

УДК 621.391.1:519.27

В. Ф. Крылков, А. А. Шаталов, А. Б. Ястребков

**Адаптивный алгоритм обработки сигналов звезд  
в телевизионной астрономии**

Предлагается адаптивный алгоритм цифровой обработки сигналов телевизионных изображений звезд для случая, когда в качестве датчика используется твердотельный прибор с переносом заряда (ППЗ). Показано, что процедура решения при обнаружении сигналов звезд с неизвестными параметрами сводится к формированию сумм квадратов отсчетов напряжений, снимаемых с ППЗ, и сравнению их с адаптивным порогом. Рассмотрен вопрос о выборе числа слагаемых в каждой сумме и порога обнаружения. Найдены распределения статистик обнаружения звезд и определены характеристики обнаружения.

*ADAPTIVE ALGORITHM FOR STAR SIGNAL PROCESSING IN TELEVISION ASTRONOMY, by Krylkov V. F., Shatalov A. A., Yastrebkov A. B.*— An adaptive algorithm for digital processing of television images of stars is suggested for case when CCD is used as a sensor. It is shown that the solution procedure brings to add up squared CCD signal sampled values and to compare them with the adaptive threshold level. Detection statistic distribution and detection characteristics are obtained. Statistic modelling shows a high efficiency of the suggested adaptive algorithm.

**Введение.** Перспективным направлением исследования астрономических объектов является применение телевизионной регистрации их оптического изображения. Высокая чувствительность (по сравнению с фотографией), возможность автоматизации измерений и обработки обеспечивают широкое применение телевизионных методов в астрометрии [5, 8] в комплексе с фотографическими. Так, в [8] отмечено, что применение трубок класса суперортикон ЛИ217 и ЛИ804 позволяет обеспечить действительный квантовый выход в несколько раз больший, чем дает обычная астрофотография.

В данной статье решается задача применения твердотельных телевизионных датчиков ППЗ и цифровой обработки для обнаружения, оценки положений и звездных величин  $z$  изображений звезд на фоне неба. Находятся распределения достаточных статистик и рассчитываются характеристики обнаружения. Это направление весьма перспективно в астрономии [10, 11].

**Модели сигналов и шумов, формируемых на выходах твердотельного телевизионного датчика ППЗ.** В зависимости от способа обработки информации с датчика ППЗ сигналы, поступающие на вход устройства цифровой обработки, можно рассматривать как реализацию гауссова случайного процесса (СП)  $\xi_t$  с дискретным временем  $t=0, 1, 2, \dots, N-1$ , где  $N$  — число элементов (ячеек) датчика ППЗ, или реализацию двумерного гауссова поля  $\xi_{i,j}$ ,  $i=0, 1, \dots, k-1$ ,  $j=0, 1, \dots, p-1$ , где  $k$  — число элементов ППЗ по столбцу,  $p$  — число элементов ППЗ по строке. Очевидно,  $N=kp$ . Первый вариант описания удобен при рассмотрении рекуррентных алгоритмов обработки, выполняемых в реальном масштабе времени. Второй — характерен для обработки массива данных, записанных в оперативную память цифрового устройства. В общем случае связь между величинами  $t$ ,  $i$ ,  $j$  задается соотношением  $t=pi+j$ .

Рассмотрим представление информации в виде СП  $\xi_t$ , состоящего из сигналов звезд  $s_{tr}$  и шумов  $w_t$ , где  $r=1, 2, \dots, l$ ;  $l$  — количество изоб-

ражений звезд, формируемых датчиком ППЗ. В понятие шумов входят фон неба, шумы датчика ППЗ, усилителей и других элементов схемы предварительной обработки информации, включая аналого-цифровой преобразователь. Из-за турбулентности атмосферы будем считать, что  $s_{tr}$ ,  $r=1, 2, \dots, l$  — гауссовы СП, а  $w_t$  — гауссов белый шум.

Предположим, что для  $s_{tr}$  справедливо представление

$$s_{tr} = (a_r + b_r) \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} f[t - (\tau_r + \beta + pk)] = s_{Rtr} + m_{tr}; \quad (1)$$

$$f(t - \Delta) = \begin{cases} f_0(\Delta), & t = \Delta \\ 0, & t \neq \Delta, \end{cases}$$

где  $a_r$  — гауссова случайная величина;  $M[a_r] = 0$ ,  $M[a^2_r] = \rho_r$ ,  $M[\ ]$  — знак математического ожидания;  $b_r$  — детерминированная величина, зависящая от соответствующей звездной величины  $z$  и времени накопления заряда  $T_n$  на ППЗ;  $f_0(t)$  — огибающая сигнала звезды (детерминированная функция времени), нормированная так, что

$$\sum_{t \in \{0, N-1\}} \left[ \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} f(t - (\tau_r + \beta + pk)) \right]^2 = 1.$$

