УДК 519.218 – 620.92

В.В.Нечипорук, Т.Л.Щербак

МЕТОД СТАЦІОНАРИЗАЦІЇ ВИПАДКОВИХ ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ МОДЕЛІ ЦИКЛІЧНОГО ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ

The method stationary of non-stationary casual periodic process on an example of statistical processing - series of realizations of researched process of a power consumption is considered.

Вступ. При дослідженнях випадкових процесів задача стаціонаризації певного класу нестаціонарних процесів є актуальною. Результати розв'язку такої задачі опубліковані у ряді наукових праць, в тому числі у роботі [2]. У більш широкому плані задача стаціонарізації випадкових процесів суттєво залежить від постановки задачі, а саме, яка інформація задана про досліджуємий процес, на які питання необхідно відповісти. Слід відмітити, що отримана стаціонарна модифікація дослуджуємого нестаціонарного процесу не дає повної інформації про процес, необхідно визначити інші характеристики, які і обумовлюють нестаціонарність досліджуємого процесу. Тобто стаціонарну модифікацію, для якої можна використати потужний відомий апарат досліджень, неохідно розглядати у сукупності з іншими характеристиками процесу.

Така ідея стаціонарізації і буде розглянута на прикладі процеса електроспоживання у штатному режимі. Перейдемо до наведення основного змісту роботи.

Основний зміст. У даній роботі метод стаціонарізації буде використано для класа випадкових періодичних процесів, які є математичною моделею циклічних процесів електроспоживання у штатному режимі.

Використовуючи результати наукових праць [1-3] спочатку зупинимось на основних теоретичних положеннях методу стаціонарізації випадкових процесів.

Теоретичні положення. При класифікації задач стаціонарізації випадкових процесів розглядають задачі:

а) у широкому сенсі, коли визначаються перші дві моментні функції (математичне сподівання, кореляційна функція) процесу, тобто дослідження проводиться у рамках кореляційної (енергетичної) теорії;

б) у вузькому або строгому сенсі, коли визначаються і вищі (більше другого порядку) моментні функції процесу, а у загальному випадку дослідження проводяться з використанням послідовності скінченновимірних функцій розподілу ймовірностей процесу.

Природно, що випадок а) слідує із б) як частинний випадок, зворотний напрям у загальному випадку не має місця. Це не стосується гауссових процесів, для яких результати аналізу у рамках кореляційної теорії дають можливість проводити аналіз і в вузькому сенсі.

Така класифікація використовується і при визначенні випадкових періодичних процесів, а саме:

в) процес періодичний з періодом T_0 у широкому сенсі, якщо одновимірна і двовимірні функції розподілу процесу $\xi(\omega, t)$ задовольняють умовам

$$F(x,t) = F(x,t+T_0) \quad (1)$$

$$\text{і } F(x_1,x_2;t_1,t_2) = F(x_1,x_2;t_1+T_0,t_2+T_0);$$

г) процес періодичний з періодом T_0 у вузькому сенсі (періодичний за Слуцьким), якщо скінченновимірні функції розподілу ймовірностей послідовностей процесу $\xi(\omega, t)$

$$\xi(\omega, t_1), \ldots, \xi(\omega, t_n) \quad \text{і} \quad \xi(\omega, t_1+T_0), \ldots, \xi(\omega, t_n+T_0) \quad (2)$$

співпадають між собою.

В основу методу стаціонаризації нестаціонарних періодичних процесів покладено нелінійне перетворення виду [2]

$$\alpha(\omega,\mathrm{t}) = \frac{\xi(\omega,\mathrm{t}) - \mathbf{M}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\}}{\sqrt{\mathbf{D}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\}}}, t \in [0, T_0) \quad (3)$$

де $\xi(\omega, t)$- досліджуваний нестаціонарний періодичний випадковий процес і відповідно $\mathbf{M}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\}$- математичне сподівання процесу, а $\mathbf{D}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\} > 0$-дисперсія процесу, T_0 - період процесу $\xi(\omega, t)$.

