

## Вплив теплопровідності заповнювача міжповерхневого просвіту на термопружний контакт тіл за теплового потоку, спрямованого до матеріалу з більшою термічною дистортивністю

Костянтин Чумак<sup>1</sup>, Ростислав Мартиняк<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Інститут прикладних проблеми механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

<sup>2</sup> д. ф.-м. н., Інститут прикладних проблеми механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

(Представлено професором В. Чекуріним)

*Контактну задачу термопружності про взаємодію півпросторів за наявності між ними теплопроникного зазору, коли тепловий потік спрямовано до матеріалу з більшою термічною дистортивністю, зведено до системи нелінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно висоти просвіту та стрибка температури між його берегами. Розроблено аналітико-числову методику розв'язання цієї системи інтегро-диференціальних рівнянь. Проаналізовано вплив теплопровідності середовища, що заповнює зазор, на контактні параметри розглянутої структури.*

**Ключові слова:** контактна термопружна взаємодія, виїмка, міжповерхневий просвіт, теплопроникний заповнювач, термічна дистортивність, сингулярні інтегро-диференціальні рівняння.

**Вступ.** У праці [1] уперше було звернуто увагу на те, що контактна термомеханічна поведінка тіл істотно залежить від напрямку контактного теплового потоку та співвідношення між термічними дистортивностями матеріалів. Термічна дистортивність  $\delta = \alpha(1 + \nu)/\lambda$  (тут  $\alpha, \nu, \lambda$  — відповідно коефіцієнти лінійного теплового розширення, Пуассона та теплопровідності) характеризує вільне термічне викривлення лінійного елемента, що зумовлене перпендикулярним до нього стаціонарним тепловим потоком одиначної інтенсивності. Вивченню якісних закономірностей термопружної взаємодії тіл неузгодженої форми, що мають різні термічні дистортивності, за локального контакту присвячено низку праць [2-5]. Розглянуто вплив неідеального теплового контакту берегів тріщини між компонентами біматеріалу з різними термічними і механічними характеристиками на розподіл напружень в околі вершин дефекту [6]. Розвинуті в працях [7-10] методи дослідження взаємодії тіл із узгодженими поверхнями дають змогу вивчати вплив теплопровідного заповнювача локального просвіту між тілами на особливості їх термопружної взаємодії. Раніше авторами було досліджено термомеханічну поведінку структур з однаковими термічними дистортивностями матеріалів [11].

Також розглянуто випадок, коли термічні дистортивності різні, а тепловий потік напрямлений у бік матеріалу з меншою термічною дистортивністю [12], та вивчено, як впливає теплопровідність заповнювача просвіту та величина теплового потоку на контактні параметри системи.

Нижче розглянуто термопружну контактну взаємодію двох тіл, поверхня одного з яких має плитку виїмку, за дії теплового потоку, спрямованого до тіла з більшою термічною дистортивністю.

### 1. Формулювання контактної задачі

Розглянемо два пружні ізотропні півпростори, межа одного з яких плоска, а межа іншого вздовж нескінченної смуги  $x \in [-b, b]$  має плитку положу виїмку (рис. 1а),

форма якої описується функцією  $r(x) = r_0 \left(1 - x^2/b^2\right)^{3/2}$ ,  $r_0 \ll b$ . Тіла контактують за умов плоскої деформації під дією заданих на нескінченності нормальних до поверхні розмежування стискальних напружень  $p^\infty$  і стаціонарного однорідного теплового потоку  $q^\infty$ . Окрім того, на безмежності до півпростору  $D_k$  ( $k = 1, 2$ )

прикладено лінійно залежні від координати напруження  $\sigma_x^\infty = \frac{\alpha_k E_k q^\infty}{\lambda_k (1 - \nu_k)} y$ , які

компенсують глобальне термічне викривлення тіл, зумовлене тепловим потоком  $q^\infty$  (тут  $E_k$  — модуль Юнга матеріалу  $D_k$ ). Раніше [12] вивчено термопружний контакт таких тіл у разі, коли тепловий потік скерований до матеріалу з меншою термічною дистортивністю. Тут розглянемо випадок, коли потік скеровано до тіла з більшою дистортивністю, тобто  $q^\infty (\delta_1 - \delta_2) > 0$ .