Здесь  $\kappa_r = \alpha_r \gamma_r$  — количество ячеек, занимаемых сигналом звезды на ППЗ ( $\kappa_r$  — функция звездной величины  $z$ , положения центра тяжести изображения, а также величины  $T_n$ );  $\alpha_r$  — число элементов ППЗ по строке, занятых изображением звезды;  $\gamma_r$  — число элементов ППЗ по столбцу, занятых изображением звезды;  $\tau_r$  — постоянная величина, определяющая задержку сигнала  $r$ -й звезды относительно начала интервала наблюдения процесса  $\xi_t$ ;  $s_{Rtr}$  и  $m_{tr}$  — соответственно случайная и детерминированная составляющие сигнала звезды,  $M[s_{Rtr}] = 0$ ,  $M[s_{tr}] = m_{tr}$ . Считаем, что изображение звезды имеет вид прямоугольника.

Модель (1) является, по сути, обобщением введенной в [2] модели медленно флюктуирующей точечной цели на случай обработки двумерных полей с учетом упорядоченной построчной выдачи информации с датчика ППЗ. В дальнейшем будем считать, что изображения различных звезд не перекрываются в плоскости датчика ППЗ и статистически они независимы, т. е.  $M[a_v a_v] = 0$  и  $\sum_{t=0}^{N-1} m_{tv} m_{tv} = 0$ . Величина  $w_t$  имеет следующие статистические характеристики:  $M[w_t] = m_w$ ;  $M\{(\omega_t - m_w) \times (\omega_v - m_w)\} = \sigma_w^2 \delta_{t-v}$ ;  $\sigma_w^2$  — дисперсия шума;  $\delta_{t-v} = \begin{cases} 1, & t = v, \\ 0, & t \neq v. \end{cases}$

В задачу обработки входит обнаружение каждой звезды, оценка ее параметров  $\tau_r$ ,  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$  и определение порога обнаружения.

Решение задачи обнаружения и оценки сигнала звезды с неизвестными параметрами на фоне шумов. В описанной постановке алгоритм обнаружения и оценки параметров сигнала звезды с номером  $r$  сводится к проверке сложной гипотезы  $H_1$  о наличии сигнала с неизвестными неслучайными параметрами  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$ ,  $\rho_r$ ,  $m_{tr}$ ,  $\tau_r$  против сложной альтернативы  $H_0$  о наличии совокупности шумов с неизвестными параметрами распределения  $m_w$  и  $\sigma_w^2$ . Решение данной задачи можно получить на основе обобщенного критерия отношения правдоподобия [2]. Суть его сводится к тому, что необходимо получить оценки максимального правдоподобия параметров  $\hat{\alpha}_r$ ,  $\hat{\gamma}_r$ ,  $\hat{\rho}_r$ ,  $\hat{m}_{tr}$ ,  $\hat{\tau}_r$  в предположении истинности гипотезы  $H_1$  и оценки максимального правдоподобия  $\hat{m}_w$  и  $\hat{\sigma}_w^2$  в предположении истинности гипотезы  $H_0$ , подставить полученные оценки в числитель и знаменатель отношения правдоподобия (в выражения для условных плотностей вероятности) вместо истинных параметров. При полностью известных статистических характеристиках сигнала звезды и параметрах  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$ ,  $\tau_r$ ,  $m_{tr}$ ,  $\rho_r$ ,  $m_w$ ,  $\sigma_w^2$  достаточная

статистика определяется выражением

$$l_{\tau r 3} = \sigma_w^{-2} \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} \eta_{\tau r 3-\beta-pk}^2 - \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} \sum_{e=0}^{\alpha_r-1} \sum_{\chi=0}^{\gamma_r-1} [\eta_{\tau r 3-\beta-pk} q_{\beta k e \chi} \eta_{\tau r 3-e-p\chi} - 2m_{\tau r 3-\beta-pk, r} q_{\beta k e \chi} \eta_{\tau r 3-e-p\chi} + m_{\tau r 3-\beta-pk, r} q_{\beta k e \chi} m_{\tau r 3-e-p\chi, r}] \cong d, \quad (2)$$

где  $\eta_t = \xi_t - m_w$ ;  $q_{\beta k e \chi}$  — обратная ковариационная функция, связанная с ковариационной функцией  $M [(\eta_{\tau r 3-e-p\chi} - m_{\tau r 3-e-p\chi, r})(\eta_{\tau r 3-y-pv} - m_{\tau r 3-y-pv, r})] = k_{e\chi yv}$  соотношением  $\sum_{e=0}^{\alpha_r-1} \sum_{\chi=0}^{\gamma_r-1} k_{e\chi yv} q_{\beta k e \chi} = \delta_{\beta k yv}$ ;  $\delta_{\beta k yv}$  — символ Кронекера;  $m_{\tau r 3-\beta-pk, r}$  — среднее значение сигнала в момент времени  $\tau_{r3} - \beta - pk$ ;  $d$  — величина порога обнаружения;  $\tau_{r3} = t - \tau_r$ .