Наведемо результати використання перетворення (3) для випадкових періодичних процесів.

1. Стаціонарна модифікація $\alpha(\omega, t)$є стаціонарним випадковим процесом у широкому сенсі для всього класу випадкових періодичних процесів.

2. Стаціонарна модифікація $\alpha(\omega, t)$ є стаціонарним випадковим процесом у вузькому сенсі для підмножини класу випадкових періодичних процесів, закони розподілу ймовірностей яких описуються відповідними функціями тільки характеристик положення (наприклад, $\mathbf{M}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\}$) та масштабу (наприклад, $\mathbf{D}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\}$). Прикладами таких законів розподілу є закони Гаусса, Пуассона, Вейбулла, Ерланга, рівномірний, показниковий, арксинуса та інші.

3. Для досліджуємого нестаціонарного випадкового періодичного процесу $\xi(\omega, t)$, який згідно означення заданий на всій часовій вісі $\mathrm{t} \in (\infty, \infty)$ або на піввісі $t \in [0, \infty)$ має місце виконання наступних співвідношень:

- $\mathbf{M}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\} = \mathrm{M}\{\xi(\omega,\mathrm{t}+\mathrm{T}_0)\}$ (4)
- $\mathbf{D}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\} = \mathrm{D}\{\xi(\omega,\mathrm{t}+\mathrm{T}_0)\}$ (5)
- для стаціонарної модифікації $\alpha(\omega,t)$, $t \in [-\infty,\infty)$ або $t \in [0,\infty)$ з

$\mathbf{M}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\} = 0$ і $\mathbf{D}\{\xi(\omega,\mathrm{t})\} = 1$ більш інформативними є кореляційна функція $R(\tau) = \mathrm{M}\{\alpha(\omega,t)\ \alpha(\omega,t+\tau)\}$ і відповідні одновимірний $F_\alpha(x)$ і двовимірний $F_\alpha(x_1,x_2;\tau)$, закони розподілу ймовірностей.

Таким чином, використання запропонованого методу стаціонаризації [2] на основі нелінійного перетворення (3) дає можливість проводити дослідження нестаціонарних випадкових періодичних процесів в рамках кореляційної теорії. При цьому інформаційність результатів такого дослідження – це поєднання інформації про нестаціонарність досліджуємого процесу $\xi(\omega,t)$ шляхом визначення характеристик $\mathrm{M}\{\xi(\omega,t)\}$ і $D\{\xi(\omega,t)\}$, як функцій часу, і характеристик стаціонарної модифікації $\alpha(\omega,t)$. Відмітимо, що інші задачі дослідження нестаціонарного випадкового періодичного процесу, як правило, при використанні даного метода стаціонаризації не розглядаються.

Зупинимось на використанні запропонованого методу стаціонарізації для прикладу моделі процесу електроспоживання у штатному режимі.

Приклад. Відомо [3], що математична модель процесу електроспоживання у штатному режимі має вид

$$\xi(\omega,t) = \sum_{k=0}^{n} \zeta_k(\omega,t) I(\tau_k,t), \omega \in \Omega, \tag{6}$$

тобто визначається випадковим процесом розладки в часові моменти розладки

$$\tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_n,\ \tau_0 = 0,\ \tau_n < t \tag{7}$$

однорідності періодичної структури компонент $\zeta_k(\omega,t)$.

З моделі (6) слідує, що послідовність компонент $\zeta_k(\omega,t)$, кожна з яких є періодичним випадковим процесом з періодом $T_\partial = 24$ години, утворюють векторний випадковий процес

$$\zeta(\omega,t) = (\zeta_0(\omega,t), \zeta_1(\omega,t), \ldots, \zeta_n(\omega,t)). \tag{8}$$

Використання індикаторної функції за формулою

$$I(\tau_j,t) = \begin{cases} 1 & при\ t \in [\tau_{j-1},\tau_j) \\ 0 & при\ t \notin [\tau_{j-1},\tau_j) \end{cases}, \tag{9}$$

дає можливість при статистичній обробці даних вимірювань процесу визначити часовий інтервал однорідності періодичної структури кожної з компонент .

