УДК 523.34—83

Численное моделирование рассеивающих свойств лунной поверхности

А. В. Белобров, И. М. Фукс

С помощью решения задачи рассеяния электромагнитной волны на статистически неровной поверхности интерпретированы данные по радиолокации Луны. Определен пространственный спектр шероховатостей лунной поверхности.

RADIO WAVE SCATTERING FROM THE LUNAR SURFACE: A NUMERICAL MODEL, by Belobrov A. V., Fuks I. M.— The data of radar scattering from the Moon have been interpreted in terms of electromagnetic wave diffraction by a statistically uneven (rough) surface. The spatial spectrum of the roughness has been determined.

Радиолокация тел Солнечной системы позволяет определить морфологические и электрофизические (в основном диэлектрическую проницаемость ε) параметры их поверхностей. Достоверность полученных результатов, как правило, определяется теоретической моделью, описывающей рассеяние электромагнитных волн на статистически неровных поверхностях. Наиболее полные экспериментальные результаты радиолокации Луны на волнах 3.8, 23 и 68 см (библиографию см. в [4]) в свое время были детально проанализированы [8] на основании решения задачи дифракции в приближении физической оптики. Несмотря на хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, существенным недостатком является то, что корреляционная функция возвышений Луны содержит параметры, зависящие от длины волны. Более подробно это обсуждается в [5], где с помощью приближения Кирхгофа по квазизеркальным областям экспериментальных кривых ($0<\theta\leqslant 30°$, θ — угол падения) определены пространственный спектр и структурная функция шероховатостей поверхности Луны.

В настоящей работе параметры поверхности Луны определяются по более широкой — диффузной — области ($\theta>30°$). При этом используются теоретические модели, которые апробированы в наземных условиях [7].

При облучении Луны короткими импульсами в каждый момент переизлучает кольцевая зона S, концентричная направлению распространения падающего поля с электрической составляющей $\mathcal{E}=\mathbf{p}_0E_0\times\times\exp(i\mathbf{kr}-i\omega t)$, где $\mathbf{p}_0$ — единичный вектор поляризации падающего поля; $\mathbf{k}$ — волновой вектор; E_0 — амплитуда поля (рис. 1). Время запаздывания t переизлученного сигнала относительно начала приема (отражения от ближайшей к приемнику подрадарной точки A_0, на поверхности Луны) связано с углом падения θ (углом между вектором $\mathbf{k}$ и нормалью $\mathbf{N}_0$ к средней поверхности Луны — сфере радиусом $R_л\sim 1738$ км) соотношением

$$t=2R_л(1-\cos\theta)/c,$$

где c — скорость света.

На рис. 1 изображена полусфера радиусом $R_л$, обращенная к радиолокатору. Начало прямоугольной системы координат $\{X, Y, Z\}$ расположено в центре большого круга, ось Z направлена навстречу падающему полю. В экспериментах на волнах 3.8, 23 и 68 см использовалась круговая поляризация (чтобы при обработке не учитывать поворот вектора поляризации из-за фарадеевского вращения). Для определенности возьмем $\mathbf{p}_0=\mathbf{e}_{-1}$, т. е. поле $\mathcal{E}$ вращается против часовой стрелки, если смотреть вдоль распространения волны [$\mathbf{e}_{-1} = (\mathbf{e}_X + i\mathbf{e}_Y)/\sqrt{2}$, $\mathbf{e}_{+1} = -(\mathbf{e}_X - i\mathbf{e}_Y)/\sqrt{2}$ — циклические орты].