Заметим, что наряду с параметрами  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$ ,  $\rho_r$ ,  $b_r$ ,  $\tau_r$  для реализации обработки (2) в условиях априорной неопределенности пришлось бы находить дополнительно оценки неизвестных величин  $q_{\beta k e \chi}$  и  $m_{\tau r 3-\beta-pk, r}$  и, тем самым, существенно усложнить поставленную первоначально задачу. Поэтому непосредственная реализация (2) нецелесообразна. Но с помощью (2) после несложных преобразований можно получить достаточно простое подоптимальное решение. Воспользуемся представлением  $q_{\beta k e \chi}$  в виде

$$q_{\beta k e \chi} = \sum_{y=0}^{\alpha_r-1} \sum_{v=0}^{\gamma_r-1} h_{w, yv\beta k} h_{w, e\chi yv}, \quad (3)$$

где  $h_{w, yv\beta k}$  — импульсная характеристика выбеливающего фильтра для сигнала звезды. Введем обозначения

$$\zeta_{\tau r 3-y-pv} = \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} h_{w, yv\beta k} \eta_{\tau r 3-\beta-pk};$$

$$m_{\tau r 3-y-pv} = \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} h_{w, yv\beta k} m_{\tau r 3-\beta-pk, r}. \quad (4)$$

Подставляя (3), (4) в (2) и учитывая, что в квадратных скобках (2) записано выражение квадрата разности двух функций, получаем

$$l_{\tau r 3} = \sigma_w^{-2} \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} \eta_{\tau r 3-\beta-pk}^2 - \sum_{y=0}^{\alpha_r-1} \sum_{v=0}^{\gamma_r-1} [\zeta_{\tau r 3-y-pv} - m_{\tau r 3-y-pv}]^2 \cong d. \quad (5)$$

Из (4) следует, что  $\zeta_{\tau r 3-y-pv} - m_{\tau r 3-y-pv}$  есть результат пропуска  $\eta_{\tau r 3-\beta-pk} - m_{\tau r 3-\beta-pk}$  через выбеливающий фильтр. В случае истинности гипотезы  $H_1$  выражение  $\zeta_{\tau r 3-y-pv} - m_{\tau r 3-y-pv}$  есть процесс белого гауссова шума с нулевым средним значением и единичной дисперсией.

После замены  $(\zeta_{\tau r 3-y-pv} - m_{\tau r 3-y-pv})^2$  его средним значением, равным 1, достаточная статистика для обнаружения сигналов звезды в шумовом поле датчика ППЗ может быть представлена в виде

$$l'_{\tau r 3} = \sigma_w^{-2} \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\gamma_r-1} \eta_{\tau r 3-\beta-pk}^2 \cong d + \kappa = C. \quad (6)$$

Таким образом, алгоритм (6) в случае истинности гипотезы  $H_1$  совпадает с оптимальным алгоритмом, а в случае истинности гипотезы  $H_0$  не является оптимальным. Поэтому упрощение обработки приводит к некоторому уменьшению вероятности правильного обнаружения по сравнению с оптимальным алгоритмом (2). В условиях априорной неопределенности статистических характеристик в данном подоптимальном алгоритме вместо  $m_w$  и  $\sigma_w^2$  можно использовать их оценки макси-

мального правдоподобия

$$\hat{m}_w = \mu^{-1} \sum_{t=0}^{\mu-1} \xi_t; \quad \hat{\sigma}_w^2 = (\mu - 1)^{-1} \sum_{t=0}^{\mu-1} (\xi_t - \hat{m}_w)^2. \quad (7)$$

Следует отметить, что в условиях неклассифицированной выборки, когда оценки  $\hat{m}_w$  и  $\hat{\sigma}_w^2$  формируются при наличии сигналов многих звезд, будут получены смещенные оценки. Величина смещения зависит от числа сигналов (изображений) звезд, попадающих на ППЗ, и от их звездных величин  $z$ .

