УДК 621.3.089

В.М. Буртняк, к.т.н.
Институт геохимии окружающей среды НАН и МЧС Украины

# ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА АНАЛИЗА СОБЫТИЙ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ И СЛЕЖЕНИЯ ЗА НЕРАСПРОСТРАНЕНИЕМ РАДИОАКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ

The substantive provisions of events analysis method of which can arise up in the controlled object or environment of his surroundings are examined. This method allows to shorten time of receipt of conclusion about the state of the looked after object with radio-active materials.

В работе [1] показано, что для современной технологии обработки измерительной информации и принятия достоверных решений о состоянии контролируемого объекта эффективность используемых систем автоматического контроля и слежения (САКС) можно оптимизировать сокращением объема входного потока информации. Для этого вводится понятие «событие» и вводятся логические операции над событиями.

**Определение 1.** Элементарным событием, которое произошло в контролируемом объекте или среде его окружения назовем функцию семантического анализа входного потока некоторого i-го источника измерительной информации, определенную следующей зависимостью:

$$C_k = \begin{cases} 1, x_i(t_j) \in [x_{i_1}, x_{i_2}] \\ 0, x_i(t_j) \notin [x_{i_1}, x_{i_2}] \end{cases}, \qquad (1)$$

где $x_{i_1}, x_{i_2} \in [0, L_i]$; $j = \overline{0, T}$; $k = \overline{1, m}$; $i = \overline{1, n}$;
$x_i(t)$ - измеряемый параметр; $[0, L_i]$ – диапазон изменения параметра $x_i(t)$ .

На рис. 1 приведена иллюстрация правила (1).

**Определение 2.** Всякое выражение, полученное исходя из элементарных событий последовательным применением операций «**НЕ**», «**И**», «**ИЛИ**», назовем сложным событием.

Правило порождения для событий алгебраических выражений в обозначениях Бэкуса определяется следующим образом:

P := <элементарное событие> | <P>ˆ<P> | <P>ˇ<P> | <P> (2)

Определенные таким образом события обладают следующими свойствами.

**Утверждение 1**. Множество событий, порожденное правилом (2), описывается двухэлементной булевой алгеброй

$$B = [\{0,1\}, \text{НЕ}, \text{И}, \text{ИЛИ}, 0, 1], \qquad (3)$$

Доказательство. Доказательство очевидное, так как множество функций определенных правилом (2), принимают бинарные значения {0, 1} и для любых событий выполняются все аксиомы булевой алгебры.

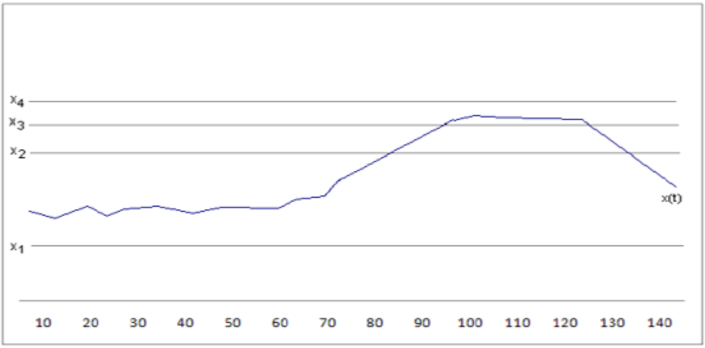


Рис. 1. Пример определение элементарного события

**Следствие 1.** Класс событий **P** является функционально полной системой.

**Лемма 1.** Пусть регистрируемый параметр измеряемый $x_i(t)$ имеет область определения интервал $[0, L_i]$ с $L_i$. Элементы интервала $[0, L_i]$ упорядочены. Тогда число возможных интервалов определения элементарных событий в системе с *n* источниками информации не превышает

$$N = n \cdot (L_i - M_i), \tag{4}$$

где $M_i$ – длина интервала, в котором не определяются события.