Зважаючи на те, що в тілах реалізується двовимірне поле температури та стан плоскої деформації, розглядатимемо контакт двох півплощин  $D_1$  і  $D_2$ , утворених

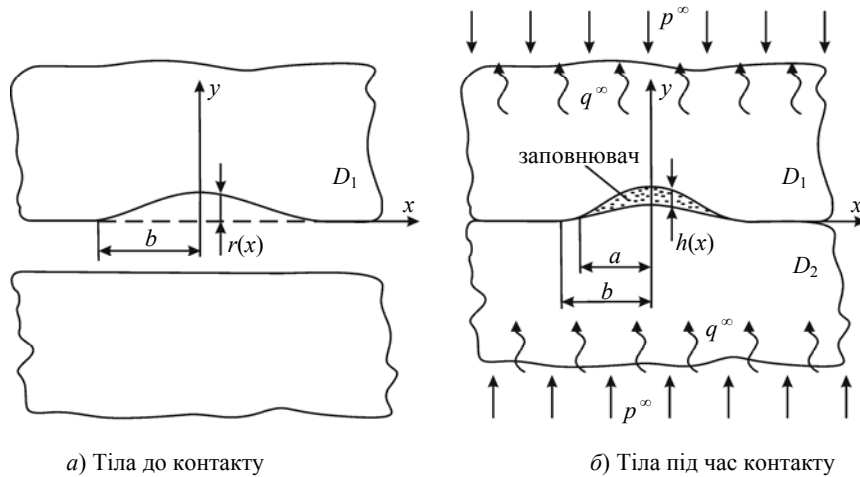


Рис. 1

перетином півпросторів площиною, яка перпендикулярна до твірної виїмки. Внаслідок початкової нерівності межі одного з тіл між їхніми поверхнями утвориться зазор (рис. 1б), висота  $h(x)$  і довжина якого  $2a$  ( $a < b$ ) наперед невідомі та залежать від прикладених механічного та термічного навантажень. Просвіт заповнюється теплопровідним середовищем, яке не чинить тиску на тіла. З огляду на малу висоту зазору вплив його заповнювача на теплообмін між тілами моделюватимемо термоопором  $R(x) = \lambda_3 / h(x)$ , де  $\lambda_3$  — коефіцієнт теплопровідності міжконтактного середовища. Поза просвітом між півплощинами реалізується ідеальний тепловий і безфрикційний механічний контакт.

Враховуючи сказане вище, крайові умови розглянутої задачі запишемо у вигляді

- на ділянках контакту  $|x| \geq a$

$$T^-(x, 0) = T^+(x, 0), \quad q_y^-(x, 0) = q_y^+(x, 0); \quad (1)$$

$$\sigma_y^+(x, 0) = \sigma_y^-(x, 0), \quad \tau_{xy}^-(x, 0) = \tau_{xy}^+(x, 0) = 0; \quad (2)$$

$$v^+(x, 0) = v^-(x, 0) - r(x), \quad a \leq |x| < b, \quad v^+(x, 0) = v^-(x, 0), \quad |x| \geq b; \quad (3)$$

- на ділянці міжконтактного зазору  $|x| < a$

$$T^-(x, 0) - T^+(x, 0) = \frac{h(x)}{\lambda_3} q_y^+(x, 0), \quad q_y^+(x, 0) = q_y^-(x, 0); \quad (4)$$

$$\sigma_y^+(x, 0) = 0, \quad \sigma_y^-(x, 0) = \sigma_y^+(x, 0), \quad \tau_{xy}^+(x, 0) = 0, \quad \tau_{xy}^-(x, 0) = 0; \quad (5)$$

- на нескінченності

$$q_x^\infty = 0, \quad q_y^\infty = q^\infty; \quad (6)$$

$$\sigma_x^\infty = \frac{\alpha_k E_k q^\infty}{\lambda_k (1 - \nu_k)} y, \quad \sigma_y^\infty = -p^\infty, \quad \tau_{xy}^\infty = 0. \quad (7)$$

Тут  $T$  — температура;  $q_x, q_y$  — компоненти вектора теплового потоку;  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  — компоненти тензора напружень;  $u, v$  — компоненти вектора переміщень;  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$  — оператор Лапласа;  $k = 1, 2$ ; символами «+» та «-» позначено граничні значення функції у разі прямування точки до осі  $Ox$  у верхній і нижній півплощинах ( $y \rightarrow \pm 0$ ).

