Кинематика и физика небесных тел, 1989, т. 5, № 2

УДК 520.253

О теории горизонтальных меридианных инструментов аксиального типа

А. С. Харин

Определены параметры теории горизонтального аксиального меридианного круга (ГАМК) и показано, что она может быть представлена инвариантной по форме теорией «симметричного» меридианного круга (МК) — классического аналога аксиального в пространстве мнимых изображений. Последний имеет ту же плоскость меридиана, одинаковые ориентировку и наклон горизонтальной оси и три инструментальных параметра — коллимацию, гнутие и место зенита. Отличие заключается лишь в том, что коллимация и гнутие включают три дополнительных параметра, которые определяют положение диагонального зеркала в инструментальной системе координат.

ON THE THEORY OF HORIZONTAL MERIDIAN AXIAL INSTRUMENTS, by Kharin A. S.— The parameters of the theory of the horizontal meridian axial circle are determined. It is shown that the theory may be represented by the theory of «symmetrical» meridian circle in imaginary space. The latter has the same meridian plane, azimuth and inclination of horizontal axis and three instrumental parameters — collimation, flexure and zenith point. Collimation and flexure contain three additional parameters that define the diagonal mirror position in the instrumental coordinate system.

Введение. В течение последних десятилетий было предложено несколько новых конструкций меридианных инструментов, общие особенности которых позволяют отнести их к отдельному классу инструментов — горизонтальных аксиальных меридианных кругов (ГАМК). Приведем эти особенности: 1. Горизонтальное расположение зрительной трубы в плоскости первого вертикала; 2. Совмещение визирной оси трубы с горизонтальной осью ее вращения; 3. Наличие в оптической схеме дополнительного элемента — зеркального блока, направляющего лучи света от наблюдаемого объекта в зрительную трубу; 4. Необходимость синхронного поворота по зенитному расстоянию зеркального блока, разделенного лимба и микрометра зрительной трубы.

Среди предложенных конструкций прежде всего необходимо отметить три варианта аксиальных меридианных инструментов [6, 7], стеклянный меридианный круг [8, 9], аксиальный меридианный круг [3] и эккерные пассажный инструмент и меридианный круг [1, 2].

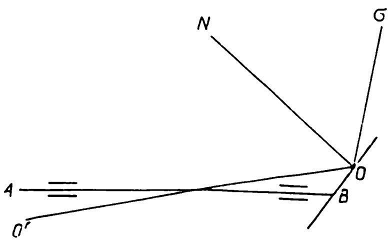
Горизонтальное расположение трубы существенно упрощает методику наблюдений, что особенно важно, когда эти наблюдения проводятся визуально. Кроме того, аксиальная конструкция позволяет исключить или контролировать влияние некоторых инструментальных параметров, что невозможно в классических конструкциях. Все изложенное позволяет считать инструменты аксиальных конструкций перспективными.

Таким образом, представляет интерес дальнейшая разработка теории инструментов этого типа. Все предложенные ранее теории [1—3, 6] относятся к конкретным вариантам конструкций, общая же их теория отсутствует. Нами предпринята попытка создать общую теорию, объединяющую теории меридианных инструментов аксиального и классического типов.

Определение параметров теории. Основными геометрическими элементами, характеризующими конструкцию горизонтального меридианного инструмента аксиального типа и определяющими его инструментальную систему координат, являются (рис. 1): горизонтальная ось вращения AB, визирная ось $O'O$, нормаль к плоскому зеркалу ON и направление на наблюдаемый объект $O\sigma$. Визирная ось здесь, как и обычно, представляет собой отрезок, соединяющий крест нитей или нуль-пункт микрометра и вторую главную точку объектива.

Для характеристики конструкции аксиального типа оказалось необходимым ввести также понятие плоскости визирования — плоскости, содержащей визирную ось и направление на наблюдаемый объект, либо параллельной этому направлению.