Використання методу стаціонарізації для компонент (8) моделі (6) шляхом застосування перетворення (3) формує векторну стаціонарну модифікацію

$$\alpha(\omega,t)=\left(\alpha_0(\omega,t),...,\alpha_n(\omega,t)\right), \qquad (10)$$

де кожна компонента визначається по формулі (3), тобто

$$\alpha_{\mathrm{k}}(\omega,\mathrm{t})=\frac{\xi_k(\omega,\mathrm{t})-\mathbf{M}\{\xi_k(\omega,\mathrm{t})\}}{\sqrt{\mathbf{D}\{\xi_k(\omega,\mathrm{t})\}}}. \qquad (11)$$

Практичне використання запропонованого методу стаціонаризації при статистичній обробці даних вимірювань процеса електроспоживання у штатному режимі базується на наступній задачі статистичної обробки даних вимірювань процесу електроспоживання у штатному режимі.

Сформувати послідовність матриць серії однорідних φ'-серій однорідних реалізацій

$$\left\{\varphi'_{j,m}(\tau_k), j=\overline{1,g}, m=\overline{1,s}, s+g=n\right\} \qquad (12)$$

При заданому масиву φ-серій реалізацій спостереження процесу на часовій вісі $t\in[0,T)$ з періодом $T_0=24$ години

$$\left\{\varphi_i(\tau_k), i=\overline{1,n}, \tau_k\in[0,24\textit{год}), k\in N\right\} \qquad (13)$$

Така матриця формується на основі вибраного статистичного критерія однорідності для заданого масива даних вимірювань φ-серій процесу. Відомо, що φ – серії реалізацій це матриця, де кожна строчка – це реалізація одного періоду випадкового процесу з незалежними періодичними приростами, а число стовпчиків задається постановкою задачі комп’ютерного моделювання.

В статистичному сенсі однорідність φ-серій означає, що у відповідності із статистичною гіпотезою однорідності дві реалізації належать одній генеральній сукупності досліджуємого процесу. В якості статистичного критерія перевірки гіпотез можна запропонувати χ^2 (xi - квадрат). Після сформування однорідних φ-серій можна продовжити визначення статистичних оцінок характеристик досліджує мого процесу, а саме:

- математичного сподівання, як функції часу;

- дисперсії (середньо квадратичного відхилення), як функції часу та інше, використовуючи статистичний метод усереднення по ансамблю реалізацій.

Висновки. Обґрунтовано, що запропонований метод стаціонарізації нестаціонарних випадкових процесів використовується для задач досліджень у рамках кореляційної теорії. Практичне значення має той факт, що отримана стаціонарна модифікація для значної кількості законів розподілу ймовірностей, які характеризується тільки положенням та масштабом, прикладами таких законів є закони Гаусса, Пуассона, Вейбулла, Ерланга, рівномірний, показниковий, арксінуса та інші, є стаціонарним випадковим процесом у вузькому сенсі.

Показано, що інформативність досліджуємого процесу визначається як характеристиками нестаціонарності перших двох моментних функцій процесу, а це математичне сподівання і дисперсія, так і характеристиками отриманої стаціонарної модифікації процесу.

Розглянутий приклад застосування методу стаціонарізації для досліджень процеса електроспоживання у штатному режимі підтвердив його ефективність особливо при статистичній обробці реальних даних вимірювань електроспоживання.

1. *Марченко Б.Г.* Лінійні періодичні процеси // Електроенергетика. –ІЕД НАНУ, 1999. – Вип.1. – С.111-119.
2. *Нечипорук В.В.* Стаціонаризація кусково-нестаціонарних пуассонівських процесів відмов // Технічна електродинаміка. ІЕД НАНУ, 2004. – Вип.6. – С.115-118.
3. *Щербак Т.Л.* Методологія створення статистичних моделей процесів енергоспоживання для штатного і нештатного режимів їх функціонування // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАНУ. – К., 2008. Вип. 46. – С. 31-39.

Поступила 21.01.2009р.