярного режиму сушіння пиломатеріалів / *М. В. Дендюк, Б. П. Поберейко, Я. І. Соколовський* // *Науковий вісник УДЛТУ*. — 2002. — Вип. 12.8. — С. 140-146.

- [68] *Поберейко, Б. П.* Вплив анізотропії деревини на залежність диференціальної усадки з напружено-деформівним станом у висушуваних пиломатеріалах / *Б. П. Поберейко, Я. І. Соколовський* // Науковий вісник УДЛТУ. — 2002. — Вип. 12.5. — С. 162-167.
- [69] *Соколовський, Я. І.* Дослідження плоского напружено-деформативного стану деревини в процесі сушіння / *Я. І. Соколовський* // Науковий вісник УДЛТУ. — 1997. — Вип. 8. — С. 161-168.
- [70] *Соколовський, Я. І.* Аналіз напружено-деформативного стану пиломатеріалів в процесі сушіння / *Я. І. Соколовський* // Науковий вісник УДЛТУ. — 1998. — Вип. 8.1. — С. 156-165.
- [71] *Кулешик, Я. Ф.* Дослідження повних поверхневих напружень, що виникають при сушінні букових заготовок / *Я. Ф. Кулешик, В. М. Ганцюк* // Науковий вісник УДЛТУ. — 2000. — Вип. 9.13. — С. 75-78.
- [72] *Соколовський, Я. І.* Результати експериментальних досліджень оберненої повзучості та складових деформацій деревини поперек волокон / *Я. І. Соколовський, М. В. Дендюк* // Лісове господарство, лісова та паперова промисловість. — 2002. — Вип. 27. — С. 73-77.
- [73] *Соколовський, Я. І.* Моделювання деформаційно-релаксаційних процесів у деревині під час сушіння / *Я. І. Соколовський, М. В. Дендюк, Б. П. Поберейко* // Науковий вісник УДЛТУ. — 2004. — Вип. 14.1. — С. 48-57.
- [74] *Соколовський, Я. І.* Чисельне моделювання деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних полів у висушуваній деревині методом скінченних елементів / *Я. І. Соколовський, А. В. Бакалець* // Науковий вісник УДЛТУ. — 2005. — Вип. 15.4. — С. 148-155.

Mathematical modelling of materials convective drying with allowance for coupled mechanical, thermal and diffusive processes

Bogdana Hayvas

Published data on modelling and controlling the process of convective thermal drying of porous bodies is presented. The main attention is paid to the presentation of experimental, approximate analytical and numerical research methods. The models of drying wet materials are described by the one- and multi continuum approaches. The known models are analyzed and conclusions are drawn as to the construction of the more efficient mathematical model adapted for optimization of convective thermal drying process of porous bodies under nonstationary regime of a drying agent.

Математическое моделирование конвективной сушки материалов с учетом механотермодиффузионных процессов

Богдана Гайвась

Приведены сведения из литературных источников относительно моделирования и управления процессом конвективно-тепловой сушки пористых тел. Основное внимание уделено освещению экспериментальных, приближенных, аналитических и числовых методов исследований. Описаны модели процесса сушки влажных материалов с использованием одно- и многоконтинуального подходов. Проанализированы известные модели и сделаны выводы относительно построения более рациональной математической модели, адаптированной для оптимизации процесса конвективно-тепловой сушки пористых тел при нестационарном режиме сушильного агента.

Отримано 7.12.09