Изображение наблюдаемого объекта строится в фокальной плоскости объектива, где его положение измеряется с помощью двухкоординатного микрометра. При этом одна из координатных осей микрометра совмещается с проекцией линии меридиана на фокальную плоскость и является осью склонений, а другая — ось прямых восхождений — с перпендикулярным к ней направлением. Поскольку при повороте зеркала вокруг горизонтальной оси поворачивается и видимое в фокальной плоскости изображение, то для обеспечения измерений синхронно с зеркалом должны поворачиваться и



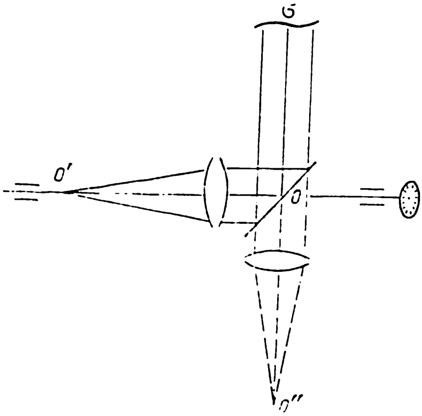


Рис. 1. Схема основных осей и направлений горизонтального аксиального меридианного круга

Рис. 2. Схема хода лучей для аксиального МК в пространстве действительных изображений и для «симметричного» МК в пространстве мнимых изображений

координатные оси микрометра. Для регистрации угла поворота зеркала по зенитному расстоянию точно так же синхронно должен поворачиваться и разделенный круг аксиального инструмента.

Для построения теории меридианного инструмента аксиального типа определим основные параметры описанной выше конструкции. Ориентировка инструментальной системы координат ГАМК, как и классического МК, может быть определена с помощью двух параметров: в горизонтальной системе координат — это азимут a и наклонность i горизонтальной оси вращения.

Как принято для классического МК, введем два параметра, характеризующих положение визирной оси по отношению к горизонтальной оси вращения. Отличие состоит лишь в том, что здесь эти параметры должны характеризовать непараллельность данных осей (рис. 1), поскольку в общем случае визирная ось ГАМК не совпадает с горизонтальной осью вращения.

Определим положение визирной оси по отношению к оси вращения проекциями вектора, соединяющего точки пересечения этих осей с фокальной плоскостью, на оси системы координат α и δ. По аналогии с классической теорией назовем их коллимацией и гнутием визирной оси и обозначим через c_0 и b_0 соответственно.

Очевидно, что добавление в оптическую схему аксиальной конструкции плоского диагонального зеркала приведет к появлению дополнительных ошибок в определении направления на наблюдаемый объект из-за изменения положения этого зеркала по отношению к визирной оси зрительной трубы и плоскости визирования.

Зеркало не будет вносить никаких ошибок в определяемые координаты наблюдаемых объектов, если его нормаль располагается в плоскости визирования и составляет с визирной осью угол 45°. Любые повороты зеркала, которые изменяют угол нормали с визирной осью или уклоняют ее (нормаль) от плоскости визирования, приведут к смещению изображения наблюдаемого объекта в фокальной плоскости и, следовательно, должны рассматриваться как дополнительные инструментальные ошибки, обусловленные ошибками положения зеркала. Поскольку положение зеркала по отношению к инструментальной системе координат обладает тремя степенями свободы, именно таким числом дополнительных параметров и должна устраняться неопределенность в нахождении направления линии визирования при наблюдении с помощью инструментов аксиального типа.

Рассмотрим возможный вариант выбора этих параметров. Для этого в качестве инструментальной системы координат возьмем систему осей XYZ, в которой ось X направлена вдоль визирной оси в сторону объектива, а ось Z перпендикулярна к ней и располагается в плоскости визирования. Ее положительное направление выберем в сторону наблюдаемого объекта. Ось Y дополняет систему координат до правой. Углы поворота зеркала относительно выбранных осей примем за три дополнительных параметра и обозначим их соответственно b_2, b_1 и c_1.

Из геометрических построений нетрудно установить, что поворот зеркала вокруг оси Y на угол c_1 приведет к смещению изображения наблюдаемого объекта в фокальной плоскости объектива на угол $2c_1$ по координате α и будет, таким образом, представлять дополнительную коллимацию. В то же время его поворот на угол b_1 относительно оси Z и на угол b_2 относительно оси X приведет к изменению зенитного расстояния наблюдаемого объекта на их суммарную величину b_1+b_2, которая и будет представлять собой дополнительное гнутие.