Доказательство. Из (1) следует, что любое элементарное событие определяется на некотором конечном интервале $[x_{t_1}, x_{t_2}]$ значений функций x(t). Максимально и минимально возможные интервалы определения элементарного события будут соответственно равняться $[0, L_i]$ и $[x_{t_1}, x_{t_1}]$. Поэтому, число возможных элементарных событий, заданных для одного источника информации будет равно числу различных интервалов, заданных на $[0, L_i]$. Т.е. числу различных сочетаний по одному и двум элементам интервала $[0, L_i]$. Случай «интервал с одним элементом» поглощает все возможные варианты задания элементарного события. В этом же интервале $[0, L_i]$, существует интервал длиной $M_i$, в котором не определяются события $[x_1, x_2]$ (рис. 1). Поэтому элементарные события могут быть только определены в интервалах $[0, x_1]$ и $[x_2, L_i]$. Следовательно, для одного источника информации может быть определено различных элементарных событий

$$N_1 = C^1_{L_i} - C^1_{M_i} = L_i - M_i, \tag{5}$$

и для n источников $N = n \cdot N_1 = n \cdot (L_i - M_i)$, что и требовалось доказать.

**Лемма 2.** Число возможных сложных событий, порожденных правилом (2), не превышает

$$M = 2^{2N-1}, \tag{6}$$

Доказательство. В соответствии с правилом (2), сложное событие образуется в результате применения к элементарным событиям операций «**НЕ**», «**И**», «**ИЛИ**». Рассмотрим вначале операции «**И**» и «**ИЛИ**». Пусть g(N) – функция определения числа сложных событий. $Y = \{y_i, i = \overline{1,M}\}$– множество сложных событий и $C = \{c_j, j = \overline{1,N}\}$ – множество элементарных событий.

Используем метод математической индукции.

Для двух элементарных событий, применяя операции «**И**» и «**ИЛИ**», можно получить 2 различных события g(2) = 2 ($y_1 = C_1 \vee C_2, y_2 = C_1 \wedge C_2$). Функция g – рекуррентная. Определить количество сложных событий, полученных из 3-х элементарных событий и 2-х операций, можно следующим образом

g(3) = g(2)g(2) = 4.

Предположим, что для (N-1) элементарных событий можно получить $2^{N-2}$ сложных событий

$$g(N-1) = g(N-2)g(2) = 2^{N-2}, \quad (7)$$

Докажем, что наше предположение верно для N элементарных событий

$$g(N) = g(N-1)g(2) = 2^{N-2} \cdot 2 = 2^{N-1}, \quad (8)$$

Т.е. из N элементарных событий, применяя операции «**И**» и «**ИЛИ**», можно получить $2^{N-1}$ различных сложных событий. Но для определения сложного события может применяться и операция«**НЕ**». В общем случае для N элементарных событий, применяя операцию «**НЕ**», можно получить 2N события ($C_1, \overline{C_1}, \dots, C_N, \overline{C_N}$). Следовательно, из N элементарных событий, применяя правило (2), можно получить сложных событий $M = 2^{2N-1}$. Что и требовалось доказать.

**Лемма 3**. Класс событий **P** является конечным множеством.

Доказательство. В соответствии с леммой 1 максимально возможное число интервалов определения элементарных событий в системе является конечным числом и вычисляется по формуле (1). В соответствии с леммой 2 максимально возможное число сложных событий не превышает значения, вычисляемого по формуле (6), также является конечным множеством. Следовательно, класс событий **P** есть конечным множеством.

**Утверждение 2**. Общее число $N(A)$ множеств, описываемых алгеброй $\mathcal{B}$, равно $2^N$.

Доказательство. Как следует из леммы 3, пространство событий состоит из конечного числа точек $p_1, p_2, \dots, p_n$. Следовательно, каждое непустое множество $A \subset B$ может быть представлено в виде $A = \{p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_k}\}$, где $p_{i_k} \in B, 1 \leq k \leq N$. Поставим в соответствие этому множеству последовательность, состоящую из нулей и единиц: (0,…,0,1,0,…,0,1,…), где на $i_1$, …, $i_k$ местах стоят единицы, а на остальных – нули. Так как К – фиксированное, то число множеств А вида $\{p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_k}\}$ совпадает с числом способов, которыми можно разместить К единиц по N местам. Число таких способов равно $C_N^k$. Отсюда, учитывая пустое множество, находим

$$N(A) = 1 + C_N^1 + \cdots + C_N^N = (1+1)^N = 2^N.$$

Так как сложное событие задается путем применения правила (2), то существует большая вероятность того, что пользователем будет предложена нерациональная запись **Р**. И исходя из цели применения метода анализа событий для автоматического контроля и слежения за нераспространением радиационных материалов – повышения эффективности САКС, возникает проблема минимизации записи выражения сложного события. Эта проблема заключается в следующем: как при автоматическом семантическом анализе формулы сложного события найти выражение эквивалентное заданному, которое в некотором смысле было бы «самым простым»? Решение этой проблемы можно получить из булевой алгебры [2].

