УДК 519.21

©2008. **Б.В. Бондарєв, Т.В. Жмихова**

МОДЕЛЬ КРАМЕРА-ЛУНДЕБЕРГА ЗІ СТОХАСТИЧНИМИ ПРЕМІЯМИ ЗА УМОВИ РОЗМІЩЕННЯ КАПІТАЛУ НА БАНКІВСЬКОМУ ДЕПОЗИТІ

В роботі розглянута задача знаходження ймовірності небанкрутства страхової компанії. На основі класичної моделі Крамера-Лундеберга, де процес премій – лінійна функція часу, розглядається стохастичний процес премій, незалежний від процесу ризику, за умови розміщення капіталу на банківському депозиті з процентною ставкою r. У якості розподілу, що описує розміри позовів та премій було обрано експоненціальний розподіл.

Вступ. Проблема платоспроможності, тобто здатності страховика виконати свої зобов'язання, є однією з найважливіших у діяльності будь-якої страхової компанії. В цій роботі буде розглядатися узагальнення класичної моделі Крамера-Лундеберга, де процес премій – стохастичний, незалежний від процесу ризику ([1], [2], [3] та ін.), на відміну від детермінованої лінійної неперервної функції часу в класичній моделі, з можливістю інвестування в безризиковий актив, оскільки за останній час все більша увага приділяється більш складним моделям узагальнюючим класичну модель, таким які пов'язані з можливістю використання страховою компанією вільних коштів, які вона має в своєму розпорядженні, для одержання додаткового прибутку і зменшення тим самим ймовірності банкрутства, тому в даній роботі розглядалася можливість розміщення капіталу на банківському депозиті з процентною ставкою r.

1. Постанова задачі. Розглянемо страхову компанію з початковим капіталом x, сумарні премії, що отримає страхова компанія на момент часу t складатимуть $\Pi(t) = \sum\limits_{i=1}^{N_1(t)} c_i$, де $N_1(t)$ – пуассонів розподіл з інтенсивністю λ_1 ($EN_1(t) = \lambda_1 t, N_1(0) = 0$), $N_1(t)$ інтерпретується як число премій, отриманих страховою компанією за проміжок часу (0,t] та незалежна від $N_1(t)$ послідовність $\{c_i\}_{i=1}^{\infty}$ незалежних однаково розподілених випадкових величин з функцією розподілу $(G(v), G(0) = 0)$, що описує розміри страхових премій. Сумарні виплати по позовам на момент часу t складатимуть $R(t) = \sum\limits_{i=1}^{N(t)} y_i$, де $N(t)$ – пуассонів розподіл з інтенсивністю λ ($EN(t) = \lambda t, N(0) = 0$), $N(t)$ інтерпретується як число позовів, поданих до страхової компанії за проміжок часу (0,t] та незалежна від $N(t)$ послідовність $\{y_i\}_{i=1}^{\infty}$ незалежних однаково розподілених випадкових величин з функцією розподілу $(F(v), F(0) = 0)$, що описує розміри виплат страхової компанії клієнтам.

Також будемо вважати, що на фінансовому ринку існує один безризиковий актив (банківський рахунок) B. Відсотки на банківський рахунок нараховуються з постійною ставкою $r(t) \equiv r = const$,так що ціна безризикового активу еволюціонує відповідно до різницевого рівняння:

$$\Delta B_n = rB_{n-1}, B_0 > 0, \tag{1}$$

де B_0 – сума, що лежить на банківському рахунку в початковий момент часу. Тоді страхова компанія, маючи в нульовий момент часу капітал x, розміщуючи його на банківському депозиті, на момент часу t буде мати капітал:

$$X(t) = x(1 + rt) + \sum_{i=1}^{N_1(t)} c_i - \sum_{i=1}^{N(t)} y_i. \tag{2}$$

Задача полягає в знаходженні ймовірності небанкрутства страхової компанії капітал якої описується рівнянням (2), якщо розміри страхових премій мають експоненціальний розподіл з параметром a, а розміри позовів експоненціальний розподіл з параметром b.

2. Основні результати.

