

Корреляционная функция и спектр мелкомасштабных магнитных полей Солнца

Н. И. К्लीрин, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов

Найдены спектр и временная корреляционная функция магнитного поля, генерируемого отражательно-симметричным короткокоррелированным турбулентным течением. Полученные результаты можно сопоставить с корреляционными свойствами солнечного мелкомасштабного магнитного поля, не зависящего от цикла.

CORRELATION FUNCTION AND SPECTRUM OF THE SOLAR SMALL-SCALE MAGNETIC FIELDS, by Klierin N. I., Ruzmajkin A. A., Sokolov D. D.—Spectrum and time correlation function of magnetic field generated by reflectionally invariant short-correlated turbulent flow are found. The results can be applied to study the correlation features of the solar small-scale magnetic field independent of the solar cycle.

Введение. Магнетизм Солнца и звезд аналогичного типа объясняется теорией гидромагнитного динамо. Источником генерации служат вращение и случайные гидродинамические течения в областях, охваченных конвекцией. Хорошо изучен процесс возбуждения среднего поля [4, 8], с которым связаны поля, управляющие 11-летним циклом солнечной активности [10, 16]. Однако наряду со средним полем в солнечной конвективной оболочке должны генерироваться и флюктуационные поля. Их можно характеризовать вторым моментом:

$$H_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t_1, t_2) = \langle H_i(\mathbf{x}, t_1) H_j(\mathbf{y}, t_2) \rangle - \langle H_i(\mathbf{x}, t_1) \rangle \langle H_j(\mathbf{y}, t_2) \rangle,$$

где \mathbf{x} , \mathbf{y} — точки, в которых измеряется магнитное поле \mathbf{H} в моменты времени t_1 , t_2 . Угловые скобки означают статистическое усреднение.

В последнее время интерес к проблеме генерации мелкомасштабных полей значительно возрос в связи с изучением тонкоструктурных магнитных полей Солнца (см., например, [14, 15]). Естественно предположить, что эти поля и описывающий их корреляционный тензор состоят из двух частей: 1) относительно однородной и изотропной, процесс генерации которой не связан со средним полем и 11-летним циклом; 2) анизотропной, описывающей флюктуации среднего поля и тесно связанной с 11-летним циклом. Наблюдения, по-видимому, также указывают на возможность подобного деления [2].

Генерируемые турбулентным динамо флюктуационные поля имеют перемежающийся характер [7]. Это значит, что магнитные линии сосредоточены в узких слоях или жгутах, а в значительных областях пространства их практически нет. Важная особенность перемежающихся полей состоит в том, что среднестатистическое поле совсем не похоже на отдельную реализацию случайного поля. Для достаточно полного описания такого случайного поля необходимо рассмотрение многих моментов. Однако, как мы покажем, «следы» перемежаемости проявляются и в структуре второго момента изотропной и одинарной составляющей флюктуационного поля, не связанного со средним полем. Корреляционная функция для этих полей в координатном представлении найдена в [13] в приближении больших магнитных чисел Рейнольдса.

Цель настоящей работы — нахождение спектральной плотности магнитной энергии и одноточечной временной корреляционной функции магнитного поля. Формально обе эти функции можно определить, вычислив соответствующие интегралы от корреляционной функции в координатном представлении. Трудность, в действительности, состоит в том, что мы располагаем не точным, а приближенным (асимптотическим)

выражением для коррелятора. Процедура построения асимптотического решения приводит к недостаточной гладкости корреляционной функции, что ведет, в частности, к нефизическому поведению формально вычисленного спектра при больших волновых числах k .

Модель генерации флюктуационных полей. Генерация мелкомасштабных магнитных полей однородными и изотропными течениями несжимаемой проводящей жидкости при дополнительном предположении о короткокоррелированности поля скорости описывается уравнением Казанцева [3]. Для описания такого течения достаточно задать коррелятор

$$\langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}(\mathbf{y}, t + \tau) \rangle = l g(\tau) f(r), \quad (1)$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ — случайная гидродинамическая скорость; l — корреляционная длина; $u = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$; $g(\tau) = \delta(\tau)$ — дельта-функция; $r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}|$.