Сигналы звезд можно рассматривать как достаточно резкие изменения параметров входной реализации (среднего значения и дисперсии), поэтому естественно использовать в такой ситуации алгоритмы, основанные на исключении из входного процесса выбросов большой амплитуды, которые не могут принадлежать фону. Применительно к этой ситуации можно воспользоваться процедурой Анскомба [9], которая состоит в следующем. По выборкам  $\xi_t$ ,  $t \in [0, \mu - 1]$  определяется оценка среднего значения  $\hat{m}_\mu = \mu^{-1} \sum_{t=0}^{\mu-1} \xi_t$  и набор разностей  $\delta_t = \xi_t - \hat{m}_\mu$ . Среди всех  $\delta_t$ ,  $t \in [0, \mu - 1]$  определяется максимальное значение  $\delta_x$  с порогом  $\Delta_n$ , где  $n$  — номер шага. Величина  $\xi_x$ , превысившая порог, отбрасывается, а значение  $\hat{m}_\mu$  корректируется:  $\hat{m}_1 = \hat{m}_\mu - \delta_x (\mu - 1)^{-1}$ . Дисперсия процесса определяется по формуле  $\hat{\sigma}_1^2 = (\mu - 2)^{-1} \sum_{t=0, t \neq x}^{\mu-1} (\xi_t - \hat{m}_{\mu-1})^2$ . Далее порог  $\Delta_n$  изменяется в соответствии с уменьшенным объемом выборки, и анализ продолжается до тех пор пока больше не будет происходить превышение порога.

Упрощением описанной процедуры является алгоритм, по которому на первом же шаге отыскиваются все превышения порога  $\Delta_1$  и отбрасываются все значения  $\xi_t$ , соответствующие этим превышениям. Тогда среднее значение на первом шаге имеет вид

$$\hat{m}_1 = \hat{m}_\mu - (\mu - \theta)^{-1} \sum_{\psi=1}^{\theta} \delta_{\psi x}, \quad (8)$$

где  $\delta_{\psi x}$  — соответствующие превышения разности  $\xi_t - \hat{m}_\mu$ . Следующий шаг повторяет изложенные операции для скорректированного значения порога  $\Delta_2$  и уменьшенного объема выборки.

Для определения порога можно воспользоваться результатами [9], где порог выбирается из соотношения  $\Delta_n = c_1 \hat{\sigma}_n$ . Величина  $c_1$  связана с объемом выборки  $\mu$  через  $F$ -распределение:

$$c_1 = \left( \frac{\mu - 1}{\mu} \right)^{1/2} \left[ \frac{3F_{1-q}}{1 + (3F_{1-q} - 1)/(\mu - 1 + \nu_0)} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

где  $\nu_0$  — любое другое число дополнительных степеней свободы, которое связано с оценкой  $\hat{\sigma}_w^2$  по выборке объема, не равного  $\mu$  (для  $c_1$  нужно взять положительное значение квадратного корня (9)). Наряду с представленным алгоритмом могут быть использованы различные процедуры фильтрации входной выборки в низкочастотных фильтрах [1] путем: 1) цифровой рекурсивной или нерекурсивной фильтрации; 2) полиномиальной аппроксимации; 3) оцениванием средних значений по малым выборкам. Однако в любом из этих случаев полученные оценки будут смещенными, причем смещение зависит от частоты среза частотного фильтра, от числа членов в аппроксимирующем многочлене или от длины короткого интервала усреднения.

Для получения окончательного результата осталось выяснить два вопроса: 1) о числе слагаемых  $x_r = \alpha_r \gamma_r$  в левой части неравенства (6) и параметрах  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$ ; 2) о задержке  $\tau_r$  в появлении сигнала звезды с номером  $r$  относительно момента начала считывания информации с датчика ППЗ. До сих пор предполагалось, что параметры  $x_r$ ,  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$ ,  $\tau_r$  из-

вестны. Рассмотрим вопрос о том, как осуществить оценку данных параметров в условиях априорной неопределенности характеристик сигналов звезд.

Для разных значений  $z$  звездных величин и  $\tau_r$ ,  $T_H$  можно экспериментально установить возможные значения  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$  и  $\kappa_r$  и использовать их при решении задачи многоальтернативного обнаружения для получения оценок  $\hat{\kappa}_r$ ,  $\hat{\alpha}_r$ ,  $\hat{\gamma}_r$  ( $r=1, 2, \dots, l$ ), соответствующих каждой из исследуемых звезд. Кратко рассмотрим  $(B+1)$ -е обнаружение-различение, когда всем видам ошибок можно приписать одинаковую стоимость и нулевую стоимость всем видам правильных решений. В этом случае для  $B$  разных пар  $\alpha_r$ ,  $\gamma_r$  формируется набор сумм вида (6), каждая из которых сравнивается с порогом  $c\hat{\sigma}_w^2$ . В отношении алгоритма обнаружения-различения процедуру (6) необходимо представить в эквивалентной форме

$$l'_{\tau H z} = \sum_{\beta=0}^{\alpha_H-1} \sum_{k=0}^{\gamma_H-1} (\xi_{\tau_{H z} - \beta - \rho k} - \hat{m}_w)^2 \geq c\hat{\sigma}_w^2, \quad (10)$$