## 2. Методика розв'язування задачі

Згідно методу функцій міжконтактних зазорів [10] температуру, теплові потоки, напруження та похідні від переміщень у тілах подамо, використовуючи комплексні потенціали Колосова-Мусхелішвілі, через висоту початкового й актуального просвітів  $r(x)$  та  $h(x)$  і стрибок температури  $\gamma(x) = T^-(x, 0) - T^+(x, 0)$  між берегами зазору

$$T = \operatorname{Re} \left( F(z) + \frac{iq^\infty}{\lambda_k} z \right), \quad q_x - iq_y = -\lambda_k F'(z) - iq^\infty;$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 4 \operatorname{Re} \Phi_k(z) - p^\infty, \quad \sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi_k(z) - \Phi_k(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Phi_k'(z)} - p^\infty;$$

$$2G_k (\partial u / \partial x + i \partial v / \partial x) = \kappa_k \Phi_k(z) + \Phi_k(\bar{z}) - (z - \bar{z}) \overline{\Phi_k'(z)} + \alpha_k E_k F(z) +$$

$$+ (3 - \kappa_k) p^\infty / 4 + i \alpha_k E_k q^\infty z / \lambda_k. \quad (8)$$

$$\Phi_2(z) = \frac{(-1)^{k+1}}{K} \left( \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{r'(t)}{t-z} dt - \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'(t)}{t-z} dt + \delta_k \lambda_k F(z) + \delta_{3-k} \lambda_{3-k} \bar{F}(z) \right),$$

$$\Phi_1(z) = -\Phi_2(z), \quad F(z) = -\frac{\lambda_{3-k}}{(\lambda_1 + \lambda_2) \pi i} \int_{-a}^a \frac{\gamma(t)}{t-z} dt, \quad z \in D_k, \quad k = 1, 2. \quad (9)$$

Тут  $z = x + iy$  — комплексна змінна;  $G_k$  — модуль зсуву півплощини  $D_k$ ;  $\kappa_k = 3 - 4\nu_k$ ;  $K = K_1 + K_2$ ,  $K_k = (1 + \kappa_k) / (2G_k)$ ;  $\bar{F}(z) = \overline{F(\bar{z})}$ .

Подання (8), (9) справджують усі крайові умови (1)-(7) сформульованої задачі, окрім перших умов з (4) та (5). Задовольнивши їх, отримаємо систему нелінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь для визначення висоти просвіту  $h(x)$  і перепаду температури між його берегами  $\gamma(x)$ , яку запишемо у безрозмірному вигляді

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-\tilde{a}}^{\tilde{a}} \frac{\tilde{h}'(\tilde{t})}{\tilde{t} - \tilde{x}} d\tilde{t} + \frac{1}{2} \tilde{q}^\infty (1 - \tilde{\delta}_2) \tilde{\gamma}(\tilde{x}) = 3\tilde{r}_g \left( \tilde{x}^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \tilde{p}^\infty, \\ \tilde{\lambda}_3 \frac{\tilde{\gamma}(\tilde{x})}{\tilde{h}(\tilde{x})} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\tilde{a}}^{\tilde{a}} \frac{\tilde{\gamma}'(\tilde{t})}{\tilde{t} - \tilde{x}} d\tilde{t} = 1, \quad |\tilde{x}| < \tilde{a}, \end{cases} \quad (10)$$

де  $\tilde{h} = h/b$ ,  $\tilde{a} = a/b$ ,  $\tilde{r}_g = r_g/b$ ,  $\tilde{x} = x/b$ ,  $\tilde{t} = t/b$ ,  $\tilde{\lambda}_3 = (\lambda_1 + \lambda_2) \lambda_3 / (2\lambda_1 \lambda_2)$ ,  $\tilde{\gamma} = (\lambda_1 + \lambda_2) \gamma / (2\lambda_1 \lambda_2 b q^\infty)$ ,  $\tilde{p}^\infty = K p^\infty$ ,  $\tilde{q}^\infty = b \delta_1 q^\infty$ ,  $\tilde{\delta}_2 = \delta_2 / \delta_1$ .

Надалі над безрозмірними величинами опускатимемо символ «~».

Шукані функції повинні задовольняти умови

$$\gamma(\pm a) = 0, \quad \gamma'(\pm a) = 0, \quad h(\pm a) = 0, \quad h'(\pm a) = 0. \quad (11)$$

Перша та третя умови в (11) впливають із неперервності температури та переміщень меж півплощин відповідно; виконання другої умови забезпечує неперервність і обмеженість теплових потоків на межах півплощин; остання умова відображає плавне змикання берегів зазору та забезпечує обмеженість контактних напружень.