Пусть для определенности $f(r) = \exp(-r^2/\lambda^2)$, где, как можно подсказать, $\lambda = l \sqrt{8/\pi}/3 \approx 0.5 l$. Полагая $\langle \mathbf{H} \rangle = 0$, введем аналогично (1) одно-временный коррелятор магнитного поля:

$$\langle \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) \mathbf{H}(\mathbf{y}, t) \rangle = \omega(r, t).$$

Явная зависимость $\omega(r, t)$ от времени связана с тем, что рассматривается линейная задача динамо, т. е. не учитывается влияние магнитного поля на движение. Увеличение $\omega(r, t)$ со временем t означает возрастание энергии поля, поскольку $\omega(0, t) = \langle \mathbf{H}^2 \rangle$.

Корреляционная функция $\omega(r, t)$ может быть найдена из уравнения Казанцева [5, 9]:

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{1}{2m(r)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + U(r) \psi, \quad (2)$$

где

$$\omega = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (V \sqrt{2m} \psi r); \quad [2m(r)]^{-1} = \text{Rm}^{-1} + \frac{1 - F(r)}{3};$$

$$F(r) = \frac{3}{r^2} \int_0^r f(r) r^2 dr; \quad U = \frac{1}{2r} \frac{df}{dr} + \frac{1}{mr^2} - \frac{1}{8m^3} \left(\frac{dm}{dr} \right)^2.$$

Уравнение записано в безразмерных переменных: время и координаты измеряются в единицах соответственно $\lambda \sqrt{2}/u$, $\lambda \sqrt{2}$; магнитное число Рейнольдса $\text{Rm} = \lambda u \sqrt{2}/\nu_m$, где ν_m — магнитная вязкость.

Решение этого уравнения ищется в виде $\psi = R(r) \exp(2\gamma t)$ с граничными условиями $R(0) = 0$, $R(\infty) = 0$. Требование $R(0) = 0$ соответствует тому, что $R(r) \approx r^2$ и $\omega(0, t) = \exp(2\gamma t)$ при $r \rightarrow 0$. Для $R(r)$ получается задача на собственные значения

$$-\gamma R = -\frac{1}{2m(r)} \frac{d^2 R}{dr^2} + U(r) R. \quad (3)$$

«Связанные состояния» (с $\gamma > 0$) соответствуют самовозбуждающимся модам магнитного поля. После нахождения R и γ имеем и решение задачи (2):

$$\omega(r, t) = \sum_k C_k \exp(2\gamma_k t) \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r \sqrt{2m} R_k) \equiv \sum_k C_k \omega_k(r) \exp(2\gamma_k t), \quad (4)$$

где коэффициенты C_k определяются начальными условиями. Каждой собственной функции $R_k(r)$ и собственному значению γ_k соответствует своя система независимых магнитных полей. Однако коэффициенты C_k не будут независимыми в силу положительной определенности энергии:

$$\omega(0, t) = \langle \mathbf{H}^2 \rangle = \sum_k C_k \exp(2\gamma_k t) > 0. \quad \text{В частности, } \sum_k C_k > 0.$$

В случае магнитных чисел Рейнольдса, типичных для солнечной конвективной зоны ($Rm \sim 10^8$), уравнение (3) можно решить асимптотическим методом типа ВКБ. Подробное математическое исследование (3) проведено в работах [1, 13]. Мы приведем лишь результат:

$$w_m(r) = Rm^{-1/2} \begin{cases} \mu + \frac{1}{3} r \frac{d\mu}{dr}, & r < e^{1/6} Rm^{-1/2}; \\ (-1)^{m-1} e^{1/4} Rm^{-3/4} r^{-3/2} \left\{ \left(\frac{3}{2} \mu + r \frac{d\mu}{dr} \right) (1 - \delta) \frac{\ln Rm}{4\pi m} \times \right. \\ \times \sin \left[\frac{2\pi m}{\ln \varepsilon} (1 + \delta) \ln r \right] + \frac{1}{4} \left(r \frac{d\mu}{dr} - \frac{1}{2} \mu \right) \times \\ \times \cos \left[\frac{2\pi m}{\ln \varepsilon} (1 + \delta) \ln r \right] \Big\}, & e^{1/6} Rm^{-1/2} < r < 1; \\ \frac{1}{4} e^{1/4} (-1)^m r^{-2} \exp \left[-\frac{3}{2} (r-1) \right] \left(\frac{3}{2} \mu r - \mu - \frac{d\mu}{dr} \right), & r > 1, \end{cases}$$

где $\mu^2 \equiv 2m(r)$; $\gamma_m = 3/4 - (\pi^2 m^2 / 5) (2 / \ln Rm)^2$.