Выберем в кольцевой зоне элементарный участок $S_0(F'D'DF)$, стороны которого $F'D' = FD = c\tau/\sin\theta$ определяются длительностью импульса τ, а $F'F \approx D'D$. В экспериментах для более детального картографирования использовались короткие импульсы $\tau \sim 10$ мкс. Даже при минимальном угле $\theta_{min} = \arcsin[c\tau/(2R_Л)]^{1/2}$, при котором кольцо стремится к шаровому сектору вблизи подрадарной точки A_0, а сторона $FD \sim 72$ км максимальна, кривизной элементарного участка S_0 можно пренебречь и использовать результаты задачи рассеяния волн на шероховатой, в среднем плоской поверхности. Если вве-

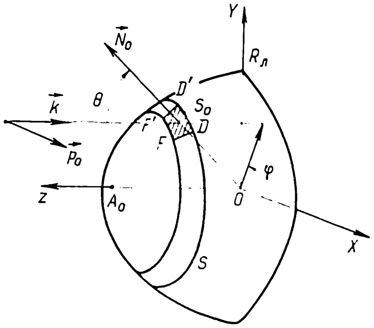


Рис. 1. Схема радиолокационного облучения Луны коротким импульсом

сти сферическую систему координат $\{r, \theta, \varphi\}$ с началом в центре сферы O, то для локально плоского участка S_0 прямоугольную систему $\{x, y, z\}$ удобно определить, направив ее оси вдоль единичных ортов сферической системы: $e_x = e_\theta$, $e_y = e_\varphi$, $e_z = e_r = N_0$. При этом орты e_x, e_y, e_z выражаются через орты системы $\{X, Y, Z\}$ известным способом и

$$\mathbf{N}_0 = e_X \sin\theta\cos\varphi + e_Y \sin\theta\sin\varphi + e_Z\cos\theta. \qquad (1)$$

Используемая в радиолокации удельная эффективная поверхность рассеяния (далее — просто сечение рассеяния) площадки S_0 определяется формулой

$$\sigma(\theta, \varphi, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = 4\pi\langle|\mathbf{E}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)|^2\rangle R_0^2/(E_0^2 S_0),$$

где $\mathbf{E}$ — рассеянное поле в точке приема, удаленной на расстояние R_0; $\mathbf{p}$ — единичный вектор поляризации приемной антенны. Решение задачи дифракции электромагнитной волны на шероховатой поверхности с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ в приближении теории возмущений [1] (высоты неровностей поверхности $z = \zeta(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}(x, y)$ малы по сравнению с длиной волны, а сами они пологие) приводит к следующему выражению [6]:

$$\sigma(\theta, \varphi, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = 16\pi k^4 |A(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) + B(\mathbf{N}_0\mathbf{p})(\mathbf{N}_0\mathbf{p}_0)|^2 S(2k_\perp), \qquad (2)$$

где $A = (\varepsilon - 1)[a/(a+b)]^2$; $B = 2(\varepsilon - 1)^2 a^2 b(b + a\varepsilon)^{-2}(a+b)^{-1}\sin^2\theta$; $a = -(\mathbf{N}_0\mathbf{k})/k = \cos\theta$; $b = \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}$; $\mathbf{k}_\perp$ — проекция $\mathbf{k}$ на плоскость (x, y), а пространственный спектр $S(\varkappa)$ введен как преобразование Фурье от корреляционной функции $W(\rho) = \langle\zeta(\mathbf{r} + \rho)\zeta(\mathbf{r})\rangle$:

$$S(\varkappa) = \frac{1}{(2\pi)^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} W(\rho)\, e^{i\varkappa\rho} d^2\rho.$$

Измеренное при экспериментах значение полного сечения рассеяния $\sigma_э(\theta)$ (отраженный сигнал принимался одновременно на две ортогональные поляризации приемной антенны) следует сравнивать с усредненной величиной $\sigma(\theta, \varphi, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0)$ по всей площади S кольцевой зоны

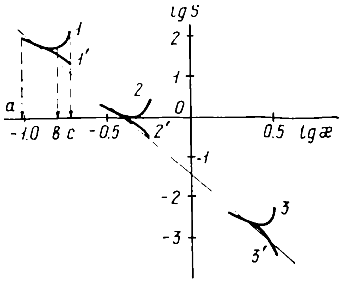
$$\sigma_k(\theta, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \frac{1}{S}\int\limits_S \sigma(\theta, \varphi, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0)\, dS = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\sigma(\theta, \varphi, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0)\, d\varphi. \qquad (3)$$