Теорема 1. *Нехай $\varphi(x)$ – ймовірність небанкрутства за проміжок часу (0,t], тобто*

$$\varphi(x) = P\left\{X(t) > 0, \quad t \in R_+\right\},$$

тоді ймовірність небанкрутства страхової компанії, динаміка капіталу якої описується рівнянням (2), може бути знайдена з рівняння:

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi(x) = xr\varphi'(x) + \lambda \int_0^x \varphi(x-u)dF(u) + \lambda_1 \int_0^\infty \varphi(x+v)dG(v), \tag{3}$$

причому прагнення страхової компанії до збільшення свого капіталу накладає умови позитивності прибутку, а саме $E(r + \Pi(t)) > ER(t)$, чи $r + \lambda_1 Ec_i > \lambda Ey_i$.

Доведення. Справедливість інтегро-диференційного рівняння (3) випливає з формули повної ймовірності. Протягом малого проміжку часу Δt можливі такі несумісні події:

відсутність стрибків як у процесу $N_1(t)$, так і процесу $N(t)$, з імовірністю $(1 - \lambda\Delta t)(1 - \lambda_1\Delta t) + \tilde{o}(\Delta t)$;

один стрибок процесу $N(t)$ та відсутність стрибків $N_1(t)$, з імовірністю $\lambda\Delta t(1 - \lambda_1\Delta t) + \tilde{o}(\Delta t)$;

один стрибок процесу $N_1(t)$ та відсутність стрибків $N(t)$, з імовірністю $\lambda_1\Delta t(1 - \lambda\Delta t) + \tilde{o}(\Delta t)$;

одночасні стрибки $N(t)$, $N_1(t)$ чи більш ніж один стрибок будь-якого з процесів, з імовірністю $\tilde{o}(\Delta t)$.

Тоді можемо записати:

$$\begin{aligned}
&\varphi(x) = (1-\lambda\Delta t)(1-\lambda_1\Delta t)\varphi(x+xr\Delta t)+\\
&+\lambda\Delta t(1-\lambda_1\Delta t)\int\limits_0^{x+xr\Delta t}\varphi(x+xr\Delta t-u)dF(u)+\\
&+\lambda_1\Delta t(1-\lambda\Delta t)\int\limits_0^{\infty}\varphi(x+xr\Delta t+v)dG(v)+\tilde{o}(\Delta t).
\end{aligned} \tag{4}$$

Розклавши в ряд $\varphi(x+xr\Delta t)$ по формулі Тейлора, матимемо:

$$\varphi(x+xr\Delta t) = \varphi(x)+\varphi'(x)xr\Delta t+\tilde{o}(\Delta t). \tag{5}$$

Підставивши (5) в (4) та пробивши елементарні математичні перетворення, матимемо:

$$\begin{aligned}
&\varphi(x) = (1-\lambda\Delta t)(1-\lambda_1\Delta t)\varphi(x)+\varphi'(x)(1-\lambda\Delta t)(1-\lambda_1\Delta t)xr\Delta t+\\
&+\lambda\Delta t(1-\lambda_1\Delta t)\int\limits_0^{x+xr\Delta t}\varphi(x+xr\Delta t-u)dF(u)+\\
&+\lambda_1\Delta t(1-\lambda\Delta t)\int\limits_0^{\infty}\varphi(x+xr\Delta t+v)dG(v)+\tilde{o}(\Delta t).
\end{aligned} \tag{6}$$

Поділивши (6) на Δt та перейшовши до границі при $\Delta t \to 0$, остаточно матимемо твердження теореми.
Теорема 1 доведена. □

Теорема 2. *Якщо $F(u) = 1-e^{-au}$, $G(v) = 1-e^{-bv}$, $(a, b > 0)$, тоді ймовірність банкрутства страхової компанії, що розміщує свій капітал на банківському депозиті, ціна якого еволюціонує відповідно до різницевого рівняння (1), дорівнюватиме:*

$$\begin{aligned}
&\varphi(x) = C_1\int\limits_0^x t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1}e^{-(a-b)t/2}M\left(\frac{2(b-a)}{a+b}+\frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2}-\frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right)dt+\\
&+C_2\int\limits_0^x t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1}e^{-(a-b)t/2}W\left(\frac{2(b-a)}{a+b}+\frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2}-\frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right)dt+C_3,
\end{aligned}$$

де $M(m,k,x)$, $W(m,k,x)$ – функції Уітекера, а за умови, що $|\frac{r-(\lambda_1+\lambda)}{r}|$ – не ціле,

$$C_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 m_1+m_2+\gamma_2},\ C_2 = \frac{1}{\gamma_1 m_1+m_2+\gamma_2},\ C_3 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 m_1+m_2+\gamma_2},$$