Здесь $\varepsilon = Rm^{-1}$; $\delta = 2 / \ln \varepsilon$; $m = 1, 2, 3, \dots$ -- номер моды. Очевидно, что $\gamma_1 > \gamma_2 > \gamma_3 > \dots$. Примерный вид функции $w_m(r)$ для $m=1$ и $m=2$ изображен на рис. 1. Функция $w_1(r)$ имеет антикорреляционный «хвост». Точные значения $r_2 \sim 1$, при которых $w_1(r_2) = 0$, и $r_3 \sim 1$, когда наблюдается наиболее сильная антикорреляция, определяются формой гидродинамического коррелятора $F(r)$. Обращает на себя внимание,

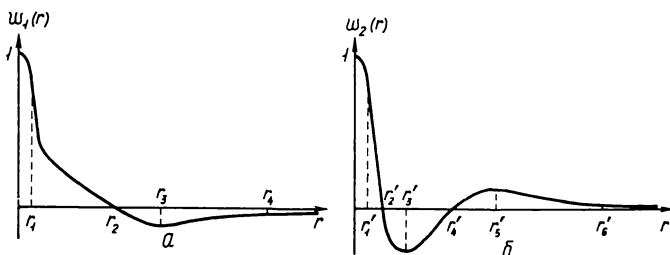


Рис. 1. Примерный вид пространственных корреляционных функций, соответствующих первой (а) и второй (б) модам: $r_1 \approx 1.2 Rm^{-1/2}$, $w_1(r_1) \approx 0.82$; точные значения $r_2 \ll 1$, $w_1(r_2) = 0$ и $r_3 \ll 1$, $w_1(r_3) = \min \sim Rm^{-5/4}$ зависят от модели турбулентности; $r_4 \approx 1$; $r'_1 = r_1$, $w_2(r'_1) = w_1(r_1)$; $r'_2 \approx 0.14 Rm^{-1/4}$, $w_2(r'_2) = 0$; $r'_3 \approx Rm^{-1/4}$, $w_2(r'_3) = \min \approx -e^{1/4} Rm^{-5/8} \sqrt{5}/2$; $r'_4 = r_2$; $r'_5 = r_3$, $w_2(r'_5) = \max = -w_1(r_3)$; $r'_6 = r_4$, $w_2(r'_6) = -w_1(r_4)$

что поля, соответствующие $m=2$, помимо естественных масштабов задачи (основного $l \sim 1$ и скин-слоя $l \sim Rm^{-1/2}$), имеют еще один масштаб антикорреляции.

Спектр магнитных флуктуаций. Наряду с корреляционной функцией представляет интерес и спектр флуктуаций магнитного поля, который можно сопоставить с данными наблюдений.

Определим спектр соотношением $\langle N^2 \rangle = \int M(k) dk$. Для изотропного случая $M(k) = 4\pi k^2 w(k)$. Учитывая, что $w(r) = r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} (r\mu R)$, находим

$$w(k) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \left[\frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr) \right] R(r, t) \mu(r) dr.$$

Для больших масштабов ($k \rightarrow 0$) из последней формулы следует

$$M(k) \approx k^4 \frac{2}{3\pi} \int r^2 R(r, t) \mu(r) dr.$$

Для $k \gtrsim 1$ такой универсальной зависимости получить, конечно, нельзя. Обратимся в этом случае к разложению по собственным функциям:

$$\omega(k) = \sum_m C_m \exp(2\gamma_m t) \omega_m(k); \quad M(k) = \sum_m C_m \exp(2\gamma_m t) M_m(k),$$

где

$$M_m(k) = \frac{2k^2}{\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\sin(kr)}{kr} - \cos(kr) \right] R_m(r) \mu(r) dr. \quad (5)$$