где  $\hat{m}_w$  и  $\hat{\sigma}_w^2$  формируются одним из описанных выше способов. В случае истинности гипотезы  $H_r$  о наличии сигнала  $r$ -й звезды в левой части (10) будут получены оценки энергии, соответствующие наборам  $\alpha_H$ ,  $\gamma_H$ ,  $\kappa_H$ ,  $H \in [1, B]$ , превысившие порог. Сравнивая между собой  $l''_{\tau H z}$  сначала для фиксированного  $\kappa_H$  и разных задержек  $\tau_H$  сигнала, определяем положения максимумов функции  $l''_{\tau H z}$  (при каждом фиксированном  $\kappa_H$  процедура повторяется). Такая обработка выполняется набором фильтров с различной апертурой на скользящем «окне». Далее величины  $l''_{\tau H z} / \kappa_H$ ,  $H \in [1, B]$ , соответствующие каждой из звезд, сравниваются и находится максимальное значение  $\sup l''_{\tau H z}$ ,  $H \in [1, B]$ . Соответствующие ему значения  $\hat{\alpha}_r$  и  $\hat{\gamma}_r$  будут оценками площади, занимаемой изображением данной звезды на ППЗ. Если будет получено несколько одинаковых максимальных значений  $l''_{\tau H z}$ , то предпочтение необходимо отдать наименьшему значению  $\kappa_H$ . В отношении качества оценки  $\hat{\kappa}_r = \hat{\alpha}_r \hat{\gamma}_r$  следует признать необходимость предварительного усреднения  $l''_{\tau H z}$  по нескольким экспозициям, особенно при малых отношениях сигнал/шум. Получив оценку  $\hat{\kappa}_r = \hat{\alpha}_r \hat{\gamma}_r$ , можно провести измерения блеска звезды методом измерения диаметров изображений звезд. Как известно [8], существует линейная зависимость между диаметром телевизионных изображений и блеском звезд. В телевизионной системе с датчиком ППЗ такие измерения возможны, если ППЗ работает по сигналам данной звезды в линейной области характеристики.

**Характеристики качества обнаружения сигналов звезд.** При известных статистических характеристиках сигнала и шума случайная величина  $l'_{\tau r z}$ , определяемая выражением (6), имеет при условии истинности гипотезы  $H_0$  распределение  $\chi^2$  с  $\kappa_r$  степенями свободы. В случае применения критерия Неймана — Пирсона качество обработки характеризуется вероятностью правильного обнаружения при заданном значении вероятности ложной тревоги. Величина  $P_F = \text{const}$ . При заданной  $P_F$  порог обнаружения можно найти по таблицам из [7] для  $P(\chi^2) = P\{\chi^2 \leq c\}$ , связанной с  $P_F$  соотношением  $P_F = 1 - P(\chi^2_*)$ , где  $P(\chi^2_*) = P(\chi^2 \leq \chi^2_* = c) = [2^{\kappa_r/2} \Gamma(\kappa_r/2)] \int_0^{\chi^2_*} (\chi^2)^{(\kappa_r/2)-1} \exp(-\chi^2/2) d\chi^2$  и  $\Gamma(\kappa_r/2)$  — гамма-функция, определяемая выражением

$$\Gamma(\kappa_r/2) = \int_0^{\infty} U^{(\kappa_r/2)-1} \exp(-U) dU, \quad \kappa_r/2 > 0.$$

При неизвестных  $m_w$  и  $\sigma_w^2$  и использовании адаптивных алгоритмов на основе (10) случайная величина  $l'_{\tau r 3} = \hat{\sigma}_w^{-2} \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\nu_r-1} (\xi_{\tau r 3-\beta-pk} - \hat{m}_w)^2$  при условии истинности гипотезы  $H_0$  имеет нецентральное  $\chi^2$ -распределение с  $\mu + \kappa_r$  степенями свободы и параметром нецентральности

$$m_H = \sigma_w^{-2} (m_w - \mu^{-1} \sum_{i=0}^{\mu-1} m_i),$$

где  $m_i$  — математическое ожидание  $i$ -й выборки СП  $\xi_i$ . Поскольку оценка  $m_w$  осуществляется по неклассифицированной выборке, то  $m_i \neq m_j \neq m_w$ . Плотность распределения вероятностей случайной величины  $l'_{\tau r 3}$  определяется выражением

$$dF(l'_{\tau r 3}) = \frac{\exp[-(l'_{\tau r 3} + \lambda)/2] l'_{\tau r 3}^{(\rho_1-2)/2}}{2^{\rho_1/2} \Gamma\{(\rho_1-1)/2\} \Gamma(1/2)} \times \\ \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k l'_{\tau r 3}^k}{2^{kl}} B\left\{(\rho_1-1)/2, \frac{1}{2} + k\right\} dl'_{\tau r 3}, \quad (11)$$

