УДК 621.372.061

Ю.І. Шаповалов, Національний університет “Львівська політехніка”

МЕТОД ОЦІНКИ АСИМПТОТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ У ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ

Показано, що для оцінки асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл за їх нормальною передавальною функцією при апроксимації цієї функції зрізаними рядами Фур’є у тригонометричному чи експоненціальному вигляді достатньо визначити корінь знаменника нормальної передавальної функції інерційної частини кола з найбільшою дійсною частиною.

Вступ

У роботах [1,2] зазначено, що оцінка асимптотичної стійкості лінійного параметричного кола може бути проведена за допомогою бічастотної передавальної функції $W(s,r)$ ($s=\sigma+j\omega$ та $r=\rho+j\mu$ - комплексні змінні), побудованих на її основі, так званої, характеристики збіжності $\rho=\chi(\sigma)$ та області D_1. Якщо область D_1 містить всередині себе точки з $\sigma<0$, то коло з такою характеристикою $\rho=\chi(\sigma)$ є асимптотично стійким [1,2]. У протилежному випадку – нестійким.

У роботах [3,4] доведено, що при апроксимації нормальної параметричної передавальної функції $W(s,\xi)$ рядами Фур’є (тригонометричним чи комплексним) оцінка асимптотичної стійкості може бути проведена шляхом визначення кореня знаменника цієї функції $W(s,\xi)$ з найбільшою дійсною частиною. Якщо ця дійсна частина: а) додатна або рівна нулю, то задане коло нестійке, б) від’ємна – то задане коло стійке асимптотично.

Очевидно, що оцінювати асимптотичну стійкість за функцією $W(s,\xi)$ набагато простіше ніж за функцією $W(s,r)$, тому що немає потреби будувати характеристику збіжності $\rho=\chi(\sigma)$ та область D_1, і, взагалі, не вимагається визначення функції $W(s,r)$, яке може бути проведене за виразом:

$$W(s,r)=\int_0^\infty W(s,\xi)e^{-r\xi}d\xi \qquad (1)$$

та, все одно, вимагає обчислення функції $W(s,\xi)$. Крім цього, обчислення виразу (1) вимагає додаткових витрат часу і може бути пов’язане з втратою точності результатів.

Мета роботи

Мета роботи полягає у побудові методу визначення знаменника функції $W(s,\xi)$, як степеневого полінома від змінної s, який би вимагав «розумної» кількості обчислень та витрат часу. Корені цього полінома і мають бути використані для подальшої оцінки стійкості кола.

Основна частина

Для досягнення поставленої мети розглянемо залежності, за якими визначається функція $W(s,\xi)$. Так, один з шляхів визначення функції $W(s,\xi)$ використовується за відомою імпульсною перехідною функцією, інший – за заданим передавальним рівнянням [1], що описує лінійне параметричне коло:

$$a_n(t)y^{(n)} + a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \ldots + a_0(t)y = b_m(t)x^{(m)} + b_{m-1}(t)x^{(m-1)} + \ldots + b_0(t)x \quad (2)$$

де *y, x* – вихідна та вхідна величини, відповідно; *t* – незалежна змінна (час); $a_i(t)$, $b_j(t)$ – залежні від часу *t* коефіцієнти, які визначаються параметрами та структурою заданого параметричного кола.

Другий шлях більш привабливий, оскільки рівняння (2) заданого кола достатньо просто будується одним з методів, описаних у [5,6], а практичне визначення імпульсної перехідної функції заданого кола є завжди проблематичним.

Таким чином, обираємо, описаний у [1], зв'язок нормальної параметричної передавальної функції $W(s,\xi)$ з коефіцієнтами диференціального рівняння (2) у наступному вигляді:

$$W(s,\xi) = \sum_{i=0}^{m} (-1)^i \frac{1}{i!} \frac{d^i B(s,\xi)}{ds^i} \cdot \frac{d^i G(s,\xi)}{d\xi^i}, \quad (3)$$

у якій $G(s,\xi)$ - нормальна параметрична передавальна функція інерційної [1] частини кола, $B(s,\xi)$ є поліном

$$B(s,\xi) = B_0(\xi) + B_1(\xi)s + B_2(\xi)s^2 + \ldots + B_m(\xi)s^m \quad (4)$$