Поскольку $\gamma_1 > \gamma_2 > \gamma_3 > \dots$, то при $C_1 > 0$ и $M_1(k) > 0$ имеем $M(k, t) \gtrsim 0$, если только $M(k, 0) > 0$. Для произвольных $\mu(r)$ и, в частности, для экспоненциальной зависимости $f(r)$ интеграл не может быть вычислен в конечной форме. Для оценки примем следующую аппроксимацию $\mu(r)$:

$$\begin{aligned} \mu &= Rm^{1/2}, \quad r < e^{1/6} Rm^{-1/2}; \\ \mu &= \sqrt[3]{3}/r, \quad e^{1/6} Rm^{-1/2} < r < 1; \\ \mu &= \sqrt[3]{3}, \quad r > 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, интеграл (5) разбивается на три интеграла: от 0 до $e^{1/6} Rm^{-1/2}$, от $e^{1/6} Rm^{-1/2}$ до 1 и от 1 до ∞ . Следовательно, $M_m(k) = I_1^{(m)} + I_2^{(m)} + I_3^{(m)}$. Приведем для примера $I_1^{(m)}(k) \sim \int_0^{e^{1/6} Rm^{-1/2}} (\dots) dr$ и

$$I_2^{(m)}(k) \sim \int_{e^{1/6} Rm^{-1/2}}^1 (\dots) dr:$$

$$\begin{aligned} I_1^{(m)}(k) &= \frac{2}{\pi k} \left[\sin(ke^{1/6} \sqrt{\varepsilon}) - ke^{1/6} \sqrt{\varepsilon} \cos(ke^{1/6} \sqrt{\varepsilon}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} k^2 e^{1/3} \varepsilon \sin(ke^{1/6} \sqrt{\varepsilon}) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2^{(m)}(k) &= \frac{3\sqrt[3]{3}}{\pi} (-1)^{m-1} Rm^{-5/4} \frac{\ln Rm}{4\pi m} k^{3/2} \operatorname{Im} \left\{ k^{-2i\xi} \exp(i\xi) \times \right. \\ &\quad \times \left[\left(\gamma \left(\frac{1}{2} + 2i\xi, -ik \right) - \gamma \left(\frac{1}{2} + 2i\xi, -ik Rm^{-1/2} \right) \right) \exp(i\pi/4) + \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\gamma \left(\frac{1}{2} + 2i\xi, ik \right) - \gamma \left(\frac{1}{2} + 2i\xi, ik Rm^{-1/2} \right) \right) \exp(-i\pi/4) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $\xi = (\pi m / \ln \varepsilon) (1 + \delta)$; $\gamma(a, z)$ — неполная гамма-функция (см., например, [11]); мы учли, что $\sin(a \ln r + \beta) = \operatorname{Im} [r^{i\alpha} \exp(i\beta)]$. Обратим внимание, что $I_1^{(m)}$ содержит особенность k^{-1} , а $I_2^{(m)}$ — логарифмическую особенность. Это связано с разрывами функции $\mu\omega$ и ее производной.

Сохраняя в (5) только главные члены и отбрасывая несущественное слагаемое $I_1^{(m)}(k)$, получаем

$$\begin{aligned} M_m(k) &\approx \frac{6\sqrt[3]{6}}{\sqrt{\pi}} Rm^{-5/4} (-1)^{m-1} \frac{\ln Rm}{4\pi m} \sin \left(\frac{2\pi m}{\ln Rm} \ln k \right) k^{3/2} C \left(\sqrt{\frac{2}{\pi} k} \right), \\ &k > 1.12; \end{aligned} \quad (7)$$

$$M_m(k) \approx I_2^{(m)}(k) + I_3^{(m)}(k) \approx Rm^{-5/4} \frac{2\sqrt{3}}{\pi} (-1)^{m-1} \left(\frac{5\sqrt{e}}{81} + \frac{3}{50} \right) k^4 \approx \\ \approx \frac{2}{\pi} 0.28 (-1)^{m-1} Rm^{-5/4} k^4, \quad k < 1.12,$$

где $C(z) = \int_0^z \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$ — интеграл Френеля. При вычислениях мы учли,

что $\gamma(a, z) \approx z^a a^{-1}$ при $|z| \ll 1$ и $\gamma\left(\frac{1}{2} + i\xi, ix\right) \approx \gamma\left(\frac{1}{2}, ix\right) = \\ = \gamma^*\left(\frac{1}{2}, -ix\right) = \sqrt{2\pi} [C(x) - iS(x)] \exp(i\pi/4)$ при $x \gg 1$, $\xi \ll 1$. Здесь

$$S(z) = \int_0^z \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt \quad [11].$$