Раскрывая скалярные произведения в (2) в системе $\{X, Y, Z\}$, учитывая при этом выражение (1) для нормали $\mathbf{N}_0$ и интегрируя затем по формуле (3), получаем полное сечение рассеяния $\sigma(\theta)=\sigma_k(\theta, \mathbf{e}^*_{+1}, \mathbf{e}_{-1})+\sigma_k(\theta, \mathbf{e}^*_{-1}, \mathbf{e}_{-1})$ в таком виде:

$$\sigma(\theta) = 16\pi k^4 Q(\theta, \varepsilon)\, S(2k\sin\theta), \qquad (4)$$

где $Q(\theta, \varepsilon) = |A|^2 + \mathrm{Re}(AB^*) + |B|^2/2$.

При выводе формулы (4) сделано предположение о пространственной изотропии шероховатостей: $S(2\mathbf{k}_\perp)\equiv S(2|\mathbf{k}_\perp|)=S(2k\sin\theta)$. Вве-



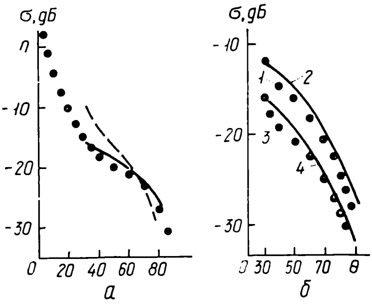


Рис. 2. Пространственный энергетический спектр шероховатостей лунной поверхности, восстановленный по радиолокационным данным, приведенным на рис. 3 *а, б*

Рис. 3. Зависимости удельного эффективного сечения радиолокационного рассеяния от угла падения для трех длин волн (точки — экспериментальные данные)

денный в [5] формулой (2) усредненный по направлениям спектр, который мы обозначили через $\bar{S}(\varkappa)$, связан с $S(\varkappa)$ для изотропных шероховатостей соотношением $\bar{S}(\varkappa)=2\pi S(\varkappa)$.

Сравнивая расчетное значение $\sigma(\theta)$ в выражении (4) с экспериментально наблюдаемыми зависимостями $\sigma_э(\theta)$ для разных длин волн и при различных θ, можно определить пространственный спектр $S(\varkappa)$. Диэлектрическая проницаемость ε, от которой зависит значение множителя $Q(\theta, \varepsilon)$, определяется по $\sigma_э(\theta)$ в квазизеркальной области с помощью формулы (13) из работы [6]. Для трех длин волн $\lambda_1=3.8$, $\lambda_2=23$, $\lambda_3=68$ см получаем следующие значения: $\varepsilon_1=2.26$; $\varepsilon_2=2.51$; $\varepsilon_3=2.63$. Эти значения находятся в хорошем согласии с результатами измерений другими радиоастрономическими методами [4, 8]. На рис. 2 зависимости $S(\varkappa)$, рассчитанные по формуле $S(\varkappa)=\sigma_э(\theta)/[16\pi k^4 Q\times\times(\varepsilon, \theta)]$, где $\varkappa=2k\sin\theta$, а экспериментальные данные $\sigma_э(\theta)$ представлены точками на рис. 3, *а* ($\lambda=23$ см) и рис. 3, *б* (*1*—$\lambda=3.8$ см, *3* — $\lambda=68$ см). Каждая ветвь $S(\varkappa)$ на рис. 2 соответствует фиксированной длине волны (*1*—68 см; *2* — 23 см; *3*—3.8 см), а изменение $\varkappa$ в пределах одной ветви связано с изменением угла падения θ. Например, при $\lambda=68$ см интервал *ab* соответствует изменению θ от 30 до 60°, а *bc* — от 60 до 90°. Значение $\lg S(\varkappa)$ при фиксированных θ оказывается линейной функцией от $\lg\varkappa$, наклон которой одинаков для всех θ и равен $-11/3$.