з коефіцієнтами $B_0(\xi) = B_0(\xi,q)$, $B_i(\xi) = B_i(\xi,q)$, що визначені за залежностями

$$B_0(\xi,q) = B_0(\xi) = \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \frac{d^k b_k(\xi)}{d\xi^k}, \quad (5)$$

$$B_i(\xi,q) = (-1)^i \frac{1}{i!} \frac{d^i [B_0(\xi,q)]}{dq^i}, \quad q = \frac{d}{d\xi}. \quad (6)$$

При чому присутня у (3) функція $G(s,\xi)$ визначається з рівняння [1]:

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{1}{k!} \frac{d^k A(s,\xi)}{ds^k} \cdot \frac{d^k G(s,\xi)}{d\xi^k} = 1, \quad (7)$$

у якому $A(s,\xi)$, своєю чергою, є поліном

$$A(s,\xi) = A_0(\xi) + A_1(\xi)s + A_2(\xi)s^2 + \ldots + A_m(\xi)s^m \quad (8)$$

з коефіцієнтами $A_0(\xi) = A_0(\xi,q)$, $A_i(\xi) = A_i(\xi,q)$, що визначаються за залежностями

$$A_0(\xi,q) = A_0(\xi) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{d^k a_k(\xi)}{d\xi^k}, \tag{9}$$

$$A_i(\xi,q) = (-1)^i \frac{1}{i!} \frac{d^i [A_0(\xi,q)]}{dq^i}, \quad q = \frac{d}{d\xi} . \tag{10}$$

З формул (7)-(10) витікає, що функція $G(s,\xi)$ визначається коефіцієнтами лівої частини рівняння (2), що описує лінійне параметричне коло, а з формул (3)-(7) витікає , що функція $W(s,\xi)$ перераховується з функції $G(s,\xi)$ за допомогою коефіцієнтів правої частини рівняння (2). Як функція $G(s,\xi)$, так і функція $W(s,\xi)$, за частотним символьним методом їх визначення, описаним у [3,4], є дробово-раціональними функціями комплексної змінної s.

Проілюструємо використання формул (3)-(6) на прикладі деякого параметричного кола, яке за аналогією з (2) описане диференціальним рівнянням, нехай, третього порядку:

$$a_3(t)y''' + a_2(t)y'' + a_1(t)y' + a_0(t)y = b_2(t)x'' + b_1(t)x' + b_0(t)x . \tag{11}$$

Замінюючи у рівнянні (11) t на ξ та застосовуючи до нього вирази (5), (6), отримуємо:

$$\begin{gathered} B_0(\xi,q) = B_0(\xi) = \sum_{k=0}^{2} (-1)^k \frac{d^k b_k(\xi)}{d\xi^k} = \\ = b_0(\xi) - \frac{db_1(\xi)}{d\xi} + \frac{d^2 b_2(\xi)}{d\xi^2} = b_0(\xi) - b_1(\xi)q + b_2(\xi)q^2, \\ B_1(\xi,q) = (-1)^1 \frac{1}{1!} \frac{dB_0(\xi,q)}{dq} = b_1(\xi) - 2b_2(\xi)q , \\ B_2(\xi,q) = (-1)^2 \frac{1}{2!} \frac{d^2 B_0(\xi,q)}{dq^2} = b_2(\xi) . \end{gathered} \tag{12}$$

З виразів (4), (12) маємо:

$$B(s,\xi) = [b_0(\xi) - \frac{db_1(\xi)}{d\xi} + \frac{d^2 b_2(\xi)}{d\xi^2}] + [b_1(\xi) - 2\frac{b_2(\xi)}{d\xi}]s + b_2(\xi)s^2 . \tag{13}$$