При $k > Rm^{1/2}$ спектр формально оказывается отрицательным, что связано с логарифмической особенностью спектра нефизического характера. По-видимому, при $k > Rm^{1/2}$ должен происходить квазиэкспоненциальный спад спектра. С учетом данного обстоятельства моде с

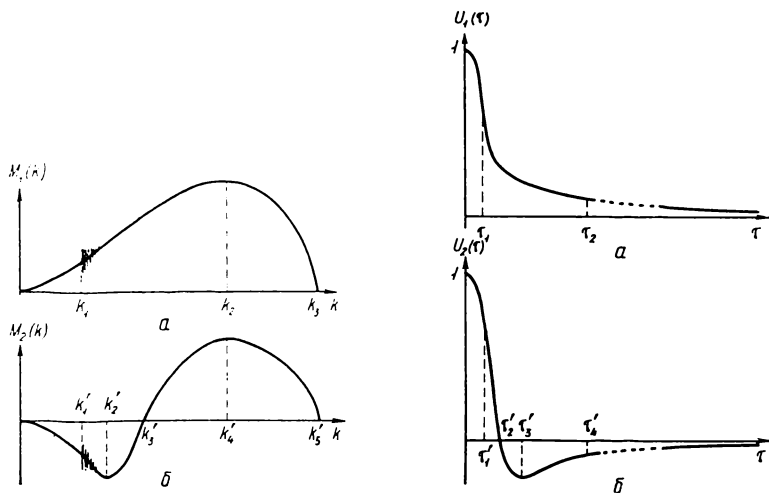


Рис. 2. Примерный вид спектров корреляционных функций, соответствующих первой (а) и второй (б) модам: $k_1 \approx 1.12$, $M_1(k_1) \approx 0.28 Rm^{-5/4}$; $k_2 \approx 0.51 Rm^{1/2}$, $M_1(k_2) \approx \approx 0.51 Rm^{-1/2}$; $k_3 \approx Rm^{1/2}$, $M_1(k_3) \approx 0$; $k'_1 = k_1$, $k'_2 = Rm^{1/4} \exp(-2/3)$, $M_2(k'_2) \sim \sim -3 Rm^{-7/8}$; $k'_4 = k_2$, $M_2(k'_4) = M_1(k_2)$; $k'_3 \sim Rm^{1/4}$, $M(k'_3) \approx 0$; $k'_5 = k_3$

Рис. 3. Примерный вид временных корреляционных функций, соответствующих первой (а) и второй (б) модам: $\tau = 1.34/Rm$, $U_1(\tau_1) \approx 0.63$; $\tau_2 \sim 1$; $\tau'_1 = \tau$, $U_2(\tau'_1) = U_1(\tau_1)$; $\tau'_2 = \exp(-3/8) Rm^{-1/2}$, $U_2(\tau'_2) = 0$; $\tau'_3 = \exp(17/40) Rm^{-1/2}$; $\tau'_4 = \tau_2$

наибольшей скоростью роста ($m=1$) действительно соответствует положительно определенный спектр. У всех остальных мод спектр оказывается знакопеременным. Однако в силу относительно малых скоростей роста этих мод полный спектр является положительно определенным и для любого флуктуационного поля.

Примерный вид спектров, соответствующих первой и второй модам, приведен на рис. 2. Необходимо обратить внимание на то, что спектр первой моды в отличие от всех стандартных спектров теории турбулентности имеет участки подъема и спада приблизительно одинаковой длины. Этим найденный спектр радикально отличается от известного

спектра альвеновских волн Крейкнана, где энергонесущим является основной масштаб турбулентности, а участок спада спектра примерно в $Rm^{2/3}$ раз длиннее участка подъема. Такая особенность найденного нами спектра связана с внесением энергии магнитного поля не в основной масштаб турбулентности, а в малые скин-слоиные масштабы $l \sim Rm^{-1/2}$.

В приложениях следует учитывать, что множитель $k^{3/2}$ в (7), как и точное положение максимума в спектре $M(k)$, определяется конкретным видом $\mu(r)$.