де $\gamma_1 = \left(\frac{(\lambda+\lambda_1-r)\Gamma(2(\lambda+\lambda_1)/r-2)}{(a+b)\Gamma(2(a-b)/(a+b)+(\lambda_1+r)/r)} - \lambda_1 m_3\right)/\lambda_1 m_4$,
$\gamma_2 = \frac{(\lambda+\lambda_1-r)\Gamma(2(\lambda+\lambda_1)/r-2)}{\lambda(a+b)\Gamma(2(a-b)/(a+b)+(\lambda_1+r)/r)}$,
$m_1 = \int\limits_0^\infty t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt$,
$m_2 = \int\limits_0^\infty t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} W\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt$,
$m_3 = \int\limits_0^\infty \int\limits_0^v (t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} W\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt) b e^{-bv} dv$,
$m_4 = \int\limits_0^\infty \int\limits_0^v (t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt) b e^{-bv} dv$,
тут умова позитивності прибутку матиме вигляд $r + \lambda_1/b > \lambda/a$.

Доведення. Оскільки розміри страхових премій мають експонентний розподіл з параметром a, тобто щільність розподілу величин страхових премій до компанії буде такою:

$$f_C(u) = \begin{cases} ae^{-au}, u > 0 \\ 0, u \leqslant 0, \end{cases}$$

а розміри позовів експоненціальний розподіл з параметром b, тобто

$$g_y(v) = \begin{cases} be^{-bv}, v > 0 \\ 0, v \leqslant 0, \end{cases}$$

тоді, зважаючи на це та (3), ймовірність небанкрутства будемо знаходити з рівняння:

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi(x) = xr\varphi'(x) + \lambda \int\limits_0^x \varphi(x-u) a e^{-au} du + \lambda_1 \int\limits_0^\infty \varphi(x+v) b e^{-bv} dv. \quad (7)$$

Заміни змінних $u_1 = x - u$, $v_1 = x + v$ приводять до рівняння:

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi(x) = xr\varphi'(x) + \lambda \int\limits_0^x \varphi(u_1) a e^{-a(x-u_1)} du_1 + \lambda_1 \int\limits_x^\infty \varphi(v_1) b e^{-b(v_1-x)} dv_1,$$

звідки випливає диференційованість $\varphi(x)$. Відзначимо рівності

$$\left(\lambda \int\limits_0^x \varphi(x-u) a e^{-au} du\right)'_x = \lambda a \varphi(x) - \lambda a \int\limits_0^x \varphi(x-u) a e^{-au} du,$$
$$\left(\lambda_1 \int\limits_0^\infty \varphi(x+v) b e^{-bv} dv\right)'_x = -\lambda_1 b \varphi(x) + \lambda_1 b \int\limits_0^\infty \varphi(x+v) b e^{-bv} dv.$$

Отже, диференціюючи (7), матимемо:

$$(\lambda_1 + \lambda)\varphi'(x) = xr\varphi''(x) + r\varphi'(x) + \lambda a \varphi(x) - \\ -\lambda a \int\limits_0^x \varphi(x-u) a e^{-au} du - \lambda_1 b \varphi(x) + \lambda_1 b \int\limits_0^\infty \varphi(x+v) b e^{-bv} dv. \quad (8)$$

Підставивши тут значення $\lambda_1 b \int\limits_0^\infty \varphi(x+v)be^{-bv}dv$ з (7) та проробивши елементарні математичні перетворення, матимемо:

$$\begin{aligned}&(\lambda_1+\lambda)[\varphi'(x)-b\varphi(x)] = xr[\varphi''(x)-b\varphi'(x)]+r\varphi'(x)+\\&+(\lambda a-\lambda_1 b)\varphi(x)-\lambda(a+b)\int\limits_0^x \varphi(x-u)ae^{-au}du.\end{aligned} \tag{9}$$

Знову диференціюючи (9), матимемо:

$$\begin{aligned}&(\lambda_1+\lambda)[\varphi''(x)-b\varphi'(x)] = xr[\varphi'''(x)-b\varphi''(x)]+\\&+r[\varphi''(x)-b\varphi'(x)]+r\varphi''(x)+(\lambda a-\lambda_1 b)\varphi'(x)-\\&-\lambda a(a+b)\varphi(x)+\lambda a(a+b)\int\limits_0^x \varphi(x-u)ae^{-au}du.\end{aligned} \tag{10}$$