З виразів (3) та (13) остаточно отримуємо:

$$\begin{gathered} W(s,\xi) = B(s,\xi)\cdot G(s,\xi) - \frac{d[B(s,\xi)]}{ds}\cdot\frac{dG(s,\xi)}{d\xi} + \frac{1}{2}\frac{d^2[B(s,\xi)]}{ds^2}\cdot\frac{d^2 G(s,\xi)}{d\xi^2} = \\ = [[b_0(\xi) - \frac{db_1(\xi)}{d\xi} + \frac{d^2 b_2(\xi)}{d\xi^2}] + [b_1(\xi) - 2\frac{b_2(\xi)}{d\xi}]s + b_2(\xi)s^2]\cdot G(s,\xi) - \\ -[[b_1(\xi) - 2\frac{b_2(\xi)}{d\xi}] + 2b_2(\xi)s]\cdot\frac{dG(s,\xi)}{d\xi} + b_2(\xi)\cdot\frac{d^2 G(s,\xi)}{d\xi^2}. \end{gathered} \tag{14}$$

Звернувши увагу на вираз (14) з точки зору полюсів дробово-раціональних функцій $W(s,\xi)$ та $G(s,\xi)$, робимо наступні зауваження:

- як відомо, полюси дробово-раціональної функції визначаються тільки коренями її знаменника;
- у рівнянні (14) знаменники присутні тільки у виразах $W(s,\xi)$, $G(s,\xi)$ та $\dfrac{d^i G(s,\xi)}{d\xi^i}$ і відсутні у інших членах цього рівняння;
- диференціювання дробово-раціональної функції $G(s,\xi)$ у членах $\dfrac{d^i G(s,\xi)}{d\xi^i}$ відбувається тільки по змінній ξ, тому за апроксимацією її рядом Фур'є, наприклад, тригонометричним

$$\hat{G}(s,\xi) = G_0(s) + \sum_{i=1}^{k} [G_{ci}(s)\cos(i\Omega\xi) + G_{si}(s)\sin(i\Omega\xi)], \tag{15}$$

де $\Omega = \dfrac{2\pi}{T}$, T - період зміни параметричного елемента кола, похідні $\dfrac{d^i G(s,\xi)}{d\xi^i}$ мають вигляд

$$\frac{d^i G(s,\xi)}{d\xi^i} = \sum_{j=1}^{k} [G_{cj}(s)[\cos(i\Omega\xi)]^{(i)} + G_{sj}(s)[\sin(i\Omega\xi)]^{(i)}], \tag{16}$$

і тому мають такий же знаменник, що і функція $G(s,\xi)$ (можна показати, що дане твердження справедливе і для загального вигляду диференціального рівняння (2), а також за апроксимацією функції $G(s,\xi)$ й комплексним рядом Фур'є);

- таким чином знаменник у функціях $G(s,\xi)$, $\dfrac{d^i G(s,\xi)}{d\xi^i}$ та $W(s,\xi)$ у виразах (14) та (3) однаковий.

Згідно наведених зауважень можемо зробити наступні три важливі висновки.

ВИСНОВОК 1. *Оскільки знаменники функцій* $G(s,\xi)$ *та* $W(s,\xi)$ *у виразі (3) однакові, то й корені цих знаменників однакові.*

ВИСНОВОК 2. *Оцінку стійкості параметричного кола правомірно проводити за коренями знаменника функції* $G(s,\xi)$, *без обчислення функції* $W(s,\xi)$.

ВИСНОВОК 3. *Оскільки функція* $G(s,\xi)$ *визначається коефіцієнтами тільки лівої частини рівняння (2), то й на оцінку стійкості кола впливають* *коефіцієнти тільки лівої частини рівняння (2) (інерційної частини параметричного кола), і не впливають коефіцієнти правої частини рівняння (2)(форсованої частини параметричного кола).*

Як витікає з наведених висновків, пропонований у роботі метод оцінки асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл, на відміну від описаних у літературі [1,2], полягає у перенесенні цієї оцінки з аналізу коренів знаменника бічастотної функції $W(s,r)$, оминаючи обчислення функції $W(s,\xi)$, у аналіз коренів знаменника функції $G(s,\xi)$ заданого параметричного кола.