Например, при $\mu = (Rm^{1/2} - \sqrt{3}) \exp(-\alpha r) - \sqrt{3}$ для $k \gg \alpha^{-1}$ получим

$$M_m(k) \sim Rm^{-3/4} (-1)^{m-1} \frac{\ln Rm}{4\pi m} k^{1/2} \sin\left(\frac{2\pi m}{\ln Rm} \ln k\right),$$

а максимальное значение $M(k)$ достигается при $k \approx e^{-2} Rm^{1/2} = 0.14 Rm^{1/2}$.

Таким образом, степенной множитель перед $\sin\left(\frac{2\pi m}{\ln Rm} \ln k\right)$ несет информацию о характере поля скорости.

Отметим, что найденные спектры имеют непосредственное отношение только к линейной задаче, в которой обратное влияние поля на движение не учитывается. Полагаем, что нелинейные явления приведут к формированию на участке падения $M(k)$ (при $k > 0.51 Rm^{1/2}$) степенного спектра ($M(k) \sim k^{-3/2}$, спектр Крейкнана). Этот спектр, по-видимому, будет простирается до $k = k_d \sim Rm^{3/4}$. Видно, что в отличие от стандартного спектра Крейкнана участок подъема лишь примерно в $Rm^{1/4}$ раз короче участка спада спектра.

Временная корреляционная функция. Помимо спектра при наблюдениях может определяться и корреляционная функция $\langle \mathbf{H}(t+\tau) \mathbf{H}(t) \rangle$. В стационарном случае этот коррелятор зависит только от τ . На линейной стадии происходит нестационарный динамо-процесс. Согласно [6], неодновременный корреляционный тензор выражается через одновременный с помощью функции Грина уравнения для среднего поля $\langle J_{jl}(\tau, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \rangle$

$$\langle H_i(\mathbf{x}, t) H_j(\mathbf{y}, t + \tau) \rangle = \int \langle J_{jl}(\tau, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \rangle H_{il}(t, \mathbf{x}, \mathbf{z}) d^3z.$$

Поскольку в нашей модели скорость и спиральность равны нулю, то генерация среднего поля отсутствует, и функция Грина для среднего поля совпадает с диффузионной

$$\langle J_{jl}(\tau, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \rangle = \pi^{-3/2} [2/(\pi^{1/2}\tau)]^{3/2} \delta_{jl} \exp[-2(\mathbf{y} - \mathbf{z})^2/(\tau \sqrt{\pi})].$$

Тогда

$$\begin{aligned} \langle H_i(t, \mathbf{x}) H_j(t + \tau, \mathbf{y}) \rangle &= \pi^{-3/2} \int [2/(\pi^{1/2}\tau)]^{3/2} \exp[-2(\mathbf{y} - \mathbf{z})^2/(\tau \sqrt{\pi})] \times \\ &\quad \times H_{ij}(t, \mathbf{x}, \mathbf{z}) d^3z. \end{aligned}$$

Ограничимся для простоты расчетом $\langle \mathbf{H}(t) \mathbf{H}(t + \tau) \rangle$. Тогда, положив $i = j$ и $\mathbf{x} = \mathbf{y}$, находим

$$\langle \mathbf{H}(t) \mathbf{H}(t + \tau) \rangle = \sum_m C_m U_m(\tau) \exp(2\gamma_m t),$$

где

$$U_m(\tau) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty [2/(\pi^{1/2}\tau)]^{3/2} \exp[-2r^2/(\tau \sqrt{\pi})] \omega_m(r) r^2 dr.$$

Воспользовавшись тем, что $\omega_m(r) \approx \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r\mu(r) R_m(r)]$, получим

$$U_m(\tau) = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (\tilde{\xi}/\tau)^{5/2} \exp(-\tilde{\xi}r^2/\tau) \mu(r) R_m(r) r^2 dr,$$

где $\tilde{\xi} = 2/\sqrt{\pi} \approx 1.12$. В дальнейшем положим $\tilde{\xi} \approx 1$. Из последней формулы видно, что при $\tau \gg 1$ имеем

$$U_m(\tau) = \tau^{-5/2} A_m, \quad \text{где } A_m = \int_0^{\infty} \mu(r) R_m(r) r^2 dr.$$

Таким образом, на больших τ корреляционная функция показывает универсальное поведение

$$\langle \mathbf{H}(t + \tau) \mathbf{H}(t) \rangle \approx \tau^{-5/2} F(t), \quad (8)$$