Общая коллимационная ошибка и общая ошибка гнутия будут складываться из соответствующих ошибок, вызываемых поворотом визирной оси относительно оси вращения, и ошибок, возникающих из-за поворотов зеркала. Их можно представить в виде

$$c = c_0 + 2c_1; \qquad b = b_0 + b_1 + b_2. \tag{1}$$

С учетом того, что при определении склонений с аксиальной системой, как и с классической, необходимо знать место зенита, находим, что при определении координат с аксиальным меридианным кругом потребуется определить восемь параметров: a, i, c_0, b_0, c_1, b_1, b_2 и M_z. Классическая конструкция определяется, как известно, пятью параметрами.

Понятие «симметричного» меридианного круга. Конечная цель создания теории меридианного инструмента — получение редукций на меридиан для наблюдений в инструментальной системе координат. Плоскость меридиана для аксиального МК определим как плоскость, содержащую линию отвеса в точке пересечения горизонтальной оси с плоскостью диагонального зеркала. Затем с помощью известного в оптике приема [5] в пространстве мнимых изображений построим систему координатных осей (рис. 2), которая будет представлять инструментальную систему координат уже не аксиального, а классического МК, у которого визирная ось не параллельна, а перпендикулярна горизонтальной оси вращения. Поскольку система координат этого воображаемого МК симметрична системе координат аксиального относительно его диагонального зеркала, то, вслед за Г. К. Циммерманом [6], будем называть его «симметричным» меридианным кругом.

Этот фиктивный классический «симметричный» МК будет иметь ту же, что и реальный аксиальный МК, горизонтальную ось, а положение его визирной оси определится теми же соотношениями (1) для коллимации и гнутия, которые получены для аксиального МК. Поскольку плоскость меридиана, на которую должны редуцироваться наблюдения «симметричного» МК, оказывается также общей с плоскостью меридиана аксиального МК (в силу данного выше ее определения), то и система редукций на меридиан этих двух инструментов — реального аксиального и фиктивного классического — окажется также идентичной. Исходя из этого, теорию ГАМК будем рассматривать как теорию «симметричного» классического МК, имеющего одинаковые с аксиальным параметры.

Необходимые для этой теории соотношения получим методом матриц вращения при переходе от инструментальной системы координат «симметричного» МК к экваториальной системе координат.

Вывод редукционных формул. Пусть рассмотренной выше системе координат аксиального МК, характеризующейся восемью параметрами, в «симметричной» классической конструкции соответствует инструментальная система координат $(XYZ)_\text{н}$, в которой ось Z направлена по визирной оси в сторону наблюдаемого объекта. В перпендикулярной ей плоскости XY ось X направлена в сторону положительного направления горизонтальной оси вращения (в сторону точки запада), а ось Y, как обычно, дополняет систему до правой. Коллимация и гнутие визирной оси этого «симметричного» МК, как следует из предыдущего, будут также выражаться соотношениями (1).

При выборе параметров, как и в классической теории, они принимаются положительными в том случае, когда наблюдаемый в инструментальной системе координат объект оказывается смещенным к зениту или к востоку от меридиана.

Тогда нетрудно показать, что переход от инструментальной координатной системы $(XYZ)_{и}$ к экваториальной прямоугольной системе $(XYZ)_{э}$ может быть осуществлен с помощью шести последовательных элементарных поворотов и представлен в виде следующего преобразования:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{э} = \Pi^{X_1}_{90^\circ-\varphi}\Pi^{Z_0}_{-a}\Pi^{Y_0}_{-i}\Pi^{X''}_{z}\Pi^{Y'}_{-c}\Pi^{X}_{b}\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{и}. \qquad (2)$$

Рассмотрим приведенные здесь матрицы элементарных поворотов. Матрица

$$\Pi^{X}_{b} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos b & \sin b \\ 0 & -\sin b & \cos b \end{pmatrix} \qquad (3)$$

представляет матрицу перехода от (XYZ) к прямоугольной координатной системе $(X'Y'Z')$, полученной путем положительного вращения на угол $b = b_0 + b_1 + b_2$ относительно оси $X = X'$, исключающего ошибку суммарного гнутия из визируемого направления.