Розглянемо спочатку друге рівняння системи (10), в якому, відповідно до четвертої умови (11), кінці відрізка інтегрування для функції  $h(x)$  є точками звороту. У цьому випадку функція  $\gamma(x)$ , як розв'язок другого рівняння (10), асимптотично еквівалентна функції  $h(x)$  в околі точок  $x = \pm a$  [13]

$$\gamma(x) \sim Ah(x), \quad x \rightarrow \pm a, \quad A = \text{const}. \quad (12)$$

Введемо функцію

$$\varphi(x) = \gamma(x)/h(x), \quad (13)$$

яка внаслідок виконання умови (12) є обмеженою в точках  $x = \pm a$ . Це дає змогу подати її у вигляді рівномірно збіжного на  $[-a, a]$  ряду за многочленами Чебишова першого роду

$$\varphi(x) = \sum_{n=0}^N C_n T_{2n}(x/a), \quad (14)$$

де  $C_n$  — невідомі коефіцієнти розкладу.

Співвідношення (13) і апроксимація (14) дозволяють звести систему (10) до такого вигляду

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'(t)}{t-x} dt = 3r_\epsilon \left( x^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} p^\infty - \frac{1}{2} q^\infty (1 - \delta_2) \gamma(x), \\ -\frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'(t)}{t-x} dt = 1 - \lambda_3 \varphi(x), \quad |x| < a, \end{cases} \quad (15)$$

де функція  $\varphi(x)$  визначається формулою (14).

Для розв'язування системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь застосуємо метод послідовних наближень. За нульове наближення вибираємо випадок, коли вплив поля температури на деформацію зазору не враховується, тобто в першому рівнянні (15) покладаємо  $q^\infty = 0$ . Тоді система сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь (15) розділиться на два незалежних рівняння

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'_0(t)}{t-x} dt = 3r_\epsilon \left( x^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} p_0^\infty, \quad |x| < a, \quad (16)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'_0(t)}{t-x} dt = 1 - \lambda_3 \varphi_0(x), \quad |x| < a, \quad (17)$$

де

$$\varphi_0(x) = \frac{\gamma_0(x)}{h_0(x)} = \sum_{n=0}^{N_0} C_n^{(0)} T_{2n}(x/a), \quad (18)$$

а індекс «0» біля  $h(x)$ ,  $p^\infty$ ,  $\gamma(x)$ ,  $\varphi(x)$  і  $C_n$  позначає нульове наближення цих величин.

Визначивши розв'язок рівняння (16), який задовольняє третю та четверту умови в (11), знайдемо нульові наближення висоти зазору  $h_0(x)$  і зовнішнього тиску  $p_0^\infty$ , за якого просвіт матиме задану довжину  $2a$

$$h_0(x) = r_\epsilon (a^2 - x^2)^{3/2}, \quad |x| \leq a; \quad p_0^\infty = 3r_\epsilon (1 - a^2). \quad (19)$$

Відповідно до другої умови (11) визначимо обмежений розв'язок рівняння (17)

$$\gamma'_0(x) = -\frac{2\lambda_3}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \sum_{n=1}^{N_0} C_n^{(0)} U_{2n-1}(x/a), \quad |x| \leq a, \quad (20)$$

що існує у разі виконання додаткової умови на його праву частину

$$\int_{-a}^a [1 - \lambda_3 \varphi_0(x)] / \sqrt{a^2 - x^2} dx = 0,$$

з якої визначаємо коефіцієнт  $C_0^{(0)}$

$$C_0^{(0)} = 1/\lambda_3.$$

Проінтегрувавши функцію (20) з урахуванням першої умови в (11), визначимо перепад температури між берегами зазору

$$\gamma_0(x) = \lambda_3 \sqrt{a^2 - x^2} \sum_{n=1}^{N_0} C_n^{(0)} \left[ \frac{U_{2n-2}(x/a)}{2n-1} - \frac{U_{2n}(x/a)}{2n+1} \right], \quad |x| \leq a. \quad (21)$$