где $F(t) = \sum_m A_m \exp(2\gamma_m t)$. При $\tau \ll 1$ получить универсальную зависимость типа (8) нельзя. Для оценки вновь примем $\mu(r)$ в форме (6). Тогда

$$U_m(\tau) = I_1^{(m)}(\tau) + I_2^{(m)}(\tau) + I_3^{(m)}(\tau).$$

Здесь

$$I_1^{(m)} \approx \Phi(\sqrt{\epsilon} e^{1/6} / \sqrt{\tau}) - (2/\sqrt{\pi}) \sqrt{\epsilon/\tau} \exp(-\epsilon e^{1/3}/\tau) [(2/3)(\epsilon e^{1/3}/\tau) + 1];$$

$$I_2^{(m)} \approx 4\pi^{-1/2} \sqrt{3} (-1)^{m-1} \epsilon^{5/4} \tau^{-5/4} \frac{\ln Rm}{4\pi m (1 + \delta)} \operatorname{Im} \left\{ \tau^{i\tilde{\xi}/2} \left[\gamma \left(\frac{5}{4} + i\tilde{\xi}/2, \tau^{-1} \right) - \gamma \left(\frac{5}{4} + i\tilde{\xi}/2, \tau^{-1} \epsilon e^{1/6} \right) \right] \exp(i\pi \delta m/2) \right\};$$

$$I_3^{(m)} \approx (6\sqrt{3}/\pi) (-1)^m e^{1/4} \epsilon^{5/4} \tau^{-3} \exp(-1/\tau) \left\{ \tau^{1/2}/2 - 3\sqrt{\tau}/8 + \frac{\pi}{4} \left[1 - \Phi \left(\tau^{-1/2} + \frac{3}{4} \sqrt{\tau} \right) \right] \left(\frac{9}{8} \tau + 1 \right) \exp \left(\frac{9}{16} \tau + \frac{3}{2} + \frac{1}{\tau} \right) \right\},$$

где Φ — функция ошибок. Оставляя главные члены, найдем

$$U_m(\tau) = \begin{cases} \Phi \left(\sqrt{\frac{2e^{1/3}}{Rm \tau}} \right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{2e^{1/3}}{\tau Rm} \right), & \tau < Rm^{-1}; \\ (-1)^{m-1} Rm^{-5/4} \tau^{-5/4} \frac{\ln Rm}{\pi m} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \sin \left[\frac{\pi m}{\ln Rm} \ln(\tau e^{3/8}) \right], & Rm^{-1} < \tau < 0.7; \\ (-1)^{m-1} \frac{8}{\sqrt{\pi}} 0.84 Rm^{-5/4} \tau^{-5/2}, & \tau \gg 1. \end{cases} \quad (9)$$

В области $\tau \sim 1$ у функции $U_m(\tau)$, по-видимому, наблюдаются осцилляции. Степенной множитель $\tau^{-5/4}$ определяется, как и для спектра, конкретным характером турбулентности. Отметим, что пространственному масштабу $l \sim Rm^{-\alpha}$ соответствует временной масштаб $\tau \sim \sim Rm^{-2\alpha}$. Это связано с тем, что диффузия поля определяется характерной величиной r^2/τ . Примерный вид временных корреляционных функций для первой и второй моды с характерными масштабами показан на рис. 3. Пунктир при $\tau \sim 1$ означает, что $U_m(\tau)$ в этой области не описывается простыми асимптотиками (9).

Обсуждение. Полученные результаты применимы к реальным задачам гелиофизики лишь приближенно. Причина в том, что для солнечной конвекции заведомо не выполняется приближение короткокоррелированного случайного процесса. Кроме того, генерация мелкомасштабных полей происходит на фоне крупномасштабного $\alpha\Omega$ -динамо. Поэтому функция Грина крупномасштабного поля, связывающая временной и пространственный корреляторы, не может совпадать с диффузионной.