**Определение минимальности**. Выражение $Ф_1$, полученное правилом порождения, называется минимальным по вычислительным операциям, если никакое эквивалентное ему выражение $Ф_2$ не содержит меньшего числа вычислительных операций.

Данное определение минимальности согласуется с требованиями простоты реализации (минимизируется число литералов и время вычисления выражения).

**Определение 3**. Под литералом выражения сложного события будем понимать идентификатор элементарного события или его отрицание.

*Например*: $C_1, C_2, \overline{C_1}$ - три различных литерала.

**Определение 4.** Мультипликативным одночленом выражения сложного события назовем логическое умножение нескольких литералов. Аддитивным одночленом выражения сложного события назовем логическое сложение нескольких литералов.

*Например*: $C_1 \vee C_2$; $C_1 \vee C_2 \vee C_3$ - мультипликативные одночлены и
$C_1 \wedge C_2$; $C_1 \wedge C_2 \wedge C_3$ - аддитивные одночлены

Очевидно, что любое выражение сложного события можно представить в виде сумм нескольких мультипликативных одночленов или произведением нескольких аддитивных одночленов.

**Определение 5.** Мультипликативный одночлен Z называется импликантом выражения Ф, если не существует такого набора значений переменных Z, при котором одночлен принимает значение 1, а Ф – значение 0.

*Например*: $Z = C_1 \wedge C_2$ – импликант выражения $Ф = C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \vee C_1 \vee C_2 \vee \overline{C_3}$

Для того, чтобы проверить является ли данный мультипликативный одночлен импликантом выражения Ф, необходимо приписать значения 1 всем литералам одночлена (кроме идентификатора события с отрицанием), а всем остальным нуль. Одночлен примет значение 1. После этого необходимо проверить, принимает ли Ф значение 1 при любых значениях остальных литералов. В случае если Ф = 1 при любых значениях остальных литералов, Z является импликантом выражения Ф.

**Определение 6.** Простым импликантом выражения Ф называется самый короткий из импликантов, состоящих из одних и тех же литералов.

**Утверждение 3.** Любое выражение сложного события Ф эквивалентно сумме своих простых импликантов.

Доказательство. Очевидно, что если сумма простых импликантов S принимает значение 1, то и выражение Ф принимает значение 1. Любой набор значений, при которых выражение Ф равно 1, обращает в 1 некоторый ее импликант. Поэтому сокращая этот импликант до простого, мы можем аналогичным образом набрать достаточное количество простых импликантов, так что их сумма будет принимать значение 1 тогда и только тогда, когда значение Ф равно 1.

**Определение 7.** Выражение S типа сумма простых импликантов, эквивалентное выражению Ф, называется не избыточным, если:

- любой мультипликативный одночлен, входящий в S, является простым импликантом выражения Ф;
- устранение любого одночлена из S нарушает эквивалентность $S \equiv \Phi$.

**Утверждение 4.** Всякое не избыточное выражение S типа сумма простых импликантов является минимальным по вычислительным операциям.

Доказательство. Если S не является минимальным по литералам, а следовательно по вычислительным операциям, то возможны следующие случаи:

1. Хотя бы один из входящих в него одночленов не является простым импликантом;
2. Один из одночленов можно вычеркнуть, не изменив значения представляемого выражения.

В том, или другом случае S не является не избыточным.

Итак, задача минимизации представления выражения сложного события разделяется на следующие этапы:

1. Порождение множества простых импликантов;
2. Порождение не избыточных сумм таких импликантов;
3. Выбор из этих сумм минимальных.

**Выводы.** Таким образом, события определеннее по (1-2) однозначно описывают все возможные ситуации, которые могут возникнуть в контролируемом объекте или среде его окружения. Полученный алгоритм минимизации выражения описывающего событие, позволяет сократить время получения пользователем заключения о состоянии наблюдаемого объекта.

1. *Забулонов Ю.Л., Буртняк В.М.* Анализ событий как метод повышения эффективности систем автоматического контроля и слежения за нераспространением радиоактивных материалов. // Зб. наук. ін. Інституту проблем моделювання в енергетиці НАНУ. „Моделювання та інформаційні технології”, 2008. - Вип. 47. – С.107-118.

2. *Биркгоф Г., Барти Т.* Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976, - 400 с.

*Поступила 11.02.2010р.*