где

$$B\left\{(\rho_1-1)/2, \frac{1}{2} + k\right\} = \frac{\Gamma\{(\rho_1-1)/2\} \Gamma\left(\frac{1}{2} + k\right)}{\Gamma\{(\rho_1/2) + k\}};$$

$$\lambda = \sum_{\beta=0}^{\alpha_r-1} \sum_{k=0}^{\nu_r-1} \{M[\xi_{\tau r 3-\beta-pk} - \hat{m}_w]\}^2; \quad \rho_1 = \mu + \kappa_r.$$

Так как существующие таблицы нецентрального распределения недостаточно полны, считается целесообразным вместо интегрирования плотности (11) в пределах  $[c, \infty]$  использовать приближение центральным  $\chi^2$ -распределением или гауссовым распределением [4].

Для больших значений параметра  $\lambda$  нецентральное  $\chi^2$ -распределение с  $\rho_1$  степенями свободы приближенно совпадает с гауссовым распределением со средним значением  $\rho_1 + \lambda$  и дисперсией  $\sqrt{2(\rho_1 + 2\lambda)}$ .

Вероятность правильного обнаружения  $P_D$  для статистики  $l'_{\tau r 3}$  можно найти по известному (или вычисленному) порогу  $c$ , предварительно определив условную плотность распределения  $P(l'_{\tau r 3}, \kappa_r/H_1)$ . Она может быть приближенно представлена рядом Эджворта [4] и имеет в асимптотике гауссово распределение. Поскольку для получения оценки  $\hat{m}_w$  в адаптивном варианте алгоритма используется достаточно большая выборка, гауссово приближение дает хорошие результаты [3]. Можно показать, что среднее значение такого распределения имеет вид

$$m_i = \text{tr } \Lambda + \mathbf{m}_0^T \Lambda \mathbf{m}_0,$$

а дисперсия

$$\sigma_i^2 = 2 \text{tr}(\Lambda)^2 + 4\mathbf{m}_0^T \Lambda \mathbf{m}_0,$$

где  $\Lambda$  — диагональная матрица со значениями собственных чисел ковариационной матрицы  $M[(\xi - \mathbf{m}_0)(\xi - \mathbf{m}_0)^T]$ ;  $\text{tr}(\ )$  — след матрицы;  $\xi^T = (\xi_\theta, \xi_{\theta+1}, \dots, \xi_{\tau r 3})$ ;  $\mathbf{m}_0 = M[\xi]$ ,  $\theta = \tau r 3 - \alpha_r - \rho \nu_r$ .

Практическое использование полученных характеристик обнаружения ограничивается ситуациями полностью известных статистических характеристик шума либо адаптации в условиях классифицированных выборок шумового СП. При определении эффективности алгоритма обнаружения в случае адаптации по неклассифицированной выборке наблюдений целесообразно воспользоваться методом статистических испытаний Монте-Карло [6]. Приведем результаты применения этого метода для статистического моделирования обработки (10) на ЭВМ.

В качестве модели сигналов изображения, снимаемых с ППЗ, использовался гауссов дискретный СП  $\xi_t$ , состоящий из совокупности  $l$  сигналов звезд, задаваемых моделью (1), и шумов, формируемых соотношением  $\omega_t = \varphi_t \sigma_w + m_w$ , где  $\varphi_t$  — гауссова случайная величина с нулевым средним и единичной дисперсией. В модели принята гауссова аппроксимация формы сигнала. Объект статистического моделирования — адаптивный алгоритм (10) при разных параметрах модели входного процесса и методах оценивания среднего значения  $m_w$  и дисперсии