С помощью матрицы

$$\Pi^{Y'}_{-c} = \begin{pmatrix} \cos c & 0 & -\sin c \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin c & 0 & \cos c \end{pmatrix} \qquad (4)$$

осуществляется переход от $X'Y'Z'$ к прямоугольной системе $X''Y''Z''$ путем отрицательного вращения на угол $c = c_0 + 2c_1$ вокруг оси $Y' = Y''$, исключающего суммарную ошибку коллимации. При этом ось Z'' направляется по линии визирования, которая теперь находится в бесколлимационной плоскости и свободна от ошибки гнутия, а ось X'' совмещается с горизонтальной осью вращения.

Матрица

$$\Pi^{X''}_{z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos z & \sin z \\ 0 & -\sin z & \cos z \end{pmatrix} \qquad (5)$$

представляет матрицу перехода от $X''Y''Z''$ к прямоугольной координатной системе $X_0Y_0Z_0$ путем положительного вращения вокруг оси $X'' = X_0$ на угол z. При этом ось X_0 остается также совмещенной с горизонтальной осью вращения, а ось Z_0 оказывается направленной в сторону зенита. Обычно эта координатная система принимается в качестве исходной инструментальной системы координат [4].

С помощью матриц

$$\Pi^{Y_0}_{-i} = \begin{pmatrix} \cos i & 0 & -\sin i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin i & 0 & \cos i \end{pmatrix}, \qquad \Pi^{Z}_{-a} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

осуществляется переход от $X_0Y_0Z_0$ к горизонтальной системе координат $X_1Y_1Z_1$, у которой ось X_1 направлена в точку запада, ось Z_1 — в зенит и ось Y_1 — в точку юга. Переход к ней проводится с помощью двух поворотов: на угол $-i$ относительно оси Y_0 и на угол $-a$ относительно оси Z_0.

Наконец, с помощью матрицы

$$\Pi^{X_1}_{90^\circ-\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \\ 0 & -\cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix}, \qquad (7)$$

где φ — широта места наблюдения, осуществим переход от горизонтальной системы координат $X_1Y_1Z_1$ к экваториальной прямоугольной координатной системе $(XYZ)_{э}$. При этом ось $X_{э}$ совпадает с X_1 и также направлена в точку запада, ось $Z_{э}$ — в полюс мира и ось $Y_{э}$ — в точку экватора.

Принимаем значения вектора направления на наблюдаемый объект в исходной инструментальной системе

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{\text{н}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

и подставляем в правую часть уравнения (2) его значение, а также значения матриц из (3)—(7). Отбросив члены выше первого порядка малости, после несложных преобразований находим

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{\text{э}} = \begin{pmatrix} -c & -i\cos z & -a\sin z \\ & \cos(\varphi + z - b) & \\ & -\sin(\varphi + z - b) & \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Необходимые нам соотношения получим при переходе от матричного уравнения (8) к уравнениям в проекциях на координатные оси с учетом того, что

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{\text{э}} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \sin t \\ \cos\delta & \cos t \\ & \sin\delta \end{pmatrix}, \tag{9}$$

где t — часовой угол.

Для проекции по оси X получим следующее уравнение:

$$t\cos\delta = -c - i\cos z - a\sin z. \tag{10}$$

Учитывая, что редукция на меридиан ΔT по абсолютной величине равна часовому углу t, а по знаку ему противоположна, из уравнения (10) получаем соотношение

$$\Delta T = a\sin z\sec\delta + i\cos z\sec\delta + c\sec\delta. \tag{11}$$

Это известное уравнение Майера, но в нем коллимация есть сумма двух слагаемых, представляемых первым из соотношений (1).