Якщо співвідношення (19) і (21) для функцій  $h_0(x)$  і  $\gamma_0(x)$  підставити в (18), то отримаємо таке функціональне рівняння

$$\sum_{n=1}^{N_0} C_n^{(0)} \left\{ \frac{\lambda_3}{r_\epsilon} \left[ \frac{U_{2n-2}(x/a)/(2n-1) - U_{2n}(x/a)/(2n+1)}{a^2 - x^2} \right] - T_{2n}(x/a) \right\} = \frac{1}{\lambda_3}. \quad (22)$$

Для визначення невідомих коефіцієнтів використовуємо метод колокацій. Задовольнивши рівняння (22) на множині дискретних значень  $x_i^{(0)}$  з інтервалу  $(-a, a)$ , за які виберемо нулі полінома Чебишова другого роду  $U_{2n+2}(x/a)$ , прийдемо до системи  $N_0$  лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів  $C_n^{(0)}$  ( $n = \overline{1, N_0}$ ). Розв'язавши її числово, за формулами (19) і (21) знайдемо нульове наближення розв'язку задачі.

На кожному наступному  $i$ -му кроці ітераційного процесу ( $i = 1, 2, \dots$ ) будемо підставляти в перше з рівнянь системи (15) визначене на попередньому кроці наближення стрибка температури між берегами зазору  $\gamma_{i-1}(x)$

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'_i(t)}{t-x} dt = 3r_\epsilon \left( x^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} p_i^\infty - \frac{1}{2} q^\infty (1 - \delta_2) \gamma_{i-1}(x), \\ -\frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'_i(t)}{t-x} dt = 1 - \lambda_3 \varphi_i(x), \quad |x| < a, \end{cases} \quad (23)$$

де

$$\varphi_i(x) = \frac{\gamma_i(x)}{h_i(x)} = \sum_{n=0}^{N_i} C_n^{(i)} T_{2n}(x/a), \quad |x| \leq a, \quad (24)$$

$$\gamma_{i-1}(x) = \lambda_3 \sqrt{a^2 - x^2} \sum_{n=1}^{N_{i-1}} C_n^{(i-1)} \left[ \frac{U_{2n-2}(x/a)}{2n-1} - \frac{U_{2n}(x/a)}{2n+1} \right], \quad |x| \leq a.$$

Розв'язавши перше сингулярне рівняння в (23) відносно функції  $h_i'(x)$  і проінтегрувавши її з урахуванням умови  $h_i(-a) = 0$ , визначимо  $i$ -те наближення функції висоти міжконтактного просвіту

$$h_i(x) = h_0(x) + \frac{\lambda_3}{2\pi} q^\infty (1 - \delta_2) \sum_{n=1}^{N_{i-1}} C_n^{(i-1)} \int_{-a}^x \sqrt{a^2 - t^2} I(s, t) dt, \quad (25)$$

де

$$I(s, t) = \int_{-a}^a \left[ \frac{U_{2n-2}(s/a)}{2n-1} - \frac{U_{2n}(s/a)}{2n+1} \right] \frac{ds}{s-t}. \quad (26)$$

Інтеграл (26) обчислюємо аналітично, а інтеграл в (25) — із використанням числових методів.

Використавши умову існування обмеженого розв'язку першого рівняння в системі (23), визначимо  $i$ -те наближення зовнішнього навантаження  $p_i^\infty$ , за якого просвіт матиме задану довжину  $2a$

$$p_i^\infty = p_0^\infty + \frac{16}{\pi} \lambda_3 q^\infty (1 - \delta_2) \sum_{n=1}^{N_{i-1}} C_n^{(i-1)} \frac{n}{(4n^2 - 1)^2}.$$

Для того, щоб знайти  $i$ -те наближення стрибка температури  $\gamma_i(x)$  і коефіцієнти  $C_n^{(i)}$  розкладу (24), потрібно провести операції, аналогічні до нульової ітерації.

### 3. Числові результати та їх аналіз

Всі обчислення проведено для максимальної висоти виїмки  $r_0 = 0,001$  і співвідношення між термічними дистортивностями матеріалів тіл  $\delta_2/\delta_1 = 0,5$  за дії теплового потоку  $q^\infty = 0,05$ . Криві на рис. 2 ілюструють залежність півдовжини зазору  $a$  від зовнішнього навантаження  $p^\infty$  для різних значеннях коефіцієнта теплопровідності заповнювача ( $\lambda_3 = 0,1; 0,05; 0,02; 0,01$  криві 1-4 відповідно). Бачимо, що зі зменшенням коефіцієнта теплопровідності заповнювача довжина зазору зростає. На рис. 3 та 4 зображено висоту зазору та стрибок температури для фіксованого навантаження  $p^\infty = 0,002$  та різних значень теплопровідності заповнювача ( $\lambda_3 = 0,1; 0,02; 0,01$  криві 1-3 відповідно). Збільшення теплопровідності заповнювача зумовлює зменшення зазору (рис. 3) та зменшення максимуму стрибка температури між його берегами (рис. 4).