ВИСНОВОК 4. *Оскільки функція $G(s,\xi)$ визначається тільки лівою частиною рівняння (2), то на відміну від описаного, наприклад, у [1] можемо говорити про аналогією з колами з постійними параметрами, для яких відомо, що стійкість кола визначається тільки лівою частиною диференціального рівняння (іншими словами, характеристичним поліномом), що описує коло з постійними параметрами.*

Зауважимо, що перенесення визначення оцінки асимптотичної стійкості лінійного параметричного кола з аналізу коренів знаменника бічастотної функції $W(s,r)$ у аналіз коренів знаменника функції $G(s,\xi)$ за обчислювальним сенсом, згідно поставленої у роботі мети, суттєво спрощує та прискорює розв'язування задачі оцінки стійкості кола, оскільки робить непотрібним формування функцій $W(s,r)$ та $W(s,\xi)$, а передбачає визначення тільки знаменника функції $G(s,\xi)$.

Проілюструємо визначення нормальної параметричної передавальної функції $G(s,\xi)$ за допомогою формул (7)-(10) на прикладі диференціального рівняння третього порядку (11). Замінюючи у ньому t на ξ та застосовуючи до нього вирази (9) та (10), отримуємо:

$$A_0(\xi,q)=A_0(\xi)=\sum_{k=0}^{3}(-1)^k\frac{d^k a_k(\xi)}{d\xi^k}=a_0(\xi)-\frac{da_1(\xi)}{d\xi}+\frac{d^2a_2(\xi)}{d\xi^2}-\frac{d^3a_3(\xi)}{d\xi^3}=$$

$$=a_0(\xi)-a_1(\xi)q+a_2(\xi)q^2-a_3(\xi)q^3,$$

$$A_1(\xi,q)=(-1)^1\frac{1}{1}\frac{dA_0(\xi,q)}{dq}=a_1(\xi)-2a_2(\xi)q+3a_3(\xi)q^2, \qquad (17)$$

$$A_2(\xi,q)=(-1)^2\frac{1}{2}\frac{d^2B_0(\xi,q)}{dq^2}=a_2(\xi)-3a_3(\xi)q,$$

$$A_3(\xi,q)=(-1)^3\frac{1}{6}\frac{d^2B_0(\xi,q)}{dq^2}=\frac{1}{2}a_3(\xi).$$

З виразів (8), (17) маємо:

$$A(s,\xi) = [a_0(\xi) - \frac{da_1(\xi)}{d\xi} + \frac{d^2 a_2(\xi)}{d\xi^2} - \frac{d^3 a_3(\xi)}{d\xi^3}] + [a_1(\xi) - \\ -2\frac{da_2(\xi)}{d\xi} + 3\frac{d^2 a_3(\xi)}{d\xi^2}]s + [a_2(\xi) - 3\frac{da_3(\xi)}{d\xi}]s^2 + \frac{1}{2}a_3(\xi)s^3. \quad (18)$$

З виразів (7) та (18) остаточно отримуємо диференціальне рівняння відносно нормальної параметричної передавальної функції $G(s,\xi)$ інерційної частини заданого лінійного параметричного кола:

$$1 = A(s,\xi)\cdot G(s,\xi) - \frac{d[A(s,\xi)]}{ds}\cdot\frac{dG(s,\xi)}{d\xi} + \frac{1}{2}\frac{d^2[A(s,\xi)]}{ds^2}\cdot\frac{d^2 G(s,\xi)}{d\xi^2} - \\ -\frac{1}{6}\frac{d^3[A(s,\xi)]}{ds^3}\cdot\frac{d^3 G(s,\xi)}{d\xi^3}, \quad (19)$$

у якому функція $A(s,\xi)$ та її похідні по змінній s визначаються з (18) як

$$\frac{d[A(s,\xi)]}{ds} = [a_1(\xi) - 2\frac{da_2(\xi)}{d\xi} + 3\frac{d^2 a_3(\xi)}{d\xi^2}] + 2[a_2(\xi) - 3\frac{da_3(\xi)}{d\xi}]s + \frac{3}{2}a_3(\xi)s^2,$$

$$\frac{d^2[A(s,\xi)]}{ds^2} = 2[a_2(\xi) - 3\frac{da_3(\xi)}{d\xi}] + 3a_3(\xi)s,$$