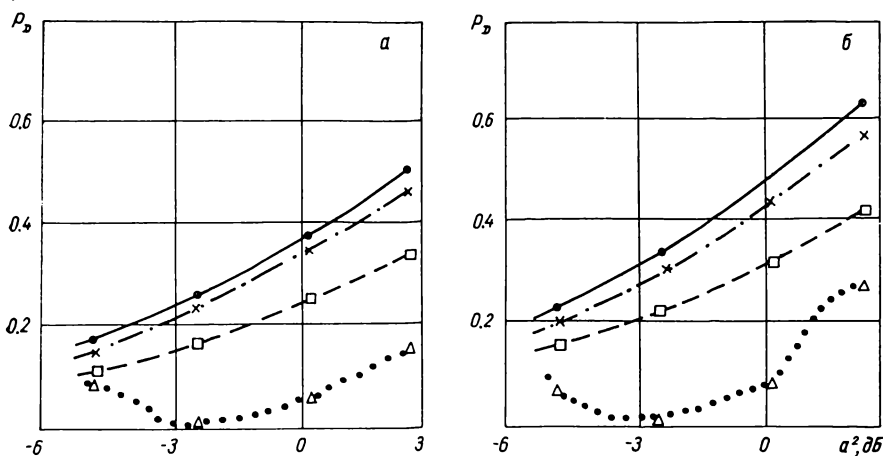


Рис. 1. Характеристики обнаружения сигналов звезд для алгоритма максимального правдоподобия и алгоритма Анскомба при  $P_F=0.1$  и  $\kappa_H = \kappa_r = 1$  (а).  $\kappa_H = \kappa_r = 4$  (б)

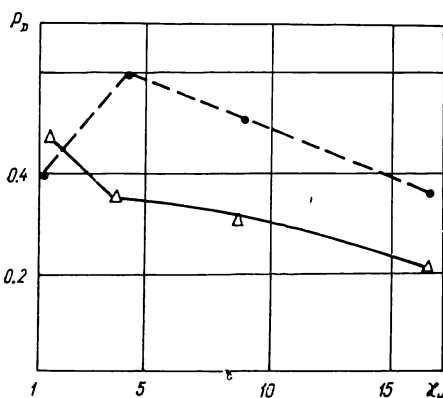


Рис. 2. Зависимость вероятности правильного обнаружения  $P_D$  от величины «окна»  $\kappa_H$

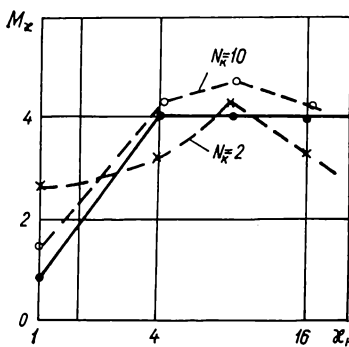


Рис. 3. Зависимость  $M_{\kappa}$  от величины «окна»  $\kappa_H$

$\sigma_w^2$ . Для определения относительной эффективности разных адаптивных процедур рассчитаны потенциальные характеристики обнаружения по алгоритму (10), реализуемые при известных значениях среднего  $m_w$  и дисперсии  $\sigma_w^2$  шумов.

Результаты статистического моделирования обработки (10) представлены на рисунках 1—3. Сравнение разных адаптивных процедур (рис. 1) проводилось при условии, что величина «окна»  $\kappa_H$  в алгоритме обнаружения (10) и длительность сигнала  $\kappa_r$  в модели (1) равны. Отношение сигнал/шум  $a^2$  определялось в элементе разрешения ППЗ, соответствующем максимуму среднего значения и дисперсии сигнала.

На рис. 1 представлены результаты для двух значений длительности сигнала  $\kappa_r=1$  и  $\kappa_r=4$  применительно к процедурам адаптации по неклассифицированной выборке с использованием оценок максимального правдоподобия (7) для двух объемов выборки  $\mu=128$  и  $\mu=512$  (пунктирная и штриховая линия соответственно) и алгоритма Анскомба для устранения из обучающей выборки отсчетов мощных источников сигнала при  $\mu=128$  (штрихпунктирная линия). Предполагалось, что на интервале обучающей выборки  $l=20$ . Сплошная линия — потенциальные характеристики адаптивных процедур.

Результаты моделирования показали, что использование максимального правдоподобия на малых выборках ( $\mu=128$ ) с заданной плотностью сигналов звезд на интервале обучения при  $a^2 < 1$  дБ приводит к полной потере работоспособности алгоритма обнаружения за счет существенного смещения реализуемых оценок. Увеличение объема обучающей выборки ( $\mu=512$ ) при  $l=20$  позволяет осуществлять обнаружение звезд и при  $a^2 < 1$  дБ, однако вероятность правильного обнаружения при этом в среднем на 0.1 меньше, чем при использовании алгоритма Анскомба при  $\mu=128$ . Увеличение длительности сигнала  $\kappa_r$  и «окна»  $\kappa_H$  (рис. 1, б) приводит к росту вероятности правильного обнаружения за счет накопления энергии сигнала в «окне». Сравнение алгоритма Анскомба и его модификации (8) показало практическое совпадение характеристик обнаружения, реализуемых при их использовании.

Потери по вероятности правильного обнаружения в случае использования алгоритма Анскомба при  $\mu=128$  по отношению к потенциально достижимым характеристикам не превышают 0.05, что соответствует потерям в пороговом сигнале 0.2 дБ. Их уменьшение может быть обеспечено путем увеличения объема обучающей выборки. В дальнейшем для определения эффективности обнаружения использовалась адаптивная процедура (8), основанная на модификации алгоритма Анскомба.