Точно так же для проекции по оси Y имеем $\delta = \varphi + z - b$, где z — наблюденное зенитное расстояние, полученное в инструментальной системе координат. Обозначим через z' редуцированное к горизонтальной системе зенитное расстояние и с помощью известного соотношения в меридиане между широтой, склонением и зенитным расстоянием получим выражение

$$z = z' + b, \tag{12}$$

которое констатирует факт, что нередуцированное зенитное расстояние отягощено суммарной ошибкой гнутия, представляемой вторым из соотношений (1).

Найденные здесь соотношения (11), (12) — это редукции на меридиан средних моментов прохождений и зенитных расстояний, измеренных в инструментальной системе координат аксиального МК, характеризующихся восемью выбранными параметрами. При этом плоскость меридиана и положение визирной оси определены для него как для «симметричного» МК (классического аналога аксиального в пространстве мнимых изображений), имеющего с ним одинаковые параметры.

Заключение. Проведенное исследование позволяет заключить, что в отличие от обычного горизонтального меридианного круга меридианные круги аксиальной конструкции не требуют создания специальной теории. Их теория (формулы редукций на меридиан до малых второго порядка) представляется инвариантной по форме теорией «симметричного» классического МК, имеющего одинаковые с ГАМК параметры. При этом ошибки гнутия и коллимации представляются суммарными, включающими три дополнительных параметра, определяющих положение диагонального зеркала ГАМК.

Следовательно, усовершенствования меридианных конструкций, достигаемые за счет введения в оптическую схему дополнительных оптических элементов, в конечном счете ведут к необходимости контроля дополнительных параметров, характеризующих их стабильность. Тем не менее аксиальные конструкции обладают рядом несомненных преимуществ, связанных, в частности, с возможностью организации одновременно с наблюдениями звезд контроля параметров ориентировки и инструментальных параметров, которые их делают более привлекательными по сравнению с классическими. Однако исследование таких возможностей в рамках изложенной здесь теории требует специального рассмотрения.

В заключение отметим, что конструкция ГАМК в принципе идентична конструкции универсального инструмента, а также конструкции пассажного инструмента с ломаной трубой. В этих конструкциях также предусматривается поворот хода лучей на 90°. Только вместо зеркала здесь используется призма, которая помещается не перед объективом, а после него. С точки зрения разрабатываемой нами теории это не принципиально. Важно то, что повороты самой призмы относительно визирной оси телескопа будут точно так же изменять направление линии визирования, которые, как и у ГАМК, могут быть представлены тремя аналогичными дополнительными параметрами. Следовательно, коллимация и гнутие для этих двух типов конструкций должны, как у ГАМК, представляться соотношениями (1).

1. *Немиро А. А.* Проект нового пассажного инструмента для абсолютных определений прямых восхождений звезд // Изв. Глав. астрон. обсерватории в Пулкове.— 1960.— 22, № 166.— С. 3—20.
2. *Немиро А. А.* Эккерный меридианный круг // Там же.— 1985.— № 201.— С. 13—21.
3. *Пинигин Г. И., Шорников О. Е.* Аксиальный меридианный круг // Астрометрия и астрофизика.— 1983.— Вып. 49.— С. 76—82.
4. *Подобед В. В.* Фундаментальная астрометрия.— М. : Наука, 1968.—452 с.
5. *Тудоровский А. И.* Теория оптических приборов.— М. ; Л. : Изд-во АН СССР, 1948.— Ч. 1.—661 с.
6. *Циммерман Г. К.* Свободный от гнутия вертикальный круг // Тр. 14-й астрометр. конф. СССР.— М. ; Л. : Изд-во АН СССР, 1960.— С. 155—161.
7. *Циммерман Г. К.* Меридианный круг для дневных наблюдений // Тр. 17-й астрометр. конф. СССР.— Л. : Наука, 1967.— С. 122—125.
8. *Hog E.* A solution of the problems of flexure and refraction in fundamental astrometry // Mitt. Astron. Ges.— 1971.— N 30.— P. 148—151.
9. *Hog E.* The glass meridian circle // Astrometric techniques: IAU Symp. 109.— Dordrecht, 1986.— P. 413—418.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию 14.03.88,
после доработки 27.10.88