Однако можно надеяться, что приближение короткокоррелированного случайного процесса качественно правильно описывает генерацию, аналогично тому, как это оказалось для α^2 -динамо [12]. Что касается функции Грина, то в рассматриваемых нами масштабах должны преобладать эффекты диффузии, поскольку в этих масштабах не идет генерация среднего поля. Применяя с оговорками полученные результаты к Солнцу и полагая основной масштаб турбулентности l_0 порядка супергрануляционного ($\sim 10^9$ см), время оборота ячейки $\tau_0 \sim l_0/u \sim 24$ ч, $Rm \sim 10^8$, найдем, что во временной корреляционной функции, соответствующей второй моде ($m=2$), имеется масштаб антикорреляции $\tau \approx \exp(17/40) Rm^{-1/2} \tau_0 \approx 15$ с. Наблюдение подобных вариаций, по-видимому, возможно при современном уровне наблюдательной техники.

Характерное для Солнца магнитное число Рейнольдса таково, что первая и вторая моды мелкомасштабного поля возбуждаются в конвективной оболочке почти одинаково легко [13]. Этим двум модам соответствуют три характерных масштаба: $l \sim l_0$, скин-слоиный масштаб $l \sim l_0 Rm^{-1/2} \approx 1$ км и специфический масштаб антикорреляции $l \sim l_0 Rm^{-1/4} \approx 100$ км. Скин-слоиный масштаб, по-видимому, не наблюдается, поскольку он на порядок меньше длины свободного пробега фотона в атмосфере Солнца. Масштаб $l_0 Rm^{-1/4}$ хорошо согласуется с наблюдаемыми на Солнце масштабами тонких магнитных жгутов [14, 15].

1. Артамонова О. В., Соколов Д. Д. Асимптотическое исследование быстрого роста второго момента магнитного поля в зеркально-симметричном течении // Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.— 1986.— 27, № 3.— С. 8—13.
2. Иванов Е. В. О пространственно-временном распределении факелов и солнечных пятен // Солнеч. данные.— 1986.— № 7.— С. 61—72.
3. Казанцев А. П. Об усилении магнитного поля проводящей жидкостью // Журн. эксперим. и теорет. физики.— 1967.— 53, № 5(11).— С. 1806—1813.
4. Краузе Ф., Рэдлер К. Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо.— М.: Мир, 1984.— 314 с.
5. Маслова Т. Б., Новиков В. Г., Рузмайкин А. А. Эволюция магнитного поля в короткокоррелированном турбулентном течении.— М., 1985.— 22 с.— (Препр./АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 130).
6. Молчанов С. А., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д. Уравнение динамо в случайном короткокоррелированном поле скорости // Магнит. гидродинамика.— 1983.— № 4.— С. 67—72.
7. Молчанов С. А., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д. Кинематическое динамо в случайном потоке // Успехи физ. наук.— 1985.— 145, вып. 4.— С. 593—628.
8. Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде.— М.: Мир, 1980.— 339 с.
9. Новиков В. Г., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д. Кинематическое динамо в отражательно инвариантной турбулентности // Журн. эксперим. и теорет. физики.— 1983.— 85, № 3(9).— С. 909—918.
10. Паркер Е. Космические магнитные поля.— М.: Мир, 1982.— Ч. 2.— 479 с.
11. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган.— М.: Наука, 1979.— 830 с.
12. Dittrich P., Molchanov S. A., Sokoloff D. D., Ruzmaikin A. A. Main magnetic field in renovating random flow // Astron. Nachr.— 1984.— 305, N 3.— P. 119—125.
13. Kleerorin N. I., Ruzmaikin A. A., Sokoloff D. D. Correlation properties of self-exciting fluctuative magnetic fields // Plasma astrophysics: Proc. joint Varenna—Abastumani School and Workshop held at Sukhumi, USSR, 19—28 May 1986.— ESA Spec. Publ., 1986.— P. 557—561.
14. Müller R. The fine structure of the Quiet Sun // Solar Phys.— 1985.— 100, N 1/2.— P. 237—255.
15. Stenflo J. O. Small-scale solar magnetic fields // Basic mechanisms of solar activity / Eds. by V. Bumba, J. Kleczek.— Dordrecht etc.: Reidel, 1976.— P. 701—704.— (Proc. Symp. IAU; N 71).
16. Zeldovich Ya. B., Ruzmaikin A. A., Sokoloff D. D. Magnetic fields in astrophysics.— London: Gordon—Breach, 1983.— 387 p.

Моск. пед. ин-т им. В. И. Ленина,
Ин-т зем. магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР, Троицк,
Моск. ун-т им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию 21.08.87,
после доработки 03.05.88