На рис. 2 показано изменение вероятности правильного обнаружения при отношении  $a^2=0.4$  дБ,  $P_F=0.1$  и постоянной длительности сигнала  $\kappa_r=1$  (сплошная линия),  $\kappa_r=4$  (штриховая) при изменении «окна»  $\kappa_H$ , на котором осуществляется обнаружение сигнала. Как видно из рисунка, максимум вероятности  $P_D$  приходится на случай, когда  $\kappa_r=\kappa_H$ , что свидетельствует о возможности оценивания длительности сигнала  $\kappa_r$  с использованием алгоритма (10). На рис. 3 приведены результаты, определяющие качество оценивания длительности сигнала  $\kappa_r$  при использовании межкадровой обработки вида:

$$M_{\kappa} = N_{\kappa}^{-1} \sum_{j=1}^{N_{\kappa}} \left[ \sum_{\beta=0}^{\alpha_H-1} \sum_{k=0}^{\gamma_H-1} (\xi_{\tau,3-\beta-pk}^{(j)} - \hat{m}_{\omega}^{(j)})^2 - \kappa_H \hat{\sigma}_{\omega}^2 \right],$$

где  $N_{\kappa}$  — число кадров, при  $\kappa_r=4$  и различных значениях  $N_{\kappa}$ . Сплошной линией показано среднее значение величины  $M_{\kappa}$ . Как видно из рисунка, уже при  $N_{\kappa}=10$  возможно достаточно точное определение длительности сигнала  $\kappa_r$  по  $\min_{\kappa} \sup \{M_{\kappa}\}$ , хотя при малых  $N_{\kappa}=2$  возможны ошибки в оценивании длительности сигнала.

**Выводы. 1.** Предложенный адаптивный алгоритм цифровой обработки сигналов позволяет осуществлять обнаружение и оценку параметров звезд разной величины при использовании в качестве датчика изображения твердотельных ППЗ; 2. Обработка сигналов может проводиться в реальном времени по данным нескольких кадров изображения (нескольких экспозиций); 3. Результаты статистического моделирования адаптивных процедур, используемых при обнаружении звезд, показали высокую эффективность применения модификации алгоритма Анскомба для обнаружения и для определения длительности сигнала по неклассифицированным выборкам и подтвердили основные теоретические выводы относительно качественных характеристик алгоритма обнаружения; 4. Направление дальнейших исследований — распростра-



нение полученных результатов на случай нестационарного фона. Одним из возможных вариантов решения такой задачи является применение методов анализа временных рядов и двумерной цифровой фильтрации.

1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов.— М.: Мир, 1974.—463 с.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции.— М.: Сов. радио, 1977.— Т. 3.—664 с.
3. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Теория распределений.— М.: Наука, 1966.—587 с.
4. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973.—899 с.
5. Подобед В. В., Нестеров В. В. Общая астрометрия.— М.: Наука, 1982.—576 с.
6. Соболев П. М. Метод Монте-Карло.— М.: Наука, 1972.—64 с.
7. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана.— М.: Наука, 1979.—830 с.
8. Телевизионная астрономия / Под ред. В. Б. Никонова.— М.: Наука, 1984.—272 с.
9. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами.— М.: Мир, 1973.—958 с.
10. Blouke M. M., Janesick J. R., Hall J. E., Cowens M. W. Texas Instruments (TI) 800×800 charge-coupled device (CCD) image sensor // Solid state imagers for astronomy / Eds by J. C. Geary, D. W. Latham.— Proc. Soc. Photo-Opt. Instr. Eng., 1981.— Vol. 290.— P. 6—15.
11. Hickson P., Fahlman G. G., Walker G. A. H. Charge-coupled device (CCD) imaging systems at the University of British Columbia (UBC) // Ibid.— P. 109—112.

Ленингр. ин-т  
авиационного приборостроения

Поступила в редакцию 18.02.88,  
после доработки 26.10.88

## РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

УДК 521.95:523.31—852:535.327

### РЕФРАКЦИЯ В МЕРИДИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ / Яценко А. Ю.

(Рукопись деп. в ВИНТИ; № 634-В89)

Приведены результаты вычислений с использованием средних меридиональных моделей атмосферы Саастамойнена и Атласа климатических характеристик северного полушария. Полученные значения рефракции сравнены с Таблицами рефракции Пулковской обсерватории 5-го издания, с вычислениями Гарцера 1916—1922 гг. Показана качественная сходимость результатов автора с результатами Гарцера и необходимость создания системы рефракционного обеспечения высокоточных меридианных инструментов.