Таким образом, из рис. 2 следует зависимость $S(\varkappa)=g\varkappa^{-11/3}$. Неопределенность в значении коэффициента g связана с тем, что формула (4) получена в приближении теории возмущений; в ней не учитываются ни модуляции мелкомасштабных шероховатостей наклонами крупномасштабной части рельефа, ни затенения, которые становятся существенными при скользящем облучении ($\theta\geqslant 60°$).

Допустим, что мелкомасштабные неровности $\zeta(\mathbf{r})$ с пространственным спектром $S(\varkappa)$ наложены на крупномасштабную достаточно гладкую поверхность, отклонение которой от S_0 описывается функцией $z=\Omega(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}(x, y)$ в системе координат $\{x, y, z\}$, связанной с S_0. Эта система ориентирована так, что ось x лежит в плоскости падения, образуемой векторами $\mathbf{N}_0$ и $\mathbf{k}$. Если обозначить через $w(\gamma)$ плотность распределения вероятностей наклонов $\gamma = \nabla_r \Omega(\mathbf{r})$ крупномасштабной поверхности, то среднее сечение рассеяния $\tilde{\sigma}(\theta)$ на такой двухмасштабной поверхности определяется по формуле [3]:

$$\tilde{\sigma}(\theta) = \int_{-\mathrm{ctg}\,\theta}^{\infty} d\gamma_x \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_y w(\gamma) C(\theta, \gamma_x) \sigma(\theta'), \tag{5}$$

где C — множитель для учета затенения поверхности;

$$C(\theta, \gamma_x) = (1 + \gamma_x \,\mathrm{tg}\, \theta)/\Lambda;$$

$$\Lambda = \int_{-\mathrm{ctg}\,\theta}^{\infty} d\gamma_x \int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_y w(\gamma)(1 + \gamma_x \,\mathrm{tg}\, \theta), \tag{6}$$

а $\sigma(\theta')$ дается выражением (4), в котором θ следует заменить на «локальный» (на участке поверхности с наклоном γ) угол падения θ' — угол между $-\mathbf{k}$ и нормалью $\mathbf{N} = (\mathbf{e}_z - \gamma)/\sqrt{1+\gamma^2}$ к поверхности $z = \Omega(\mathbf{r})$; $\cos\theta' = -(\mathbf{kN})/k = (\gamma_x \sin\theta + \cos\theta)/\sqrt{1+\gamma^2}$.

При вычислении по формуле (5) спектр мелкомасштабных неровностей $S(\varkappa)$ следует ограничить со стороны крупных масштабов — малых пространственных частот: $S(\varkappa) = 0$ при $\varkappa < \alpha k$, где $\alpha \approx 0.5$—1 [5].

Для гауссовой изотропной случайной функции $\Omega(\mathbf{r})$ с дисперсией наклонов $\gamma^2_0 = \langle |\gamma|^2 \rangle$ плотность распределения $w(\gamma)$ является функцией только модуля $\gamma \equiv |\gamma|$:

$$w(\gamma) = \frac{1}{\pi\gamma_0^2} \exp(-\gamma^2/\gamma_0^2),$$

а формула (6) выражается через интеграл вероятности $\Phi(x)$:

$$\Lambda = \frac{1}{2}[1 + \Phi(\mathrm{ctg}\,\theta/\gamma_0)] + [\gamma_0 \,\mathrm{tg}\,\theta/(2\sqrt{\pi})] \exp(-\mathrm{ctg}^2\theta/\gamma_0^2);$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2)\, dt.$$

Дисперсия наклонов γ^2_0 в [5] определена путем экстраполяции экспериментальных данных $\sigma_э(\theta)$ в область $\theta \to 0$ (минимальное значение θ в экспериментах составляет 2.38°) и оказалась равной $\gamma^2_0 = A_1 k^{1/3}$ с $A_1 = 0.068$ см$^{1/3}$. Более последовательное определение γ^2_0 по данным $\sigma_э(\theta)$ в квазизеркальной области проведено в [2], где получено значение $A_2 \approx 0.1$ см$^{1/3}$. На рис. 3, *а* пунктирной кривой показана зависимость $\sigma(\theta)$, построенная по формуле (4) для $S(\varkappa) = g\varkappa^{-11/3}$ при $g = 0.04$ см$^{-1/3}$. Данное значение постоянной g стало исходным для численных расчетов по формуле (5). Наилучшее согласие расчетных данных с $\sigma_э(\theta)$ показано на рис. 3, *а* сплошной линией; оно получено при $g = 0.02$ см$^{-1/3}$ и $\alpha = 0.65$. Соответствующая данному спектру мелких неровностей дисперсия наклонов