Підставивши тут значення $\lambda a(a+b)\int\limits_0^x \varphi(x-u)ae^{-au}du$ з (9) та знову проробивши елементарні математичні перетворення, матимемо:

$$\begin{aligned}&xr\varphi'''(x)+[xr(a-b)-(\lambda+\lambda_1)+2r]\varphi''(x)-\\&-[xrab+(\lambda_1 a-\lambda b)+r(a-b)]\varphi'(x)=0.\end{aligned} \tag{11}$$

Чи, поділивши (11) на r, остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned}&x\varphi'''(x)+[x(a-b)+2-\frac{\lambda+\lambda_1}{r}]\varphi''(x)-\\&+[-xab+(\lambda b-\lambda_1 a)+r(b-a)]\varphi'(x)=0.\end{aligned} \tag{12}$$

Зробивши тут заміну $\varphi'(x)=y(x)$, (12) можна переписати у виді:

$$\begin{aligned}&xy''(x)+[x(a-b)+2-\frac{\lambda+\lambda_1}{r}]y'(x)-\\&+[-xab+(\lambda b-\lambda_1 a)+r(b-a)]y(x)=0.\end{aligned} \tag{13}$$

Тут слід зауважити, що з [4, с.431] рівняння виду

$$xy''(x)+(ax+b)y'(x)+(cx+d)y(x)=0$$

за умови що $a^2>4c$, має розв'язок:

$$\begin{aligned}&y(x)=C_1x^{-b/2}e^{-ax/2}M\left(\frac{2d-ab}{2\sqrt{a^2-4c}},\frac{1}{2}(b-1),x\sqrt{a^2-4c}\right)+\\&+C_2x^{-b/2}e^{-ax/2}W\left(\frac{2d-ab}{2\sqrt{a^2-4c}},\frac{1}{2}(b-1),x\sqrt{a^2-4c}\right),\end{aligned}$$

де $M(m,k,x)$ – функція, що введена Уіттекером, яка задовільняє функціональному рівнянню:

$$M(k,m,x) = (-1)^{-1/2-m} M(-k,m,-x),$$

а $W(m,k,x)$ – функції Уітекера, такі що

$$W(m,k,x) = -\frac{1}{2\pi i}\Gamma(\mu) x^k e^{-x/2} \int (-t)^{\mu} (1+t/x)^{2m+\mu-1} e^{-t} dt.$$

Отже, враховуючи це, а також те, що умова $a^2 > 4c$ виконується, а саме в нашому випадку $(a+b)^2 > 0$ матимемо, що розв'язок (13):

$$\begin{aligned} y(x) = C_1 x^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)x/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, x(a+b)\right) + \\ +C_2 x^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)x/2} W\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, x(a+b)\right). \end{aligned} \tag{14}$$

І тепер враховуючи зроблену раніше заміну, розв'язок (12) прийме вигляд:

$$\begin{aligned} &\varphi(x) = C_3 + \\ &+C_1 \int_0^x t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt + \\ &+C_2 \int_0^x t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} W\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt. \end{aligned} \tag{15}$$

Знайдемо невідомі константи C_1, C_2, C_3, використовуючи при цьому співвідношення:

$$\begin{gathered} \varphi(\infty) = 1, \\ (\lambda+\lambda_1)\varphi(0) = \lambda_1 \int_0^{\infty} \varphi(v) b e^{-bv} dv, \\ (\lambda+\lambda_1-r)\varphi'(0) = \lambda(a+b)\varphi(0). \end{gathered} \tag{16}$$

Для визначення невідомих констант спочатку скористуємось тим, що за умови, якщо $|2k| = |\frac{r-(\lambda+\lambda_1)}{r}|$ – не є ціле, тоді функції $M(m,k,x)$, $W(m,k,x)$ пов'язані співвідношенням [5]:

$$W(m,k,x) = \frac{\Gamma(-2k)}{\Gamma(1/2-k-m)} M(m,k,x) + \frac{\Gamma(2k)}{\Gamma(1/2+k-m)} M(m,-k,x),$$

де $M(m,k,x) = x^{1/2+k} e^{-x/2} \Phi(k-m+1/2, 2k+1, x)$, а $\Phi(a,c,z)$ – функція Куммера, така що

$$\Phi(a,c,z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(a+1)...(a+n-1)z^n}{c(c+1)...(c+n-1)n!}.$$

Отже, враховуючи це, (14) можна переписати у вигляді:

$$y(x) = C_1 x^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)x/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, x(a+b)\right) +$$
$$+C_2 x^{\frac{\lambda+\lambda_1}{r}-2} e^{-(a-b)x} \delta\Phi\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, x(a+b)\right) + \tag{17}$$
$$+C_2 e^{-(a-b)x} \delta\Phi\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, -\frac{1}{2} + \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, x(a+b)\right).$$

де $\delta = \frac{\Gamma\left(2\left(\frac{(\lambda_1+\lambda)}{r}-1\right)\right)}{\Gamma\left(\frac{2(a-b)}{a+b}+\frac{\lambda_1+r}{r}\right)}$.