Числові розрахунки також показали, що збільшення величини теплового потоку за фіксованих навантаження та коефіцієнта теплопровідності заповнювача призводить до збільшення зазору та стрибка температури між його поверхнями.

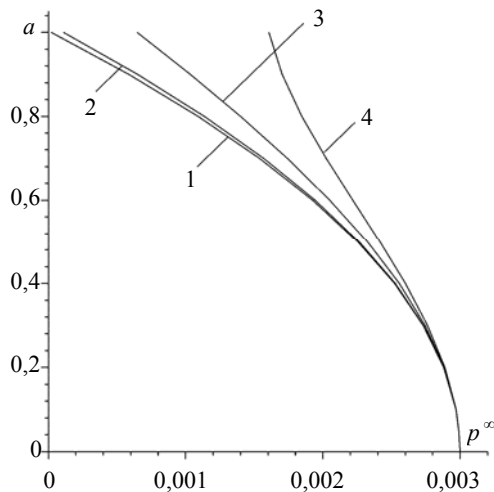


Рис. 2. Залежність півдовжини зазору від зовнішнього навантаження

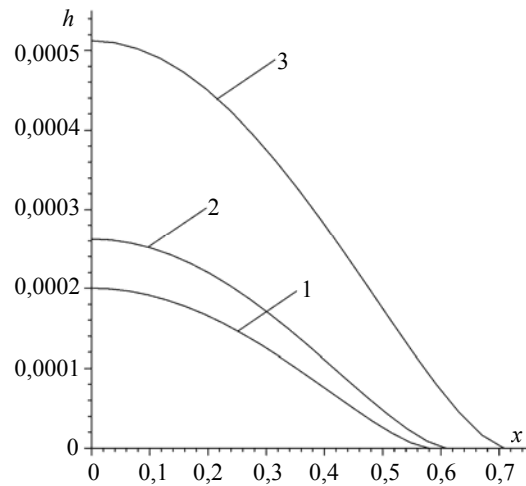


Рис. 3. Трансформація зазору

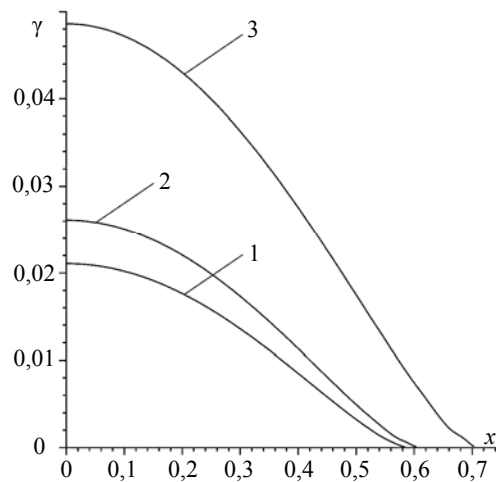


Рис. 4. Розподіл стрибка температури вздовж провіту

**Висновки.** Розглянуто неповний контакт двох пружних півпросторів під дією заданих на нескінченності стискальних напружень і стаціонарного однорідного теплового потоку, скерованого до матеріалу з більшою термічною дистортивністю. Зумовлений виїмкою міжповерхневий провіт містить теплопровідний заповнювач, вплив якого на теплообмін між тілами враховано контактним термоопором. Сформульовану задачу зведено до системи нелінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно висоти зазору та стрибка температури між його берегами. На основі запропонованої аналітико-числової схеми розв'язування цієї



системи, що базується на твердженні про асимптотичну еквівалентність стрибка температури та висоти просвіту в околі його кінців, проаналізовано вплив коефіцієнта теплопровідності заповнювача та величини теплового потоку на контактну поведінку системи. Зокрема, показано, що зі зменшенням теплопровідності заповнювача зазор розширюється. Збільшення ж величини теплового потоку за фіксованого коефіцієнта теплопровідності міжконтактного середовища зумовлює зростання стрибка температури на поверхнях просвіту та сприяє розкриттю зазору.