$$\gamma_0^2 = 2\pi \int_0^{\alpha k} S(\varkappa)\varkappa^3 d\varkappa$$

оказалась равной $\gamma_0^2 = A_3 k^{1/3}$, $A_3 = 0.37$ см$^{1/3}$.

На рис. 3, *б* сплошными линиями показано, как в двухмасштабной модели (5) с найденным спектром и дисперсией наклонов интерпретируются экспериментальные данные в диффузной области для $\lambda = 3.8$ см (кривая *2*) и $\lambda = 68$ см (кривая *4*). Если разность $\Delta\sigma(\theta) = \tilde{\sigma}(\theta) - \sigma(\theta)$

(возникающую вследствие учета затенений и наклонов крупномасштабного рельефа) вычесть из $\sigma_э(\theta)$ и только после этого определять $S(\varkappa)$ по формуле (4) из теории возмущений, заменив $\sigma_э(\theta)$ на $\tilde{\sigma}_э(\theta) = \sigma_э(\theta) - \Delta\sigma(\theta)$, то мы получим зависимости (рис. 2, ветви *1'*, *2'*, *3'*), хорошо согласующиеся между собой в разных областях $\varkappa$, соответствующих разным длинам волн λ_1, λ_2, λ_3. Прямая линия на рис. 2 отвечает значению $g \sim 0.03$ см$^{-1/3}$.

Таким образом, экспериментальным данным можно дать интерпретацию в рамках двухмасштабной модели поверхности — мелкой ряби со спектром $S_\zeta(\varkappa) = g\varkappa^{-11/3}$ ($g \sim 0.03 \pm 0.01$ см$^{-1/3}$, параметр разбиения $\alpha \sim 0.6$—0.9), расположенной на крупномасштабном рельефе с дисперсией наклонов $\gamma^2{}_0 \approx Ak^{1/3}$, $A \sim 0.3$—0.4 см$^{1/3}$.

1. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности.— М.: Наука, 1972.—424 с.
2. *Белобров А. В., Воропаев В. Н.* Исследование частотно-угловых зависимостей УЭПР Луны в СВЧ диапазоне.— Харьков, 1986.—26 с.— (Препр. / АН УССР. Ин-т радиофизики и электроники; № 305).
3. *Копилович Л. Е., Фукс И. М.* Индикатрисы рассеяния и альбедо слабошероховатых поверхностей // Изв. вузов. Радиофизика.— 1981.—**24**, № 7.— С. 840—849.
4. *Крупенио Н. Н.* Радиолокационные исследования Луны.— М.: Наука, 1971.—172 с.
5. *Фукс И. М.* Структурная функция лунного рельефа по радиолокационным данным // Изв. вузов. Радиофизика.— 1983.—**26**, № 10.— С. 1194—1204.
6. *Фукс И. М.* Дисперсионные зависимости и обратная задача рассеяния на слабошероховатой поверхности // Там же.— 1985.—**28**, № 2.— С. 177—183.
7. *Bass F. G., Fuks I. M., Kalmykov A. I. et al.* Very high frequency radio wave scattering by a disturbed sea surface // Trans. IEEE.— 1968.— AP-16, N 5.— P. 554—568.
8. *Evans J. V., Hagfors T.* Radar studies of the Moon // Adv. Astron. and Astrophys.— 1971.—8.— P. 29—105.

Радиоастрон. ин-т АН УССР,
Харьков

Поступила в редакцию 04.01.88,
после доработки 29.02.88