Отже, зважаючи на (17), а також те, що можна виписати:

$$\varphi'(0) = C_2\Gamma\left(\frac{2(\lambda_1+\lambda)}{r} - 2\right) / \Gamma\left(\frac{2(a-b)}{a+b} + \frac{\lambda_1+r}{r}\right).$$

Отже (16) можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned} &C_1 m_1 + C_2 m_2 + C_3 = 1, \\ &C_1\lambda_1 m_3 + C_2\lambda_1 m_4 - \lambda C_3 = 0, \\ &C_3 = \frac{(\lambda+\lambda_1-r)\Gamma(2(\lambda+\lambda_1)/r-2)C_2}{\lambda(a+b)\Gamma(2(a-b)/(a+b)+(\lambda_1+r)/r)}, \end{aligned} \tag{18}$$

де, тут і далі

$m_1 = \int\limits_0^\infty t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt,$

$m_2 = \int\limits_0^\infty t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} W\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt,$

$m_3 = \int\limits_0^\infty \int\limits_0^v (t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} W\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt) b e^{-bv} dv,$

$m_4 = \int\limits_0^\infty \int\limits_0^v (t^{\frac{\lambda+\lambda_1}{2r}-1} e^{-(a-b)t/2} M\left(\frac{2(b-a)}{a+b} + \frac{\lambda-\lambda_1}{2r}, \frac{1}{2} - \frac{\lambda_1+\lambda}{2r}, t(a+b)\right) dt) b e^{-bv} dv.$

Розвязуючи (18), матимемо, що

$$C_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 m_1 + m_2 + \gamma_2},\ C_2 = \frac{1}{\gamma_1 m_1 + m_2 + \gamma_2},\ C_3 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 m_1 + m_2 + \gamma_2}, \tag{19}$$

де $\gamma_1 = \left(\frac{(\lambda+\lambda_1-r)\Gamma(2(\lambda+\lambda_1)/r-2)}{(a+b)\Gamma(2(a-b)/(a+b)+(\lambda_1+r)/r)} - \lambda_1 m_3\right) / \lambda_1 m_4,$

$\gamma_2 = \frac{(\lambda+\lambda_1-r)\Gamma(2(\lambda+\lambda_1)/r-2)}{\lambda(a+b)\Gamma(2(a-b)/(a+b)+(\lambda_1+r)/r)}.$

Отже, розвязком (12) буде (15), де константи мають вигляд (19).

Теорема 2 доведена. □

Приклад. У випадку коли $a = 5, b = 4, \lambda_1 = 0,8, \lambda = 0,5$ та $r = 0,2$, при початковому капіталі $x = 1000$, ймовірність небанкрутства страхової компанії, що визначається рівнянням (15), дорівнюватиме $0,9867$.

Висновок. На основі класичної моделі Крамера-Лундеберга було розглянуто стохастичний процес премій, незалежний від процесу ризику, за умови розміщення капіталу на банківському депозиті. Для ймовірності небанкрутства було отримано інтегральне рівняння та експоненціальні оцінки.

1. *Бойков А.В.* Модель Крамера-Лундберга со стохастическими премиями // Теория вероятностей и ее применения. – 2002. – Т.47, В.3. – С.549-553.
2. *Жилина Л.С.* Оценка вероятности разорения страховой компании для некоторой модели страхования // Прикладна статистика, актуарна та фінансова математика. – 2000. – №1. – С.67-78.
3. *Мельников А.В.* Риск-менеджмент: Стохастический анализ рисков в экономике финансов и страхования. – М.: Анкил, 2001, 112с.
4. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Изд-во "Наука", главная редакция физ.-мат. литературы, 1972, 577с.
5. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. – М.: Изд-во "Наука", главная редакция физ.-мат. литературы, 1977, 344с.

Донецький національний ун-т
bvbondarev.@cable.netlux.org
zhmykhovatanya@mail.ru

Получено 15.11.07