$$\frac{d^3[A(s,\xi)]}{ds^3} = 3a_3(\xi).$$

Вираз (19) як і його загальний вигляд (7), складені відносно нормальної параметричної передавальної функції $G(s,\xi)$, нагадують і майже співпадають з рівнянням Заде [1], символьне розв’язування якого детально описане у [7]. Коефіцієнти рівнянь (19) і (7) подібні до коефіцієнтів рівняння Заде. Очевидно, що й розв’язувати такі рівняння доцільно частотним символьним методом з [7] за апроксимацією шуканої функції $G(s,\xi)$ тригонометричним рядом Фур’є у вигляді (15) або у комплексній формі

$$\hat{G}(s,\xi) = G_{\pm 0}(s) + \sum_{i=1}^{k}[G_{-i}(s)\cdot\exp(-j\cdot i\cdot\Omega\cdot\xi) + G_{+i}(s)\cdot\exp(+j\cdot i\cdot\Omega\cdot\xi)],$$

у яких дробово-раціональні функції $G_0(s)$, $G_{ci}(s)$, $G_{si}(s)$ чи $G_{\pm 0}(s)$, $G_{-i}(s)$, $G_{+i}(s)$ визначаються частотним символьним методом з [7]. Відмінність розв’язування СЛАР, сформованої за частотним символьним методом з рівняння (7)

$$M \times W = P \quad (20)$$

при $P = 1$, $W = [G_0(s), G_{c1}(s), G_{s1}(s), G_{c2}(s), G_{s2}(s), \ldots]^t$ чи

$W = [G_{\pm 0}(s), G_{-1}(s), G_{+1}(s), G_{-2}(s), G_{+2}(s), \ldots]^t$,

полягає у тому, що не потрібно визначати всі дробово-раціональні функції з вектора W, а тільки їх знаменник, який у всіх цих функціях однаковий і дорівнює визначнику матриці M з рівняння (20). Тільки цей знаменник і необхідно визначити.

Результати експериментів з визначення асимптотичної стійкості одноконтурного параметричного підсилювача, проведених за описаним методом на основі знаменника функції $G(s,\xi)$ кола, наведені у [8].

1. *Солодов А.В., Петров Ф.С.* Линейные автоматические системы с переменными параметрами.-М.:Наука, 1971.-620 с.
2. *Бриккер И.Н.* О частотном анализе линейных систем с переменными параметрами//Автоматика и телемеханика, № 8, 1966.-с.43-54.
3. *Шаповалов Ю.І.* Особливості оцінки асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл частотним символьним методом. // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Вип.55. – К.: 2010. – с. 126-133.
4. *Шаповалов Ю.І., Смаль Д.Р.* "Оцінка асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл за допомогою рядів Фур'є". Вісник НУ „Львівська політехніка".-№680.-2010.- с. 18-21.
5. *Шаповалов Ю.І.* «Формування символьних рівнянь лінійних параметричних кіл методами виключення змінних». // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Вип.48. – К.: 2008. – С. 111-119.
6. *Шаповалов Ю.І.* «Про можливість застосування матричних та топологічних методів до моделювання лінійних параметричних кіл». // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Вип.48. – К.: 2008. – С. 125-135.
7. *Шаповалов Ю., Мандзій Б.* Символьний аналіз лінійних параметричних кіл: стан питань, зміст і напрямки застосування. // Теоретична електротехніка. 2007. Вип. 59 с.3-9.
8. *Ю.И. Шаповалов, Б.А. Мандзий, С.В. Маньковский* «Об оценке устойчивости линейных параметрических цепей при частотном символьном анализе», Журнал «Известия вузов. Радиоэлектроника», т.53, №9, 2010,с.11-17.

Поступила 20.09.2010р.

УДК 621.372

С.О. Нікулін, м. Київ

РОЗРОБКА СТРУКТУРИ СИСТЕМИ ТИПУ HONEYPOT ДЛЯ ЗАХИСТУ ДОСТУПУ В СПЕЦІАЛІЗОВАНУ СИСТЕМУ УПРАВЛІННЯ

Система захисту (SZ), що ґрунтується на основі *honeypot* має ряд особливостей, якими остання відрізняється від іншого типу системи захисту. До таких особливостей можна віднести наступні:

- більш широкі можливості по виявленню та визначенню небезпек, що являються потенціальними ініціаторами атак проти системи або об'єкту, який охороняється (OZ),