### Література

- [1] Barber, J. R. Contact problems involving a cooled punch / J. R. Barber // J. Elasticity. — 1978. — Vol. 8. — P. 409-423.
- [2] Barber, J. R. Indentation of a semi-infinite elastic body by a hot sphere / J. R. Barber // Int. J. Eng. Sci. — 1973. — Vol. 15. — P. 813.
- [3] Barber, J. R. The effect of heat flow on the contact area between a continuous rigid punch and a frictionless elastic half-space / J. R. Barber // J. Appl. Math. Phys. (ZAMP). — 1976. — Vol. 27. — P. 439-445.
- [4] Panek, C. Thermoelastic contact between bodies with wavy surfaces / C. Panek, J. Dundurs // J. Appl. Mech. — 1979. — Vol. 46. — P. 854-860.
- [5] Comninou, M. The penny-shaped interface crack with heat flow. Part 2: Imperfect contact / M. Comninou, J. R. Barber // ASME Journal of Applied Mechanics. — 1983. — Vol. 50. — P. 29-36.
- [6] Kulchytsky-Zhyhailo, R. D. On thermal contact of two axially symmetric elastic solids / R. D. Kulchytsky-Zhyhailo, Z. S. Olesiak, O. O. Yevtushenko // J. Elasticity. — 2001. — Vol. 63. — P. 1-17.
- [7] Kim, G. C. Влияние газожидкостного заполнителя межконтактного пространства на напряженное состояние сопряженных тел / G. C. Kim, P. M. Мартиняк, И. М. Мачишин // Прикл. механика. — 2003. — Т. 39, № 3. — С. 52-60.
- [8] Мартиняк, Р. М. Контакт півпростору з нерівною основою при заповненому ідеальним газом міжконтактному зазорі / Р. М. Мартиняк // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 1998. — Т. 41, № 4. — С. 144-149.
- [9] Мартиняк, Р. М. Механотермодифузійна взаємодія тіл з врахуванням заповнювача міжконтактних зазорів / Р. М. Мартиняк // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2000. — Т. 36, № 2. — С. 124-126.
- [10] Мартиняк, Р. М. Механотермодифузійна взаємодія тіл з контактнo-поверхневими неоднорідностями і дефектами: Дис. ... докт. фіз.-мат. наук: 01.02.04. — Львів, 2000. — 372 с.
- [11] Мартиняк, Р. М. Термопружний контакт півпросторів, що мають однакові термічні дистортивності, за наявності теплопроникного міжповерхневого просвіту / Р. М. Мартиняк, К. А. Чумак // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2008. — Т. 51, № 3. — С. 163-175.
- [12] Мартиняк, Р. М. Неполный контакт полупространств при воздействии теплового потока, направленного к материалу с меньшей термической дистортивностью / Р. М. Мартиняк, К. А. Чумак // Теорет. и прикладная механика. — 2007. — Вып. 43. — С. 9-15.
- [13] Kim, G. C. Модель пружно-динамічної взаємодії тонкостінного включення з матрицею в умовах антиплоского зсуву / G. C. Kim, Я. І. Кунець, В. Ф. Ємець // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 1998. — Т. 41, № 1. — С. 54-61.

## **Interfacial gap filler heat conduction influence on thermoelastic contact of solids at heat flow directed to material of larger distortivity**

Kostyantyn Chumak, Rostyslav Martynyak

*A contact problem of half-spaces interaction in the presence of a permeable to heat gap when a heat flow is directed to the material of larger distortivity is reduced to the system of two nonlinear singular integro-differential equations with respect to the height and a temperature jump between gap faces. The analytico-numerical technique for solving the system of equations is developed. The influence of the intercontact medium heat conduction on contact parameters of the considered structure is analyzed.*

## **Влияние теплопроводности заполнителя межповерхностного зазора на термоупругий контакт тел при воздействии теплового потока, направленного к материалу с меньшей термической дистортивностью**

Константин Чумак, Ростислав Мартыняк

*Контактная задача термоупругости о взаимодействии полупространств при наличии между ними теплопроницаемого зазора, когда тепловой поток направлен к материалу с большей термической дистортивностью, сведена к системе нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений относительно высоты зазора и скачка температуры между его берегами. Разработана аналитико-численная методика решения этой системы интегро-дифференциальных уравнений. Проанализировано влияние теплопроводности среды, заполняющей зазор, на контактные параметры рассмотренной структуры.*

Отримано 04.02.09